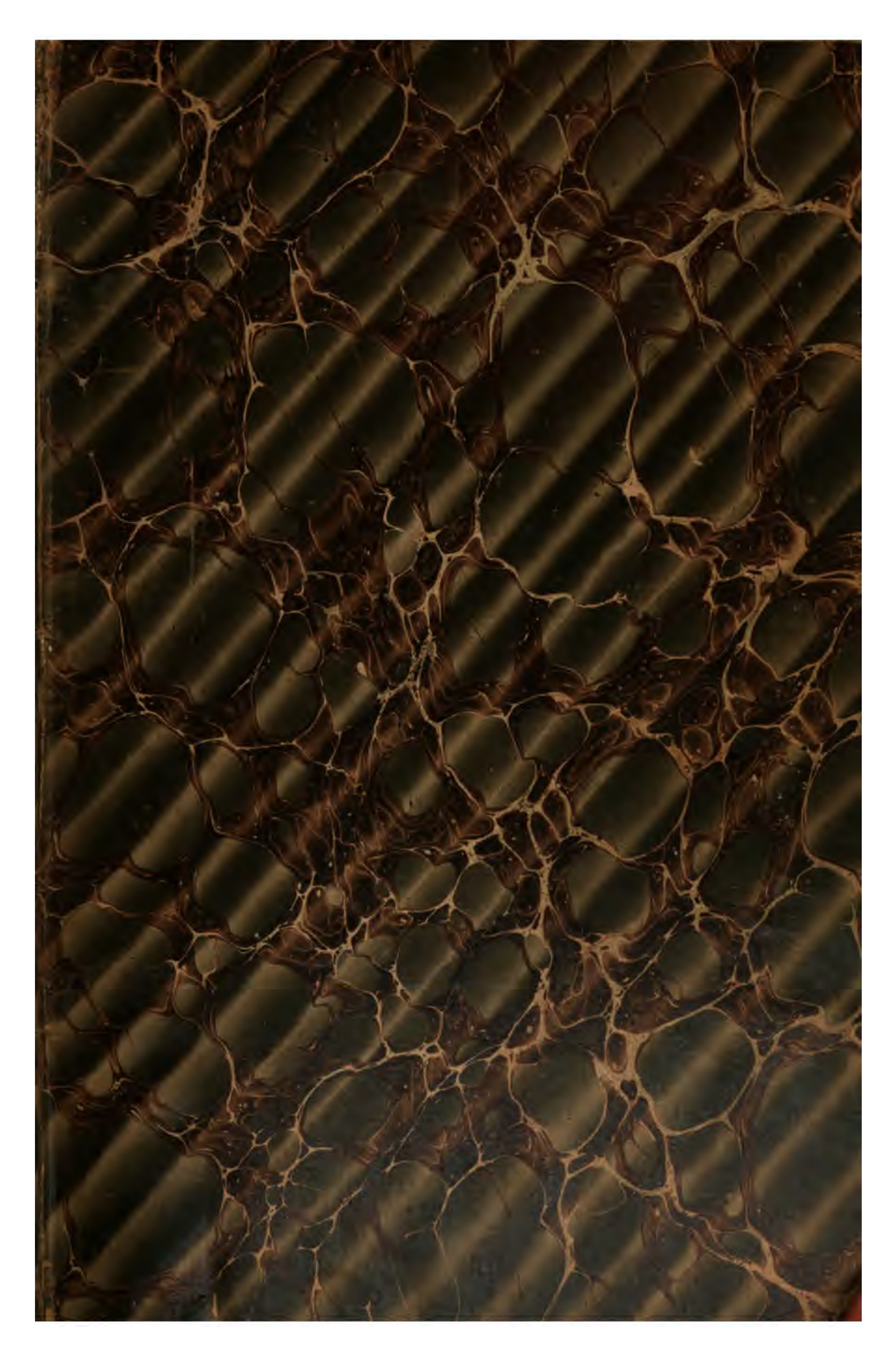

CHRISTO ET ECCLESIÆ
SIGILLVM ACADEMIÆ HARVARDIANÆ IN NOV: ANG:



JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

LISTE DES COLLABORATEURS.

MM. Abria, doyen de la Faculté des Sciences de Bordeaux.
André, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.
Berthelot, professeur au Collége de France.
Bertrand, membre de l'Institut.
Billet, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon.
Boutan, inspecteur de l'Académie de Paris.
Briot, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
Brisse, agrégé de l'Université.
Cazin, professeur au lycée Condorcet.
Chautard, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy.
Cornu, professeur à l'École Polytechnique.
Crova, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier.
Desains, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
Deschanel, inspecteur de l'Académie de Paris.
Favre, membre correspondant de l'Institut.
Fernet, répétiteur à l'École Polytechnique.
Gavarret, professeur à l'École de Médecine.
Gernez, professeur au lycée Descartes.
Jamin, membre de l'Institut.
Lallemand, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers.
Lévistal, docteur ès sciences.
Lissajous, professeur au lycée Saint-Louis.
Mascart, professeur suppléant au Collége de France.
Maurat, professeur au lycée Saint-Louis.
Moutier, professeur à Sainte-Barbe.
Potier, ingénieur des Mines.
Rayet, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.
Sainte-Claire Deville (H.), membre de l'Institut.
Sarrau, répétiteur à l'École Polytechnique.
Terquem, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.
Violle, docteur ès sciences.
Wolf, astronome titulaire à l'Observatoire de Paris.

On publiera chaque année la liste des nouveaux collaborateurs.

Paris. — Imprimerie de Gauthier-Villars, quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

PUBLIÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA,
PROFESSEUR DE PHYSIQUE AU LYCÉE CORNEILLE.

TOME PREMIER. — ANNÉE 1872.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
RUE BONAPARTE, 31.

1872

18[illegible]

[illegible]

(1872 - 1882.)

Initié par position aux pensées de ceux qui ont inscrit leurs noms sur les pages de ce Journal, je crois devoir faire connaître et le but qu'ils se proposent, et les sentiments qui les animent.

Ce qu'ils veulent, c'est donner une impulsion nouvelle à l'étude de la Physique. Ils s'associent pour en exposer les théories les plus récentes ou les moins connues, décrire les expériences sur lesquelles elles reposent, indiquer les moyens les plus faciles de les répéter et dérouler jour par jour les progrès qu'elle réalise en France et à l'étranger. Par l'exécution de ce projet, ils espèrent intéresser quiconque possède les principes de la Science, vivifier l'enseignement, exciter l'esprit de recherches et provoquer les découvertes.

Ils s'adressent aux Professeurs de Physique, surtout aux isolés, qui, privés des ressources que les bibliothèques devraient leur fournir, gémissent de ne pouvoir développer leurs connaissances et de ne savoir où porter leurs efforts.

Ils s'adressent aussi aux hommes de toute profession scientifique : industriels, ingénieurs, militaires, médecins et autres qui ne peuvent, sans déchoir, oublier une science conseillère de leurs travaux et qui doivent se souvenir que les Physiciens les plus illustres sont sortis de leurs rangs.

Animés de ces intentions, les fondateurs de ce Journal se sont unis; mais ils ne forment pas une association fermée. Ils ouvrent leurs rangs à qui peut seconder leur entreprise. Ils les ouvrent surtout aux jeunes générations de savants dont l'ardeur se montre à des

signes certains. L'aptitude ne manque pas : les moyens de travail ne doivent plus faire défaut.

S'ils ont été conduits à se rechercher par l'amour de la Science, un autre sentiment vient encore fortifier leur union : l'amour du pays. Aussi loin que peut s'étendre leur action, ils veulent, pour leur part, contribuer au développement des forces intellectuelles et morales de la France : des forces intellectuelles par le travail, des forces morales par l'union désintéressée des efforts communs.

CHARLES D'ALMEIDA.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

SUR LES MESURES ÉLECTROSTATIQUES;

PAR M. A. CORNU.

La plupart des questions d'électrométrie, c'est-à-dire des problèmes concernant la mesure de l'agent électrique, sont corrélatifs des problèmes de calorimétrie. Comme dans l'étude de la chaleur, on a à considérer l'agent électrique sous un double aspect, la *quantité* et la *qualité*. La quantité d'électricité, comme la quantité de chaleur, se définit aisément; la qualité de l'électricité (on ne parle pas ici du signe conventionnel ou de l'apparence binaire de cet agent) n'est pas au premier abord aussi facile à définir que la qualité de la chaleur ([1]), c'est-à-dire la température. La raison de cette différence est aisée à comprendre. Dans notre organisation, nous avons un sens, le toucher, qui nous a révélé la notion de qualité de la chaleur, la température, et nous a conduit à l'invention du thermomètre, instrument qui la mesure jusqu'à un certain point, sans qu'on ait besoin d'en connaître l'essence. Dans l'étude pour ainsi dire organoleptique de l'électricité, le sens correspondant manque à notre organisme; c'est la considération attentive des phénomènes, aidée surtout de l'analyse mathématique, qui a fait découvrir la propriété correspondant à la température : on l'appel-

---

([1]) Ce mot de *qualité* de la chaleur est quelquefois usité dans le sens de thermochrose : ce n'est point dans ce sens qu'il est employé ici.

lerait volontiers la *température électrique*, si les géomètres ne l'avaient pas définie par un nom spécial, le *potentiel.*

Le but du présent travail est d'exposer, sous une forme facilement intelligible aux physiciens expérimentateurs, les résultats du calcul relatifs aux propriétés les plus simples du potentiel électrique; on verra la nécessité d'introduire cette notion dans la pratique expérimentale, et spécialement dans le langage ordinaire de la physique, et l'on reconnaîtra que, faute de l'avoir introduite dès le début, on laisse subsister, dans les ouvrages qui traitent d'électricité, des complications inutiles et même des erreurs.

L'exposé rapide des procédés de mesures paraît le cadre le plus convenable pour préciser les principes fondamentaux de l'électricité et bien faire comprendre l'enchaînement des idées qui ont amené à la notion que nous avons en vue. Cet exposé est divisé en deux parties : la première comprend l'étude rapide de l'électricité au point de vue de la *quantité;* la seconde, au point de vue de la *qualité,* c'est-à-dire de son potentiel.

I. — Quantité d'électricité.

Mesure des quantités d'électricité. — On parvient assez aisément à produire des quantités égales d'électricité, comme des quantités égales de chaleur, indépendamment de toute connaissance, non-seulement sur la nature de l'agent électrique, mais même de toute loi empirique concernant sa distribution, en s'appuyant sur la répétition d'un phénomène identique continu ou discontinu. Ainsi, en tournant uniformément le plateau d'une machine électrique, on produit des quantités d'électricité égales dans des temps égaux, de même qu'on produit des quantités égales de chaleur, en faisant brûler un jet de gaz combustible réglé pour un écoulement constant.

On est habitué à répéter, d'après d'anciennes formules scolastiques, que, lorsqu'on parvient à constater l'égalité de deux parties d'une certaine *grandeur,* on peut *mesurer* cette grandeur. Ce prétendu axiome, visiblement fondé sur la considération des quantités géométriques, est ici complétement en défaut, et met en évidence l'une des difficultés qu'a dû rencontrer Coulomb, lorsqu'il posa les bases de l'électrométrie.

En effet, il ne suffit pas de constater l'égalité de deux parties

d'une même grandeur pour en concevoir la mesure, il faut aussi connaître les lois de l'addition et de la soustraction de deux parties de cette grandeur, afin de pouvoir composer à volonté un multiple ou un sous-multiple de l'unité choisie. Cette seconde condition ne se trouve justement pas remplie par l'agent électrique ; ainsi, quoiqu'on puisse produire, par exemple avec l'électrophore, autant d'unités d'électricité que l'on veut, il est complétement inexact de supposer qu'en faisant jaillir du plateau une série d'étincelles sur un même conducteur, on accumule sur lui des quantités d'électricité proportionnelles au nombre des étincelles.

Ainsi, faute de connaître la loi de partage de l'électricité entre deux conducteurs quelconques, on se trouve arrêté dès le début pour la mesure des quantités d'électricité, malgré la possibilité de produire une série indéfinie de quantités identiques.

La loi élémentaire, découverte par Coulomb, résout complétement le problème de la mesure des quantités d'électricité (ou, comme on le dit également, des *masses électriques*), non-seulement en valeur relative, mais même en fonction d'unités absolues, c'est-à-dire ne dépendant que des unités mécaniques de force, de longueur et de temps.

En effet, au lieu de choisir arbitrairement comme unité la quantité d'électricité produite par un appareil donné, on prend la quantité qui, concentrée en un point, repousse une quantité identique placée à l'unité de distance avec une force égale à l'unité. Deux masses quelconques d'électricité m, m', concentrées respectivement en deux points situés à la distance r, exercent, suivant la loi de Coulomb, une action réciproque représentée par la formule

$$F = k\frac{mm'}{r^2}.$$

Il est évident qu'avec l'unité choisie, on doit supposer $k = 1$, afin que F devienne égal à 1 pour $m = m'$ et $r = 1$.

La balance de Coulomb réalise pratiquement, avec une grande exactitude, la définition théorique de la mesure d'une masse électrique. Les deux boules égales en diamètres, l'une fixe, l'autre mobile attachée à l'extrémité du levier suspendu au fil de torsion, se partagent par moitié la quantité d'électricité apportée à la boule fixe par le plan d'épreuve : souvent même il est préférable de faire fonctionner cette boule fixe comme plan d'épreuve. La force ré-

pulsive est déterminée en valeur absolue, d'après l'angle de torsion et la grandeur du couple de torsion du fil; elle représente la valeur de $\frac{1}{4}\frac{m^2}{r^2}$: connaissant r, on en déduit $m = 2r\sqrt{F}$, laquelle se trouve naturellement exprimée en unités absolues (¹).

(¹) *Exemple numérique.* — Une balance de Coulomb, formée par un levier de 10 centimètres de longueur depuis le centre de la boule jusqu'au fil de torsion (fil de laiton doré de $0^{mm},05$ de diamètre environ, 42 centimètres de longueur), a donné, pour la répulsion mutuelle des deux boules égales, une force mesurée par un angle total de torsion égal à $\tau + \delta = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$; le levier étant dévié de $30^\circ = \delta$, on demande quelle est la quantité d'électricité répartie sur les deux boules, exprimée en unités absolues.

Pour déterminer la grandeur du couple de torsion C du fil, on a enlevé le levier et on l'a remplacé par un gros fil de cuivre ($1^{mm},5$ de diamètre environ) de 12 centimètres de longueur, pesant $2^{gr},65$, suspendu en son milieu : le temps d'une oscillation simple déduit du temps de dix oscillations doubles valait $5^s,53$. De la formule

$$t = \pi\sqrt{\frac{\Sigma mr^2}{C}},$$

et de la suivante, qui donne le moment d'inertie d'un fil de longueur l et de poids p,

$$\Sigma mr^2 = \frac{pl^2}{12g},$$

on déduit

$$C = \frac{\pi^2}{g}\,\frac{pl^2}{12t^2}.$$

Prenant le centimètre, le gramme et la seconde pour unités de longueur, de force et de temps,

$$C = \frac{\overline{3,1416}^2}{980,88} \times \frac{2,65 \times \overline{12}^2}{12.(5,53)^2} = 0,010423.$$

Ce qui veut dire que, pour tordre le fil d'un angle égal à l'unité ($57^\circ\,17'\,44''$), il faudrait employer un couple dont le moment serait 0,010423, la force étant exprimée en grammes et le bras de levier en centimètres.

D'autre part, on a

$$m = 2r\sqrt{F};$$

en y substituant les valeurs

$$r = 2a\sin\frac{1}{2}\delta,\quad F = \frac{aC(\tau+\delta)}{\cos\frac{1}{2}\delta},$$

où $\delta = 30^\circ$ représente la déviation du levier de longueur a(= 10 centimètres), τ la torsion au micromètre supérieur (= 45°), et multipliant par le facteur $\frac{\pi}{180}$ pour réduire les degrés ($\tau + \delta = 75^\circ$) en parties du rayon

$$m^2 = \frac{4\pi a^2}{45}C(\tau+\delta)\,\mathrm{tang}\frac{\delta}{2}\sin\frac{\delta}{2},$$

$$m^2 = 15,140 \quad \text{d'où} \quad m = 3,891.$$

En prenant le milligramme et le millimètre pour unités (unités de Gauss et Weber), on aurait

$$m'^2 = m^2 \times 100 \times 1000 = 1514000, \quad \text{d'où} \quad m' = m.100\sqrt{10} = 1230,5.$$

Dans ce qui précède, la mesure d'une quantité d'électricité n'a été indiquée que pour des conducteurs de dimensions assez petites pour qu'on puisse les confondre avec leur centre de figure.

Le problème plus général consiste à déterminer la quantité totale d'électricité qui se trouve répartie sur un conducteur donné, sans aucune restriction de forme ni de dimensions.

La méthode du *plan d'épreuve* de Coulomb en donne théoriquement la solution complète : en effet, le petit disque métallique qu'on amène en coïncidence avec la surface du corps électrisé se recouvre sur sa face externe d'une quantité d'électricité égale à celle qui se trouve à la place qu'il occupe; or comme la distribution exclusivement superficielle de l'électricité est démontrée aussi bien par l'expérience que par la théorie, comme conséquence de la loi de Coulomb, on peut donc à l'aide de la balance (1) déterminer sur chaque centimètre carré la quantité d'électricité qui s'y trouve : en faisant la somme de toutes ces masses, on peut théoriquement exprimer en unités absolues la masse totale d'électricité répartie sur tout le conducteur.

Nous n'entrerons bien entendu dans aucun des détails expérimentaux qui sont certainement connus du lecteur; mais il est nécessaire de bien préciser les définitions relatives à la distribution de l'électricité.

Dans le cas d'une sphère électrisée soustraite à toute influence extérieure, le plan d'épreuve accuse une distribution uniforme; la condition de symétrie l'exige en effet. Mais sur un conducteur de forme différente, par exemple sur un ellipsoïde, les indications de la balance montrent que sur chaque centimètre carré de surface ne se trouve pas la même quantité d'électricité; Coulomb exprime ce fait en disant que la *densité électrique* est variable : elle a pour mesure en unités absolues le quotient de la quantité d'électricité par la surface sur laquelle elle est répartie : le mot *charge électrique* en un point (c'est-à-dire sur un élément de surface) est souvent usité dans le même sens.

Poisson emploie une expression figurative équivalente : il suppose que l'électricité forme à la surface des conducteurs une couche de

(1) Pour faire des mesures absolues, il est nécessaire de substituer à la boule mobile un petit disque de mêmes dimensions que le plan d'épreuve qui remplace la boule fixe, afin que l'électricité se partage en deux masses égales.

densité constante, mais d'*épaisseur variable*. La masse électrique sur une surface donnée est évidemment proportionnelle à son épaisseur; il en résulte que la *densité électrique* de Coulomb et l'*épaisseur électrique* de Poisson ont des expressions numériques proportionnelles.

La dénomination adoptée par Poisson, liée moins directement aux unités absolues, a l'avantage de représenter aux yeux la distribution électrique : ainsi, dans le cas de l'ellipsoïde, la couche électrique est théoriquement définie par l'intervalle compris entre l'ellipsoïde et un ellipsoïde semblable concentrique et infiniment voisin. Il n'est pas difficile d'en conclure géométriquement que l'épaisseur ou la densité électrique en chaque point de l'ellipsoïde est mesurée par la longueur de la perpendiculaire abaissée du centre sur le plan tangent en ce point.

La quantité totale d'électricité s'obtient aisément d'après la définition figurative de l'épaisseur électrique : elle est égale à la différence des volumes des deux ellipsoïdes semblables qui limitent la couche $\frac{4}{3}\pi abc[(1+\varepsilon)^3-1]$ multipliée par la densité constante ρ_0 de l'électricité; comme ε est très-petit ($1+\varepsilon$ est le rapport de similitude des deux ellipsoïdes),

$$Q = 4\pi abc\,\varepsilon\rho_0.$$

Pour passer de là aux unités absolues, il suffit d'obtenir l'expression du facteur $\varepsilon\rho_0$: pour cela, on mesurera avec un plan d'épreuve de surface ω la quantité q d'électricité sur le sommet à l'extrémité de l'axe a : elle sera $q = a\omega : \varepsilon\rho_0$; d'où l'on conclura Q.

Partage de l'électricité. — Dans le cas des sphères, on peut aisément déterminer par expérience, ainsi que Coulomb l'a fait, la loi de partage entre deux sphères de rayon différent : problème important, car dans tous les cas où les mesures absolues sont nécessaires, on a recours à ces conducteurs pour éviter des complications inutiles.

Poisson [1] est parvenu à retrouver par le calcul les résultats expérimentaux de Coulomb, à savoir que l'épaisseur de la couche électrique (ou la densité) est toujours plus grande sur la plus petite des deux sphères et qu'elle augmente à mesure que le rayon dimi-

---

(1) *Mémoires de la classe des Sciences mathématiques de l'Institut*, t. XII, année 1811.

nue ; la valeur relative de cette épaisseur tend vers une limite qu'elle atteindrait si le rayon devenait infiniment petit, en sorte qu'elle devient sensiblement constante pour des sphères de rayon très-petit et indépendante de la grandeur du rayon.

De l'épaisseur, c'est-à-dire de la densité électrique, on passe à la quantité totale en multipliant par la surface ; le résultat précédent s'énonce, sous une autre forme, en disant que le partage d'une même quantité d'électricité entre deux sphères ne s'effectue pas proportionnellement à leurs surfaces, la surface de la petite sphère entrant dans le partage comme multipliée par un facteur d'autant plus grand que l'unité que son rayon est plus petit, et croissant jusqu'à la limite 1,6449 $\left(\text{théoriquement } \frac{\pi^2}{6}\right)$ quand le rayon devient nul. Ce facteur numérique représente évidemment le rapport des densités.

Le tableau suivant est emprunté à un Mémoire de Plana ([1]), dans lequel l'auteur a développé et simplifié sous quelques rapports les calculs de Poisson.

RAPPORT DES RAYONS des sphères.	RAPPORT DES DENSITÉS électriques.
1	1,00000
$\frac{1}{2}$	1,16017
$\frac{1}{3}$	1,25421
$\frac{1}{4}$	1,31702
$\frac{1}{5}$	1,35906
$\frac{1}{10}$	1,47666
$\frac{1}{20}$	1,55008
0	1,64493

Voici un exemple de l'utilité de ces conducteurs sphériques, emprunté au travail de Weber et Kohlrausch sur la comparaison des quantités de l'électricité statique et dynamique. Il s'agit d'obtenir la mesure absolue de la quantité d'électricité répartie sur l'arma-

([1]) *Mémoires de l'Académie de Turin*, année 1845.

ture externe d'une bouteille de Leyde de forme quelconque, dont l'armature externe est en communication avec le sol : l'opération se divise en deux.

1° On met une sphère conductrice de grand diamètre en communication avec l'armature interne qui, au début, contient une quantité q_0. On l'éloigne : il reste sur l'armature une quantité q_1 ; on mesure à la balance de Coulomb la quantité d'électricité qu'enlève à la sphère une petite boule servant de plan d'épreuve ; le rapport des diamètres déterminant le rapport des densités électriques, on en conclut la quantité d'électricité $q_0 - q_1$, exprimée en unités absolues, répartie sur la grande sphère.

2° On cherche le *rapport* des quantités d'électricité q_0 et q_1 de la bouteille de Leyde avant et après le contact avec la grande sphère. Weber et Kohlrausch se servaient d'un électromètre particulier, mais il est évident que le plan d'épreuve peut donner le même résultat ; soit m ce rapport. Connaissant le rapport $\frac{q_0}{q_1} = m$ de ces quantités et leur différence $q_0 - q_1 = n$, en unités absolues, on en conclut $q_0 = \frac{mn}{m-1}$ et $q_1 = \frac{n}{m-1}$ également en unités absolues.

On a choisi à dessein le cas d'un condensateur comme étant le plus complexe en apparence : il est évident que la méthode précédente s'appliquerait à toutes les formes de conducteurs ; la seule difficulté qui subsiste peut-être dans l'esprit du lecteur, c'est la validité de la méthode du plan d'épreuve pour la détermination du rapport de deux charges d'un conducteur de forme quelconque. Or Coulomb a démontré, et c'est un véritable principe expérimental, que *le rapport des densités électriques en deux points d'un conducteur quelconque* est indépendant de la charge totale ; de sorte que c'est la loi de répartition relative, caractéristique de la forme du conducteur, qui est l'élément important et non pas la charge totale. On en conclut, par un raisonnement très-simple, qu'en chaque point *la densité électrique est proportionnelle à la quantité totale répartie sur toute la surface ;* il en résulte qu'en touchant avec un plan d'épreuve un point déterminé d'un conducteur quelconque, on enlève une quantité d'électricité proportionnelle à la charge totale. Nous allons en faire une application au cas indiqué précédemment de la charge d'un conducteur à l'aide de l'électrophore.

Supposons qu'on touche avec le plateau de l'électrophore un conducteur de forme quelconque, de façon à partager sa charge électrique avec lui. On répète cette opération plusieurs fois, de telle manière que la position relative des deux conducteurs soit toujours la même au moment de leur séparation; on les éloigne à une distance telle qu'ils ne puissent plus réagir l'un sur l'autre. On demande quelle quantité d'électricité possèdera le conducteur, après n contacts du plateau qui apporte chaque fois une même quantité q d'électricité.

Soient $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ les quantités totales d'électricité réparties sur l'ensemble du conducteur et du plateau au moment du 1er, du 2e,..., du $n^{\text{ième}}$ contact. La distribution relative étant toujours la même, on peut affirmer, sans connaître cette distribution, que la charge Q_n, quelle qu'elle soit, se partagera dans un rapport constant entre le conducteur et le plateau, le conducteur retenant $Q_n \alpha$, le plateau $Q_n(1-\alpha)$; or le plateau, revenant toujours avec la même charge, ajoutera toujours la même quantité q à celle du conducteur, de telle sorte qu'on aura

$$\begin{aligned} Q_1 &= q, \\ Q_2 &= Q_1\alpha + q = q(1+\alpha), \\ Q_3 &= Q_2\alpha + q = q(1+\alpha+\alpha^2), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ Q_n &= Q_{n-1}\alpha + q = q(1+\alpha+\ldots+\alpha^{n-1}). \end{aligned}$$

Après le $n^{\text{ième}}$ contact, le conducteur retient la quantité $Q_n\alpha$; donc la charge du conducteur croît comme la somme des termes d'une progression géométrique décroissante

$$q(\alpha+\alpha^2+\ldots+\alpha^n),$$

et la masse électrique tend évidemment vers la limite

$$\frac{q\alpha}{1-\alpha}.$$

Si le conducteur atteint cette charge, le plateau de l'électrophore ne lui cèdera plus rien. En effet, il apporte la quantité q, de sorte que la masse à partager est

$$\frac{q\alpha}{1-\alpha} + q = \frac{q}{1-\alpha};$$

le conducteur en retient la fraction α, c'est-à-dire $\frac{q\alpha}{1-\alpha}$, de sorte que le plateau remporte sa charge sans avoir rien cédé.

Insuffisance des notions précédentes. — Les considérations précédentes constituent, dans les traités les plus répandus, toute la théorie élémentaire de l'électricité; aussi l'exposé des méthodes de mesure relatives à la quantité et à la distribution laisse-t-il croire que ces deux éléments sont seuls utiles à considérer comme renfermant tout le reste. Quelques exemples bien simples vont montrer que les notions de quantité et de distribution sont insuffisantes pour rendre compte d'un très-grand nombre de phénomènes.

1° Imaginons une sphère électrisée d'un grand diamètre (par exemple 40 centimètres); on prend comme plan d'épreuve une petite boule (de 1 centimètre de diamètre), avec laquelle on touche la sphère et qu'on porte dans la balance de torsion. Supposons, pour simplifier, que la quantité d'électricité apportée par la boule d'épreuve soit juste égale à une unité absolue; on en déduira la quantité totale Q, répartie sur la grande sphère, en la multipliant par le carré du rapport des rayons divisé par le coefficient limite 1, 6449; d'où $Q = \frac{1}{1,6449}\frac{R^2}{r^2}$ (ici environ 1000 unités).

On peut opérer d'une autre manière : la sphère ayant la même charge que précédemment, c'est-à-dire 1000 unités, on fixe la boule d'épreuve dans la balance et on la met un instant en communication par un fil conducteur avec la grande sphère placée assez loin pour ne pas réagir par influence. On a soin, par une torsion convenable, d'empêcher la boule suspendue de toucher la boule fixe pendant la communication; on enlève le fil conducteur et l'on ramène la boule mobile qui est repoussée, et témoigne que la quantité d'électricité est toute différente : au lieu d'une unité, la balance accuse environ 25 $\left(\text{théoriquement } \frac{1}{1,6449}\frac{R}{r}\right)$.

Ainsi, suivant le mode de charge de la boule fixe, par contact direct ou par communication lointaine, on a des résultats complétement différents.

2° Au lieu d'une sphère électrisée, prenons un ellipsoïde, sur lequel le plan d'épreuve constate des densités variables suivant le point touché; le même plan d'épreuve, maintenu fixe dans la ba-

lance et mis par un fil en communication à grande distance avec l'ellipsoïde, donne un angle de torsion constant et indépendant du point de la surface touché par le fil conducteur : tout se passe comme si la distribution sur l'ellipsoïde était uniforme.

Qu'est-ce donc qui détermine le passage de l'électricité? Est-ce la quantité totale répartie sur le conducteur? Est-ce la densité?

Ces deux exemples montrent que ce n'est ni l'une ni l'autre exclusivement : car, dans le premier cas, la charge électrique et la densité restaient les mêmes, la distance seule des conducteurs variait; dans le cas de l'ellipsoïde, la densité était variable d'un point à l'autre, et pourtant la quantité d'électricité transmise à la balance par communication lointaine restait la même, quel que fût le point touché.

La loi de partage ne dépend donc pas seulement de la valeur des masses électriques, mais aussi de leurs distances mutuelles : on voit ainsi clairement la nécessité d'introduire un élément nouveau, fonction à la fois des quantités et des distances. Cette notion nouvelle, corrélative de la notion de température, qui joue le rôle principal dans le partage des masses électriques, est celle qu'on va maintenant définir et étudier sous le nom de *potentiel électrique* des conducteurs. (*A suivre.*)

SUR L'APPLICATION DU SPECTROSCOPE A L'OBSERVATION DES PHÉNOMÈNES D'INTERFÉRENCE;

PAR M. MASCART.

Les expériences relatives à l'optique physique, en particulier celles de diffraction et d'interférence, sont souvent considérées à tort comme difficiles à répéter et exigeant une série d'appareils plus ou moins dispendieux, tels que le banc de diffraction avec les pièces accessoires. En réalité, ces phénomènes se rencontrent à chaque instant; on peut les reproduire avec les moyens les plus variés, et l'un des instruments qui présentent sous ce rapport le plus de ressources est le spectroscope ordinaire que possèdent aujourd'hui la plupart des laboratoires de physique et de chimie. Cet instrument, tel que le construit M. Duboscq, comprend un prisme, un collimateur à fente, une lunette astronomique et un autre collimateur plus

petit, au foyer duquel se trouve une échelle divisée. Les différentes pièces du spectroscope, convenablement disposées, permettent de répéter facilement, à l'aide de quelques objets accessoires que chacun peut préparer soi-même, toutes les expériences connues et même quelques-unes auxquelles ne se prête pas le banc de diffraction. On trouve en outre, dans l'emploi de deux lunettes, cet avantage particulier que toute la lumière qui sort du collimateur peut être concentrée par la lunette dans le voisinage des points où se produisent les phénomènes que l'on veut observer : ce qui permet d'utiliser des sources de lumière très-faibles, comme la flamme d'une bougie.

Il est utile que la fente du collimateur et l'oculaire de la lunette puissent recevoir de grands déplacements en deçà et au delà du foyer principal des objectifs auxquels ils sont liés. La fente est généralement assez mobile, mais on fera bien d'enlever le pignon de la crémaillère qui conduit l'oculaire, ou bien d'installer cet oculaire sur un tube de cuivre ou de carton pouvant entrer à coulisse dans le tube de la lunette. Je supposerai d'abord que l'on supprime le prisme réfringent, et je vais indiquer brièvement les principales expériences pour lesquelles on aura recours seulement aux deux lunettes.

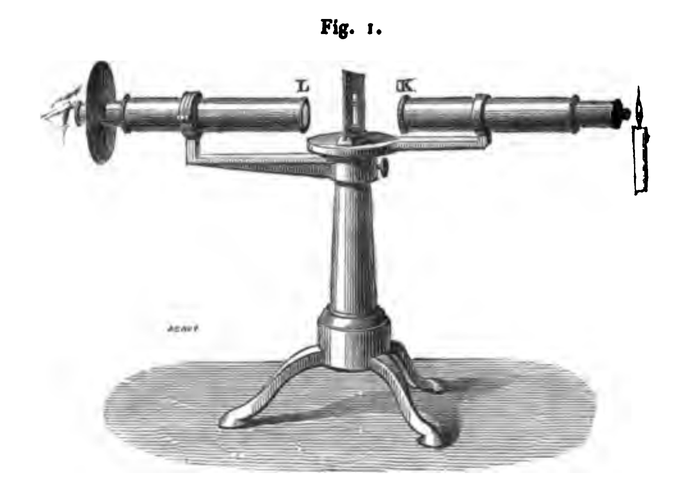
Remarquons que la lumière qui sort du collimateur dont la fente est éclairée est formée de faisceaux de rayons parallèles si la fente est située au foyer principal, et de rayons convergents ou divergents quand la fente est au delà ou en deçà du foyer. Ces rayons, après avoir traversé l'objectif de la lunette, ont un autre point de concours, et l'on peut avec l'oculaire observer les apparences qui se manifestent, soit avant, soit après la convergence du faisceau, soit au point de concours lui-même. Dans les conditions actuelles, on observerait ainsi des sections différentes du faisceau lumineux, n'offrant d'autre particularité intéressante que quelques franges de diffraction dans le voisinage des contours ; mais, si l'on interpose entre le collimateur et la lunette des écrans convenablement découpés (*fig.* 1), on produira les différents phénomènes de diffraction. Ces écrans peuvent être préparés de la manière la plus économique : il suffit de les découper avec un canif dans du papier noir ou dans une lame mince de métal, comme une feuille d'étain.

La théorie de cet appareil, en apparence compliqué, se fait d'une

manière très-simple, si l'on a recours à deux propositions importantes que je vais rappeler brièvement.

1° Tous les rayons lumineux, originaires d'un même point, sont, après avoir subi un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, normaux à une série de surfaces à chacune desquelles ils arrivent en même temps. En particulier, si les rayons vont tous concourir en un même point réel ou virtuel, ils arrivent au point de concours réel à la même époque, ou bien se comportent comme s'ils étaient partis en même temps de leur foyer virtuel.

Fig. 1.



Cette proposition est connue sous le nom de *théorème de Malus*, et peut être établie en partant de la loi de réfraction, indépendamment de toute hypothèse sur la lumière. Mais la théorie des ondulations donne le sens véritable de ce théorème qui devient alors presque évident : les surfaces normales aux rayons lumineux ne sont autre chose que les ondes successives qui proviennent du centre d'ébranlement et aux différents points de chacune desquelles le mouvement vibratoire parvient à la même époque.

2° La deuxième proposition, dont les phénomènes de diffraction peuvent être considérés comme le développement, et que Fresnel énonce dans les termes suivants, est le principe d'Huyghens.

« Les vibrations d'une onde lumineuse, dans chacun de ses points, peuvent être regardées comme la résultante des mouvements

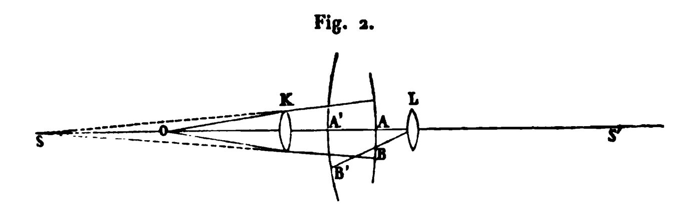
élémentaires qu'y enverraient au même instant, en agissant isolément, toutes les parties de cette onde considérée dans l'une quelconque de ses positions antérieures. »

On peut dire aussi qu'une onde lumineuse est l'*enveloppe* des ondes élémentaires émises isolément par tous les points de cette onde considérée dans l'une de ses positions antérieures. C'est sous cette forme qu'Huyghens a énoncé le théorème.

Cette substitution d'une surface à un point lumineux n'apporte aucune simplification dans le cas général, mais elle permet d'expliquer les phénomènes quand l'onde, dans une de ses positions, est en partie interceptée par des écrans. Les seules portions restées libres envoient des mouvements vibratoires aux points situés au delà, et le calcul de la vibration en un point dépendra de la forme des écrans et de la position du point considéré.

Supposons que la fente du collimateur soit remplacée par un orifice étroit O (*fig.* 2), éclairé par une lampe. Les rayons partis de ce point semblent, après avoir traversé l'objectif K, émaner d'une source S, c'est-à-dire que les ondes lumineuses sont alors des sphères ayant pour centre commun le point S. Ces ondes rencontrent ensuite un écran formé de parties opaques et transparentes distribuées d'une manière quelconque. On peut évidemment, le point S n'étant jamais très-rapproché, supposer que l'écran appartient à un système ayant pour centre le point S. On peut maintenant supprimer par la

Fig. 2.



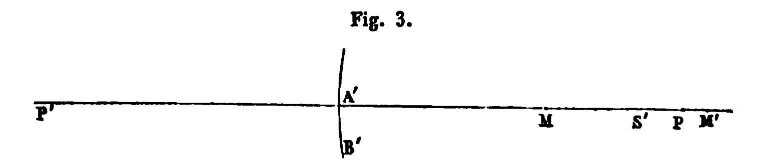
pensée la source de lumière et le collimateur, et considérer seulement la portion d'onde sphérique laissée libre par les parties transparentes de l'écran, dont tous les points se comporteront comme des sources de lumière synchrones, c'est-à-dire concordantes. Il reste ensuite à évaluer l'influence de l'objectif de la lunette.

Les rayons émis par un point A de l'écran, après avoir traversé l'objectif, semblent émaner du point A', foyer conjugué du premier

par rapport à l'objectif L, c'est-à-dire que les ondes provenant du point A sont alors des surfaces sphériques ayant pour centre le point A'. De même, les ondes émises par le point B sont, au delà de l'objectif, des surfaces sphériques ayant pour centre le point B' conjugué du premier. On peut donc aussi supprimer l'objectif, à condition de substituer à l'écran réel AB l'écran fictif A'B' qui est l'image du premier. Or, il est facile de montrer que les vibrations peuvent être supposées concordantes en A'B' sur l'écran fictif, de même qu'elles l'étaient en AB, et que la surface A'B' appartient à une sphère ayant pour centre le foyer conjugué S', par rapport à l'objectif de la lunette, de la source S fournie par le collimateur. En effet, les ondes émises par le point S sont, après la nouvelle réfraction, concentriques au point S'. D'après le principe d'Huyghens, ces ondes peuvent être regardées comme les enveloppes des ondes élémentaires émises par une onde précédente dans une quelconque de ses positions ; l'enveloppe des ondes élémentaires émises par les différents points de AB est donc, après réfraction, une sphère ayant pour centre le point S'. L'enveloppe des ondes élémentaires émises par A'B' doit être, à la même époque, la même sphère, ce qui exige que la surface A'B' soit aussi sphérique avec le même centre S'. L'application des formules habituelles des lentilles donne d'ailleurs le même résultat.

Il ne reste, en définitive, à considérer qu'une onde sphérique A'B' (*fig.* 3), en partie interceptée par des écrans et marchant vers

Fig. 3.



son centre. L'oculaire de la lunette servira de loupe pour observer les phénomènes qui se produiront dans des plans normaux au rayon moyen et situés à différentes distances du point de concours S'. J'ai supposé pour faire le raisonnement que les rayons étaient divergents à la sortie du collimateur, mais le résultat est indépendant de cette hypothèse, le collimateur n'a d'influence que sur la position du point S'. Quant au calcul exact des franges, on le déduit des cas déjà observés à l'aide de quelques remarques très-simples.

1° Dans le plan qui passe par le point de concours S′, les phénomènes sont les mêmes que ceux qui se produiraient à l'infini avec des rayons incidents parallèles entre eux. En effet, rien n'empêche de supposer que le faisceau de rayons convergents provient de rayons primitivement parallèles entre eux et normaux à un écran plan situé en A′, contre lequel serait placé un objectif convergent ayant pour foyer le point S′. On rentre ainsi dans le cas habituel de l'observation des phénomènes de diffraction à l'infini : les rayons qui émanent de l'écran parallèlement entre eux et suivant une direction qui fait l'angle θ avec la normale A′S′ vont, après avoir traversé cette lentille fictive, converger en un point du plan focal principal dont la distance au foyer est égale à $A'S' \times \sin\theta$.

2° L'état vibratoire au point M est le même que celui qui aurait lieu, dans les conditions spécifiées plus haut, au point M′ conjugué du premier par rapport à la même lentille fictive. Car les vibrations qui vont se composer au point M′ forment, à la suite de l'écran, des ondes sphériques sur les différents points desquelles les vibrations ne sont pas concordantes ; les différences de phase correspondantes se reproduisent sur les ondes concentriques au point M qui résultent de la réfraction des précédentes sur la lentille, et se conservent jusqu'au point de concours M où elles définissent le même état vibratoire que celui qui se serait produit au point M′. On peut d'ailleurs vérifier directement cette conséquence dans les cas les plus simples.

3° Enfin l'état vibratoire au point P est identique à celui qui se produirait, dans les conditions déjà indiquées, au point P′ conjugué du premier.

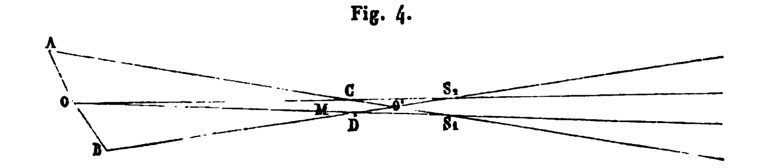
Ce dernier énoncé exige quelques explications, parce que le point P′ se trouvera presque toujours en avant de l'écran. Il faut entendre par là que les différences de marche déterminant la vibration en P doivent être calculées comme si la lumière marchait dans l'appareil en sens inverse et qu'on voulût déterminer la vibration en P′. Il ne faut pas en conclure que, dans le cas qui nous occupe, le phénomène qui se produit en P corresponde à un phénomène réel existant au point P′ et provenant d'ondes rétrogrades qui se seraient propagées en avant de l'écran pour revenir ensuite dans la lunette d'observation et être aperçues. Quelques physiciens allemands ont cru voir dans des expériences analogues une diffraction antérieure à l'écran

produite par des ondes rétrogrades, mais Fresnel avait observé ces phénomènes déjà ([1]), et en avait donné la véritable explication. Le procédé d'observation que j'indique en permet une très-complète.

Les explications qui précèdent me dispensent d'entrer dans le détail des expériences que l'on peut ainsi répéter, je me borne à citer les plus importantes : la diffraction par le bord d'un écran rectiligne, par une fente étroite, les interférences produites par deux fentes, celles qu'on observe dans l'ombre d'un corps opaque, les franges des écrans ou des ouvertures circulaires, etc. Si l'on veut faire des mesures, on peut placer obliquement, entre l'écran et la lunette, une lame transparente sur laquelle on fera réfléchir la lumière provenant du petit collimateur à micromètre, et on disposera l'appareil de façon que l'image de l'échelle se produise dans le plan des franges que l'on observe ; on pourra ainsi déterminer le rapport des distances des diverses franges. Mais ce moyen présente quelques difficultés; il vaut mieux placer dans l'oculaire une échelle tracée sur verre au diamant et divisée en dixièmes ou en vingtièmes de millimètre, comme celles dont on se sert pour la mesure des objets microscopiques ; on pourra ainsi évaluer le cinquantième et même le centième de millimètre, et par conséquent faire des déterminations numériques avec la plus grande précision.

L'appareil n'offre pas moins de ressources pour la réalisation des phénomènes d'interférence proprement dits. Considérons d'abord l'expérience des miroirs de Fresnel. Supposons que l'on place cet appareil entre le collimateur et la lunette, on pourra encore, pour le calcul, substituer aux miroirs eux-mêmes leurs images relatives à

Fig. 4.



l'objectif de la lunette. Si l'angle des deux faces réfléchissantes est plus petit que deux droits, ce qui est la disposition habituelle, les faisceaux réfléchis par les deux miroirs fictifs AO et BO (*fig.* 4)

([1]) *Œuvres complètes*, t. II, p. 219.

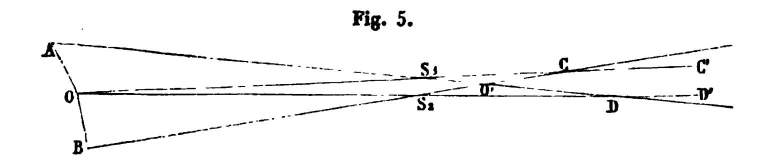
peuvent être divergents ou convergents. S'ils sont divergents, ils ont une partie commune dans laquelle se produisent des franges. On ne peut réaliser ce cas qu'en enlevant l'objectif du collimateur ou celui de la lunette, et l'on n'y trouve aucun avantage parce qu'il ne se produit plus de concentration de lumière.

Si les faisceaux sont convergents, comme l'indique la figure 4, ils ont encore une partie commune OCO'D plus restreinte, mais plus éclairée que dans le cas précédent, et dans laquelle on voit de très-belles franges. L'état vibratoire en un point M dépend de la différence des distances de ce point aux deux points de concours S_1 et S_2, car les vibrations sont concordantes en S_1 et S_2, et elles le sont aussi sur des sphères de rayons égaux ayant pour centre l'un ou l'autre de ces deux points. On peut ici avec l'oculaire micrométrique mesurer directement la distance des franges et l'écart des deux points S_1 et S_2, et déterminer la distance MS_2 par le déplacement de l'oculaire; on aura ainsi tous les éléments nécessaires à la vérification des lois d'interférence.

On peut aussi donner à l'angle des miroirs, du côté des faces réfléchissantes, une valeur plus grande que deux droits, et alors il peut encore se présenter deux cas.

Si les faisceaux sont divergents, ils n'ont plus de partie commune et ne donnent pas de franges. Mais si les faisceaux sont convergents (*fig.* 5), ils peuvent, avec une inclinaison convenable des deux

Fig. 5.



miroirs, avoir une partie commune indéfinie C'CO'DD' qui sera couverte de franges. On retrouve là une combinaison de faisceaux lumineux identique à celle que produisent les demi-lentilles de M. Billet (¹) et présentant les mêmes ressources. Avec cette disposition, la lumière diffuse suffit pour faire apercevoir des franges et la flamme d'une bougie les donne avec beaucoup d'éclat.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LXIV.

Le biprisme de Fresnel peut remplacer les miroirs dans le cas où ceux-ci font un angle plus petit que deux droits, et donne de très-belles franges dans la lumière convergente; on en obtient aussi en plaçant le biprisme entre l'œil et l'oculaire de la lunette. Cet appareil donne plus de lumière que les miroirs, mais ne permet pas de modifier aussi facilement la distance des images. On aurait plus d'avantage si les deux prismes étaient accolés par leurs arêtes au lieu de l'être par leurs bases, mais l'appareil devrait être formé alors de deux pièces différentes, rapprochées après le travail des surfaces, ce qui serait très-difficile sans grand profit.

Enfin M. Jamin a indiqué ([1]) une disposition qui peut suppléer aux deux miroirs. Elle consiste dans l'emploi de deux lames de verre d'égales épaisseurs, inclinées l'une sur l'autre. Si l'angle que forment ces lames est tourné vers la source de lumière, on aura les mêmes effets qu'avec le biprisme. Si les lames sont disposées en sens opposé, elles se comporteront comme deux miroirs faisant un angle plus grand que deux droits. La distance des deux sources de lumière réelles ou virtuelles fournies par les deux lames dépend de l'angle qu'elles font entre elles; cet appareil joint donc à l'avantage que possède le biprisme, au point de vue de l'intensité de la lumière, la variété des combinaisons auxquelles se prêtent les miroirs. Le seul inconvénient qu'il présente, c'est que la distance des sources, à cause de l'intervention des lames, dépend de la longueur d'onde de la lumière que l'on envisage : ce qui apporte une nouvelle cause de coloration des franges, comme cela a lieu aussi pour le biprisme.

Le but de cet article, comme on le voit, était moins de décrire des expériences nouvelles que d'indiquer pour la reproduction de phénomènes importants des moyens qui sont à la portée de tous les expérimentateurs; j'ai cru ainsi répondre à l'esprit qui a présidé à la création de ce Journal. Je remets à un autre article l'examen des expériences dans lesquelles on fera intervenir le prisme du spectroscope.

([1]) *Cours de Physique*, t. III, p. 524.

EXPÉRIENCES SUR LA DISSOCIATION ET LES CHANGEMENTS D'ÉTAT;

PAR M. H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE.

Toutes les expériences de physique sur les changements d'état de la matière ont un grand intérêt, parce qu'elles se rapportent directement au rôle que la chaleur joue le plus fréquemment dans les phénomènes naturels. Ces changements d'état sont très-variés : ils sont caractérisés par des différences de densité, de forme cristalline, de couleur; par la forme solide, liquide ou gazeuse; par le fait que des corps hétérogènes sont ou mélangés ou combinés entre eux, etc. Si on les explique, comme on le fait aujourd'hui, en admettant le mouvement des molécules matérielles ou de l'éther, par la diminution ou l'augmentation des forces vives ou du travail dont ces molécules sont capables; si l'on tient compte des idées si nettes introduites par M. Macquorn Rankine dans la thermodynamique, on voit qu'il est fort utile de décomposer l'énergie potentielle correspondant aux changements d'état, en autant de travaux partiels qu'il y a de phénomènes particuliers correspondant au phénomène total que cette énergie accuse ou détermine.

Je choisirai un exemple fort intéressant pour faire voir combien ces termes, dans lesquels on peut décomposer l'énergie potentielle, sont nombreux et variés.

Je suppose que vous preniez de l'iode et du mercure tous les deux à zéro degrés, et que vous les combiniez en les mettant simplement en contact, il se dégagera de la chaleur que vous pourrez recueillir dans un calorimètre de glace, jusqu'à ce que l'iodure de mercure formé soit ramené à zéro degrés.

Le poids de la glace fondue, multiplié par 80 calories, exprimera la chaleur sensible de combinaison de l'iode et du mercure à zéro degrés. L'iode et le mercure auront emprunté à eux-mêmes la chaleur transmise à la glace, de la même manière que de la vapeur qui se condense, de l'eau qui se congèle cèdent, en l'empruntant à eux-mêmes, la chaleur qu'ils communiquent aux corps voisins. C'est ainsi que ces différents changements d'état, caractérisés physiquement par une perte de chaleur latente (qui devient sensible), peuvent être rapprochés très-intimement; le passage du mélange à la

combinaison, le passage de l'état gazeux à l'état liquide, de l'état liquide à l'état solide, ayant, comme on le voit, des analogies très-prochaines.

Lorsque l'iode et le mercure se combinent dans un calorimètre qui les refroidit constamment, malgré le développement de la chaleur de combinaison, il est difficile de constater les effets que cette chaleur produit sur l'iodure de mercure. Il est donc utile d'étudier le phénomène inverse, la décomposition de l'iodure de mercure, pour constater, comme l'a fait M. Rankine, les diverses manifestations dont se compose l'énergie potentielle qui en est la somme.

Je rappellerai, dans ce court article, les analogies que j'ai établies entre les phénomènes de la décomposition des corps complexes et les phénomènes de la vaporisation des liquides. Ils sont continus les uns comme les autres, et cette continuité dans la décomposition de certains corps constitue la dissociation, en tout comparable à la vaporisation.

Si l'on échauffe lentement de l'iodure de mercure, le premier effet qu'il subit est un changement de forme cristalline et de couleur. L'iodure rouge devient jaune, puis il fond, il entre en ébullition ; enfin la vapeur se décompose d'abord partiellement, ensuite complétement : l'iode et le mercure se séparent. Si l'on trouve alors le moyen d'isoler par un procédé mécanique les deux corps simples, ce qu'il est facile au moins d'imaginer, par exemple par diffusion, on pourra les ramener isolément à la température initiale de zéro degrés.

La différence entre les quantités de chaleur empruntées par l'iodure à la source que l'on a employée et celles que l'iode et le mercure ont cédées à un calorimètre de glace, au moyen duquel on les refroidit, constitue la chaleur de décomposition à zéro de l'iodure de mercure. Le travail correspondant sera l'énergie potentielle dépensée par le fait de la combinaison ([1]).

On peut voir de suite combien cette énergie contient de termes différents :

1° L'iodure change de forme et de couleur : travail dont le signe et la valeur peuvent être déterminés ;

([1]) En tenant compte, bien entendu, de toutes les variations des chaleurs spécifiques de l'iode, du mercure, de l'iodure de mercure, avec la température. (Kirchhoff.)

2° Il fond : travail correspondant à la chaleur latente;

3° Il se vaporise : travail du même genre;

4° Il se décompose, et chacune des parties qui se séparent absorbe de la chaleur pour se constituer à l'état d'un mélange de corps simples : chaleur de combinaison relative à la température où la décomposition s'effectue et travail correspondant;

5° Travail de la pression correspondant à l'augmentation de volume que prend l'iodure en parcourant toutes ces phases diverses sous la pression de l'atmosphère;

6° Travail intérieur et force vive proportionnelle à la température nécessaire à l'opération.

Quand l'iode et le mercure séparés sont ramenés à zéro degrés dans le calorimètre imaginaire où je les suppose transportés, ils reviennent à leur température en produisant un travail de sens contraire au premier, et dont la décomposition en termes du même genre est très-facile à effectuer.

Ces phénomènes et le fait de la dissociation peuvent être mis en évidence par une expérience très-facile à réaliser.

On prend un ballon à densité de vapeur, très-propre, et porté au rouge sombre pour y détruire toutes les poussières adhérentes aux parois. Dans ce ballon refroidi, on introduit une petite quantité d'iodure de mercure rouge distillé et on chauffe très-lentement, à la flamme d'un bec de Bunsen de grande dimension, le ballon qu'on tourne constamment entre ses doigts en le tenant par le col allongé.

L'iodure rouge devient jaune, fond en un liquide brun, se volatilise en donnant une vapeur incolore, et, si l'on continue à chauffer, on aperçoit bientôt la couleur violette et caractéristique de l'iode, qui indique une décomposition seulement partielle aux grandes températures que le verre peut supporter. On démontre que cette décomposition n'est que partielle en faisant chauffer en même temps, dans un ballon semblable et sur une lampe Bunsen de même dimension, une quantité équivalente d'iode, dont la coloration violette et fort intense donne une mesure approchée du phénomène de décomposition qui s'est produit dans le ballon voisin.

Quant à celui-ci, c'est-à-dire celui qui contient l'iodure de mercure dissocié, on le retire de la flamme et on le laisse refroidir. Peu à peu la teinte violette disparaît; l'iode et le mercure se recombinent,

la vapeur devient incolore, puis se condense lentement en un liquide brun qui se solidifie en cristaux d'un beau jaune. En laissant tomber sur cette matière jaune un cristal d'iodure rouge, et en agitant, la transformation s'effectue brusquement, et l'iodure jaune prend rapidement la teinte rouge qui correspond à son état définitif à la température ordinaire.

C'est une charmante expérience, que je recommande aux professeurs qui veulent donner à leurs élèves une représentation frappante des changements d'état les plus variés qu'un corps puisse affecter sous l'influence de la chaleur et du phénomène de la dissociation.

EXPÉRIENCES POUR DÉMONTRER QUE L'ÉLECTRICITÉ SE PORTE A LA SURFACE DES CORPS;

PAR M. A. TERQUEM.

On sait que Faraday a fait de nombreuses expériences sur ce sujet et a varié, sous diverses formes, celle que Coulomb avait réalisée avec la sphère creuse et ses deux enveloppes. C'est cependant sous cette forme, la moins commode, que l'on continue à répéter l'expérience dans les cours. Si la déperdition est un peu forte le jour où l'on fait cette expérience, elle cesse d'être bien concluante; car on doit : 1° électriser la sphère seule; 2° la recouvrir rapidement des deux enveloppes; 3° les enlever; 4° montrer que celles-ci sont électrisées; 5° que la sphère ne l'est plus. Or la deuxième opération ne peut être exécutée très-rapidement, vu la forme des enveloppes.

Faraday a fait entre autres les expériences suivantes :

Il prenait un cylindre fait avec une gaze métallique ou un treillis de fil de fer à mailles très-peu serrées, placé sur un disque métallique horizontal isolé; un plan d'épreuve indique que la surface extérieure est seule électrisée. Un animal tel qu'une souris, placé intérieurement, n'éprouve aucune commotion, lors même qu'on électrise fortement l'appareil tout entier et qu'on en tire de vives étincelles. (DE LA RIVE, *Traité d'Électricité*, t. I, p. 69.)

Il fit plus, il construisit une chambre cubique de 12 pieds de côté avec des lattes; les parois étaient en toile métallique et en pa-

pier, et la cage entière était soutenue à l'aide de câbles en soie. La cage pouvait être électrisée fortement en la faisant communiquer par une machine électrique, même par l'intérieur. Faraday s'enferma lui-même dans cette chambre avec des électroscopes et divers appareils; mais il ne put y constater la moindre trace d'électricité, tandis que les parois étaient si fortement électrisées qu'on pouvait en tirer de fortes étincelles du dehors, et que même des aigrettes s'en échappaient spontanément. (Faraday, *Experimental Researches,* t. I, p. 365, §§ 1173-1174.)

J'ai cherché à répéter cette dernière expérience dans les cours, en petit, de la manière suivante :

On prend une cage d'oiseau quelconque, soit de bois et fil de fer, soit toute de métal; on la suspend à des conducteurs isolés, en communication avec une machine électrique. On peut placer dans la cage, comme je l'ai fait, un électroscope à feuilles d'or, y mettre des morceaux de clinquant, des barbes de plume, des balles de sureau : rien ne bouge, tandis qu'on tire de fortes étincelles de la cage. On suspend en dedans un faisceau de fils de lin, et au-dessous un autre semblable; le faisceau intérieur reste uni; dans celui qui est extérieur, tous les brins divergent fortement et l'on entend les aigrettes qui en sortent à l'approche de la main.

On peut encore coller des bandes de papier le long des parois, on voit les bandes extérieures s'écarter fortement, les intérieures rester verticales. Enfin on peut introduire un oiseau dans la cage et montrer qu'il est complétement indifférent aux phénomènes de charge et de décharge dont la surface extérieure de la cage est le siége.

Cette expérience est très-simple, très-démonstrative, très-facile à réaliser, et surtout n'exige pas d'appareils compliqués ni coûteux.

SUR LES PHÉNOMÈNES THERMIQUES QUI ACCOMPAGNENT LA DISSOLUTION;

Par M. J. MOUTIER.

La dissolution d'un corps solide ou liquide dans l'eau est en général accompagnée d'une variation de température. M. Kirchhoff a montré que l'effet thermique est intimement lié à la tension de la vapeur d'eau fournie par la dissolution, et il a donné une formule

qui permet de calculer la chaleur absorbée par la dissolution, lorsque l'on possède une table des tensions de la vapeur émise par la dissolution aux diverses températures ([1]). La relation établie par M. Kirchhoff a déjà reçu des confirmations expérimentales; le but de cet article est d'indiquer une démonstration élémentaire de cette formule.

Soit une dissolution formée d'un poids m d'eau et d'un poids M d'un corps solide ou liquide; cette dissolution émet, à la température absolue T, de la vapeur d'eau ayant une tension inférieure en général à la tension F de la vapeur d'eau pure à la même température.

Imaginons le cycle suivant, dans lequel toutes les opérations s'effectuent à la température T :

1° La dissolution émet à la température T un poids infiniment petit de vapeur dm, ayant la tension f; la composition de la dissolution n'éprouve pas de modification sensible.

2° La vapeur, dont le poids est dm, est comprimée à la température T, de manière que la tension passe de la valeur f à la valeur F.

3° Cette vapeur est condensée à l'état liquide sous la pression constante F à la température T.

4° L'eau qui résulte de la liquéfaction de ce poids dm de vapeur est ensuite mélangée à la dissolution, à la température constante T, de manière à fermer le cycle et à ramener le système à l'état initial.

La première opération absorbe une quantité de chaleur $l dm$, l étant la chaleur de vaporisation donnée par le théorème de Carnot ([2])

$$l = \mathrm{AT}(v - u)\frac{df}{d\mathrm{T}}, \tag{1}$$

A désigne l'équivalent calorifique du travail ou l'inverse de l'équivalent mécanique de la chaleur;
v le volume spécifique de la vapeur ou le volume d'un kilogramme de vapeur d'eau ayant la tension f à la température T;
u le volume spécifique de la dissolution à la même température.

([1]) *Théorie mécanique de la Chaleur*, par E. Verdet, publiée par Prudhon et Violle, t. I, p. 320.

([2]) *Théorie mécanique de la Chaleur*, par R. Clausius, traduite par F. Folie, t. I, p. 63.

La chaleur de vaporisation l se compose de deux parties; la première, consommée par le travail externe, a pour valeur

$$Af(v-u);$$

la seconde, consommée par le travail intérieur, est appelée la *chaleur latente interne de vaporisation* (¹). Si on la désigne par r,

$$l = Af(v-u) + r. \tag{2}$$

La chaleur consommée par le travail intérieur dans la première opération est donc

$$r\,dm = [l - Af(v-u)]\,dm.$$

Dans la seconde opération, le travail interne est négligeable; la vapeur d'eau peut être assimilée aux gaz parfaits dans les basses températures où l'on observe habituellement les effets thermiques de la dissolution.

Dans la troisième opération, la chaleur, abandonnée par la vapeur qui se liquéfie, a pour valeur $L\,dm$, en désignant par L la chaleur de vaporisation de l'eau à la température T. La chaleur de vaporisation L a pour valeur

$$L = AT(V-U)\frac{dF}{dT}, \tag{3}$$

V désigne le volume spécifique de la vapeur d'eau sous la pression F à la température T,

U le volume spécifique de l'eau à la même température.

La chaleur de vaporisation L se compose de deux parties, la chaleur latente externe

$$AF(V-U),$$

et la chaleur latente interne R,

$$L = AF(V-U) + R. \tag{4}$$

La chaleur restituée par le travail intérieur dans la troisième opération a donc pour valeur

$$R\,dm = [L - AF(V-U)]\,dm.$$

(¹) *Théorie mécanique de la Chaleur*, par G. Zeuner, traduite par M. Arnthal et A. Cazin, p. 263.

Enfin, dans la quatrième opération, une quantité de chaleur dQ est absorbée par la dissolution qui s'effectue à la température T, et qui résulte de l'addition du poids dm d'eau liquide; la variation de volume qui accompagne la dissolution est insignifiante, le travail externe est insensible, et la quantité de chaleur dQ peut être considérée comme étant entièrement absorbée par le travail intérieur.

Si l'on représente positivement les quantités de chaleur consommées par le travail intérieur et négativement les quantités de chaleur restituées par le travail intérieur, la chaleur consommée par le travail interne est nulle dans le cycle précédent, où le corps est ramené à l'état initial,

$$r\,dm - \mathrm{R}\,dm + d\mathrm{Q} = 0,$$
$$d\mathrm{Q} = (\mathrm{R} - r)\,dm.$$

La quantité de chaleur absorbée par l'addition du poids dm d'eau à la dissolution, maintenue à la température constante T, est donc égale à *la différence des chaleurs internes d'évaporation de ce même poids d'eau,* à la température T, sous des pressions respectivement égales à F et à f.

Dans les expressions précédentes de l et de L, le volume spécifique du liquide est négligeable par rapport au volume spécifique de la vapeur, de sorte qu'on peut écrire avec une approximation bien suffisante les équations (2) et (4), sous la forme

$$l = \mathrm{A}fv + r,$$
$$\mathrm{L} = \mathrm{AFV} + \mathrm{R}.$$

D'ailleurs, si l'on assimile la vapeur d'eau aux gaz parfaits, on a, d'après la loi de Mariotte,

$$\mathrm{FV} = fv.$$

et, par suite,

$$\mathrm{R} - r = \mathrm{L} - l.$$

Les expressions de l et de L, données par les équations (1) et (3), deviennent, en négligeant les volumes u et U,

$$l = \mathrm{AT}v\frac{df}{d\mathrm{T}},$$

$$\mathrm{L} = \mathrm{ATV}\frac{d\mathrm{F}}{d\mathrm{T}}.$$

Si l'on représente par w la valeur du produit FV ou fv,

$$FV = fv = w,$$

les chaleurs de vaporisation peuvent s'écrire

$$l = AT\frac{w}{f}\frac{df}{dT} = ATw\frac{d}{dT}\log f,$$

$$L = AT\frac{w}{F}\frac{dF}{dT} = ATw\frac{d}{dT}\log F,$$

où log désigne un logarithme népérien.

On obtient donc facilement, pour la chaleur absorbée par le fait de l'addition du poids d'eau dm à la température T,

$$dQ = ATw\frac{d}{dT}\log\left(\frac{F}{f}\right)dm.$$

Il y a deux cas à distinguer lorsqu'on ajoute une quantité d'eau finie, suivant que f est invariable ou variable.

Le premier cas est celui des dissolutions saturées. Étant donné un poids d'un corps solide, d'un sel par exemple, on ajoute de l'eau successivement par petites portions à la température T, de manière que la dissolution soit toujours saturée; la tension f de le vapeur émise par la dissolution est constante. Si l'on désigne par m_0 le poids d'eau nécessaire pour dissoudre entièrement le poids de sel M et le transformer en dissolution saturée, la chaleur absorbée dans cette opération est

$$Q_0 = ATwm_0\frac{d}{dT}\log\left(\frac{F}{f}\right).$$

Ensuite si l'on étend d'eau la dissolution saturée, la tension de vapeur f de la dissolution est alors variable avec la quantité d'eau ajoutée; la chaleur absorbée, lorsque l'on étend à la température T la dissolution saturée d'un poids d'eau égal à $m - m_0$, a pour valeur

$$Q_1 = ATw\int_{m_0}^{m}\frac{d}{dT}\log\left(\frac{F}{f}\right)dm.$$

J. THOMSEN. — Ueber die specifische Wärme wässrigen Lösungen (Sur la chaleur spécifique des solutions aqueuses); *Annalen von Poggendorff*, CXLII, 337.

C. MARIGNAC.—Recherches sur les chaleurs spécifiques, les densités et les dilatations de quelques dissolutions; *Archives des Sciences physiques et naturelles* de Genève, 1870.

M. J. Thomsen a publié cette année un grand travail sur la chaleur spécifique des liquides, spécialement des solutions salines. Il critique d'abord les procédés employés jusqu'à présent, à cause de l'incertitude qui règne sur la température réelle du corps échauffé au moment où on l'immerge dans le calorimètre, et à cause de la correction du refroidissement, laquelle dépend de l'instant où le corps immergé est en équilibre de température avec le liquide du calorimètre, instant mal connu.

Puis il décrit l'appareil qu'il a mis en œuvre dans ses propres expériences, appareil fondé sur des principes différents.

Il opère sur un litre environ de liquide placé dans un calorimètre et échauffé par la combustion centrale d'un certain volume d'hydrogène, le même pour tous les liquides, c'est-à-dire qu'il introduit dans le calorimètre une quantité de chaleur constante. Il s'arrange pour que la température initiale du liquide soit inférieure à celle du milieu ambiant d'une quantité égale à l'excès de la température finale sur le même milieu. Cet artifice bien connu, joint à cette autre circonstance que l'hydrogène brûlant avec une vitesse constante échauffe le calorimètre proportionnellement au temps, fait disparaître toute correction relative au refroidissement.

M. Marignac a publié de son côté des recherches sur le même sujet et dont la comparaison avec celles de M. Thomsen offre un grand intérêt, tant à cause de la grande précision que l'on s'accorde à reconnaître à M. Marignac, qu'à cause de la différence des méthodes. Le savant génevois s'efforce aussi d'introduire une quantité de chaleur bien définie dans le liquide dont il cherche la chaleur spécifique. Il emploie à cet effet un artifice qu'il a beaucoup perfectionné et qui consiste à prendre comme masse calorimétrique un thermomètre de grandes dimensions, et qui indique avec beaucoup de précision sa propre température, à l'instant précis de l'immersion. M. Marignac supprime également la correction du refroidissement, en faisant varier le poids du liquide jusqu'à ce que son

échauffement devienne identique à celui d'un poids d'eau connu placé dans une autre expérience au sein du même calorimètre et échauffé par une quantité de chaleur identique.

Quand ce résultat est atteint, il est clair que le poids du liquide est inversement proportionnel à sa chaleur spécifique.

Les résultats observés par M. Marignac et par M. Thomsen concordent d'une manière remarquable. On en jugera par le tableau suivant, qui renferme ce que les auteurs appellent la *chaleur moléculaire*, c'est-à-dire le produit de la chaleur spécifique des physiciens par l'équivalent respectif du liquide mis en expérience.

	Marignac.	Thomsen.
$S^2O^6H^2O + 9H^2O^2$......	182,2	182,0
» $+ 19H^2O^2$.....	361,2	360,8
» $+ 49H^2O^2$.....	896,2	899,6
» $+ 99H^2O^2$.....	1794	1795
» $+ 199H^2O^2$....	3592	3591

Les tableaux que voici donnent une idée des questions de mécanique moléculaire traitées par les auteurs.

Acide sulfurique (Marignac). Entre 20 et 56 degrés.

	Chaleur spécifique.	Chaleur moléculaire.	Somme des chal. moléc. de l'eau et de l'acide.
$S^2O^6H^2O^2$.............	0,336	33	33
» $+ H^2O^2$......	0,441	51,2	51
» $+ 3H^2O^2$....	0,5056	76,8	87
» $+ 5H^2O^2$....	0,583	109,7	123

Le même, vers 18 degrés (Thomsen).

$S^2O^6H^2O^2 + 4H^2O^2$.....	0,545	92,7	105
» $+ 9H^2O^2$.....	0,700	182,0	195
» $+ 19H^2O^2$....	0,821	361,2	395
» $+ 49H^2O^2$....	0,918	900	915
» $+ 99H^2O^2$....	0,956	1797	1815
» $+ 199H^2O^2$...	0,977	3595	3615

On voit que la chaleur moléculaire et par conséquent la chaleur spécifique des dissolutions aqueuses d'acide sulfurique sont toujours moindres que la somme des chaleurs spécifiques des composants; la

différence d'abord égale à 18 pour $S^2O^6, H^2O^2 + H^2O^2$, c'est-à-dire à la chaleur spécifique de l'eau elle-même, diminue ensuite jusqu'à 11 pour remonter jusqu'à 18 ou 20 environ.

Une relation analogue s'observe pour les densités et les volumes moléculaires.

Acide sulfurique (Marignac).

	Densité à 18°.	Volume moléculaire.	Somme des vol. moléc. de l'acide et de l'eau.
$S^2O^6H^2O^2$..............	1,8321	53,4	
» $+ 5H^2O^2$.....	1,4132	132,8	143,4
» $+ 10H^2O^2$....	1,2610	220,1	233,1
» $+ 25H^2O^2$....	1,1229	487,1	503,4
» $+ 50H^2O^2$....	1,0645	935,9	953,9
» $+ 100H^2O^2$...	1,0325	1835	1853,4
» $+ 200H^2O^2$...	1,0159	3634	3653
» $+ 400H^2O^2$...	1,0073	7233	7253
Eau............	0,9983	18	

La contraction du mélange répond donc à peu près à la diminution de la chaleur moléculaire : relation qui s'observe pour un grand nombre de dissolutions salines étudiées par les auteurs. Cette contraction diminue avec la température, le coefficient de dilatation des mélanges étant supérieur à la moyenne des coefficients des liquides mélangés (Marignac).

La diminution de la chaleur moléculaire semble également tendre vers une limite telle qu'elle ne change plus par la dilution.

Certaines dissolutions, telles que celles du phosphore, de l'iode, du brome dans le sulfure de carbone, offrent une chaleur moléculaire qui diffère très-peu de celle de leurs éléments.

Les dissolutions de sucre et celles d'ammoniaque ont une chaleur moléculaire égale à celle de leurs composants; et il en est sensiblement de même de leurs volumes moléculaires.

Enfin les mélanges d'alcool et d'eau ont à la fois une chaleur moléculaire supérieure à celle de leurs composants, et telle que leur chaleur spécifique l'emporte parfois sur celle de l'eau, et un volume inférieur à celui des composants. Nous devons renvoyer aux Mémoires originaux, pour la discussion approfondie des problèmes de mécanique moléculaire qui se rattachent à ces déterminations.

Terminons en transcrivant quelques tableaux qui peuvent être utiles dans les applications.

Composé.	Chaleur spécifique à 18°.	Densité à 18° (Thomsen).
$AzO^6H + 10H^2O^2$......	0,768	1,1542
» $+ 20H^2O^2$......	0,849	1,0851
» $+ 100H^2O^2$.....	0,963	1,0185
$HCl + 10H^2O^2$.........	0,749	1,0832
» $+ 20H^2O^2$........	0,855	1,0456
» $+ 100H^2O^2$.......	0,964	1,0100
$KO, HO + 30H^2O^2$.....	0,876	1,0887
» $+ 100H^2O^2$.....	0,954	1,0284
$NaO, HO + 7\frac{1}{2}H^2O^2$....	0,847	1,2576
» $+ 30H^2O^2$.....	0,919	1,0782
» $+ 100H^2O^2$....	0,968	1,0246
$AzH^3 + 31H^2O^2$.......	0,997	0,9878
» $+ 101H^2O^2$......	0,999	0,9967
$NaCl + 10H^2O^2$.......	0,791	1,1872
» $+ 20H^2O^2$.......	0,863	1,1033
» $+ 100H^2O^2$......	0,978	1,0234

M. Berthelot.

A. KUNDT. — Ueber die anormale Dispersion der Körper mit Oberflächenfarben (Sur la dispersion anormale des corps à couleurs superficielles); *Annales de Poggendorff*, CXLII, 177.

L'auteur s'est proposé, dans ce Mémoire, et dans deux autres dont l'analyse suivra, d'étudier les phénomènes anormaux de dispersion produits par ces corps intermédiaires entre les corps transparents et les corps métalliques, qui réfléchissent les rayons de certaines couleurs à la manière des corps transparents, et les rayons d'autres couleurs à la manière des métaux. Nous désignerons ces corps, en adoptant sa dénomination, sous le nom de *corps à couleurs superficielles*.

M. Kundt débute par un historique intéressant, dont nous donnerons ici un résumé. Il remarque que, dans les corps transparents, la vitesse de la lumière est plus petite que dans le vide, et que, dans ces corps, l'indice de réfraction augmente lorsque la longueur d'ondulation diminue, tandis que la théorie a conduit à des résultats

essentiellement différents pour les métaux. En s'appuyant sur les expériences de M. Jamin, relatives à la polarisation elliptique de la lumière réfléchie par les métaux et sur celles plus récentes de M. Quincke, on trouve que les formules de Cauchy, Beer, Eisenlohr donnent pour certains métaux, comme l'or et l'argent, un indice de réfraction plus petit que l'unité, d'où il résulte que, dans ces métaux, la vitesse de propagation de la lumière est plus grande que dans le vide. La théorie de Cauchy, vérifiée par les expériences de M. Jamin, montre aussi que l'indice de réfraction des métaux dépend de l'angle d'incidence, et que, dans la plupart des métaux, la dispersion s'opère d'une façon inverse de celle dont elle a lieu dans les corps transparents, c'est-à-dire que la lumière dont les longueurs d'ondulation sont les plus courtes, est moins réfractée que celle dont les longueurs d'ondulation sont les plus longues.

Le seul physicien qui ait essayé jusqu'à présent de vérifier directement ces résultats de la théorie est M. Quincke.

Les travaux de M. Quincke ont donné des résultats contradictoires suivant la méthode employée et ne nous ont donc rien appris de décisif au sujet des indices de réfraction et de la dispersion des métaux.

L'auteur a réussi, en étudiant une classe particulière de corps qui se rapprochent des métaux, sinon à déterminer les valeurs absolues des indices de réfraction, du moins à observer des phénomènes anormaux de dispersion, dont l'étude, suivant lui, sera le chemin direct pour arriver à soumettre les formules théoriques à une nouvelle vérification.

Il s'agit de ces milieux intermédiaires entre les corps transparents et les métaux, qui, pour les rayons de certaines couleurs, se comportent comme des métaux, et pour des rayons d'autres couleurs, comme des corps transparents, et qui réfléchissent la lumière avec un certain éclat métallique. Nous comprendrons ces corps sous la dénomination de *corps à couleurs superficielles*. La plupart d'entre eux (mais non pas tous) sont des substances fortement colorantes, présentant en dissolution comme en petits fragments souvent microscopiques une belle transparence colorée; tels sont la plupart des couleurs d'aniline, l'indigo, la carthamine, le permanganate de potasse, etc.

Les propriétés optiques de ces corps ont été étudiées par Brewster,

Haidinger, Stokes et plusieurs autres observateurs, et le principal résultat de ces recherches est cette loi énoncée pour la première fois par Haidinger, que la lumière transmise par ces milieux est complémentaire ou approximativement complémentaire de la lumière réfléchie par la surface et par suite de la couleur de la surface.

En outre, Dale et Baden Powell (1) reconnurent que l'indigo et le bleu de Prusse produisent, dans la réflexion, la polarisation elliptique de la lumière comme les métaux, et M. von der Willigen détermina les constantes de la réflexion de l'indigo pâle, et trouva que l'angle d'incidence principal diminue depuis la raie B jusqu'à la raie E, et augmente ensuite de la raie E à la raie G (2).

Après cet exposé historique, l'auteur parle des idées qu'il a été conduit à se former depuis longtemps sur les corps à couleurs superficielles, et dont le fondement est l'hypothèse que, dans ces corps, l'indice de réfraction peut soit augmenter soit diminuer, lorsque la longueur d'ondulation augmente. Il présuma que ces corps présentaient le cas le plus général de la dispersion, celui dans lequel l'indice de réfraction peut non-seulement augmenter ou diminuer lorsque la longueur d'ondulation dans l'air diminue, mais même devenir une ou plusieurs fois plus petit que l'unité.

La seule considération de la lumière réfléchie par les corps suffit pour amener à cette hypothèse. Quand, en effet, un milieu est transparent pour un rayon déterminé, l'intensité de la lumière réfléchie normalement a pour expression

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$

Cette valeur de l'intensité est d'autant plus grande que n est plus grand, si n est plus grand que l'unité, et d'autant plus grande que n est plus petit, si n est inférieur à l'unité. Pour la plupart des corps transparents, la variation de n pour les différentes couleurs, c'est-à-dire la dispersion, est si petite, que l'ensemble de la lumière réfléchie présente la même couleur que la lumière incidente, et qu'ainsi, si la lumière incidente est blanche, la lumière réfléchie l'est également. Si nous appliquons cette formule aux corps à couleurs superficielles, il s'ensuivrait que les rayons qui forment la couleur superficielle,

(1) *Fortschritte der Physik*, 1846.
(2) *Pogg. Ann.*, CVII, 464.

c'est-à-dire ceux qui sont réfléchis en très-forte proportion, doivent avoir, relativement aux autres, un très-grand ou un très-petit indice de réfraction.

Comme les rayons qui forment la couleur superficielle peuvent avoir n'importe quelle longueur d'ondulation, il résulterait, de la formule qui donne l'intensité, que la dispersion des corps à couleurs superficielles serait ou du moins pourrait être anormale, d'une façon tout à fait arbitraire. Il pourrait même arriver qu'une partie des rayons transmis, lorsqu'on les ferait passer avec une intensité suffisante à travers un prisme de la substance, seraient réfractés d'un côté de la direction des rayons incidents et les autres rayons de l'autre côté.

En réalité, pour les rayons qui sont réfléchis en forte proportion, c'est-à-dire pour lesquels les corps que nous étudions se comportent comme des métaux, la formule précédente n'est pas applicable, et il faut employer les formules données par Cauchy dans sa théorie de la réflexion métallique.

Ces formules donnent, pour l'incidence normale,

$$\mathrm{I} = \operatorname{tang}\left(\psi - \frac{\pi}{4}\right),$$

où ψ est déterminé par la relation

$$\operatorname{cotang}\psi = \cos\varepsilon \sin(2 \operatorname{arc} \operatorname{tang}\theta).$$

ε et θ sont deux constantes qui doivent être déterminées par l'expérience, et l'on a les relations

$$\theta \cos\varepsilon = n,$$
$$\theta \sin\varepsilon = \gamma,$$

où n et γ représentent l'indice de réfraction et le coefficient d'extinction sous l'incidence normale.

D'après ces formules, il n'est pas absolument nécessaire, comme Cauchy l'a fait remarquer, que, ainsi qu'on l'a supposé longtemps, l'indice de réfraction des métaux soit très-grand. Cependant, d'après les expériences de M. Jamin et celles postérieures de M. Quincke, les constantes de la polarisation elliptique ont des valeurs qui indiquent, pour la plupart des métaux, un assez grand indice, et pour l'argent et l'or un indice plus petit que l'unité.

Les formules de Cauchy, appliquées aux corps à couleurs superficielles, si l'on admet que la polarisation elliptique produite par ces corps est analogue à celle produite par les métaux, rendent vraisemblable l'existence d'indices assez grands ou plus petits que l'unité. Par là la dispersion anormale résultant de la transmission à travers ces corps devient probable.

Si l'on met en dissolution un de ces corps à couleurs superficielles, il doit conserver dans la dissolution ses propriétés anormales relatives à la dispersion. Cette dispersion anormale se combinera avec la dispersion normale du dissolvant, et, quand bien même aucun rayon ne peut alors acquérir un indice inférieur à l'unité ou être complétement isolé des autres, la succession des couleurs dans le spectre de dispersion fourni par la dissolution sera notablement différente de celle qu'on observe ordinairement.

Les efforts de M. Kundt, pendant ces dernières années, pour démontrer par des phénomènes d'interférence la dispersion anormale des corps à couleurs superficielles et de leurs dissolutions échouèrent, à ce qu'il dit lui-même, à cause de l'imperfection des appareils. Mais un Mémoire de M. Christiansen, de Copenhague [1], fut pour lui une première preuve de l'exactitude de ses suppositions, et le détermina à entreprendre une nouvelle série de recherches et à étudier directement la dispersion, comme l'avait fait M. Christiansen.

M. Christiansen fait connaître, dans son Mémoire, qu'il a observé la dispersion produite par une dissolution alcoolique concentrée de fuchsine, et qu'il a obtenu ce résultat remarquable, que l'indice de réfraction de la dissolution augmente de la raie B à la raie D, puis diminue rapidement jusqu'à la raie G, pour croître ensuite de nouveau.

Il ne parle du reste d'aucun autre corps analogue à la fuchsine.

L'observation de M. Leroux, qui, en 1862, trouva que la vapeur d'iode (l'iode est un corps à couleur superficielle) réfracte plus les rayons rouges que les rayons violets, est restée également un fait isolé.

Les nouvelles recherches de M. Kundt ont démontré la généralité de la dispersion anormale produite par les corps à couleurs superfi-

---

[1] *Pogg. Ann.*, CXLI, 479.

cielles, du moins quant à présent, seulement pour le cas où ces corps sont en dissolution. Presque tous les corps qui, à l'état solide, présentent des couleurs superficielles, donnent lieu, lorsqu'ils sont mis en dissolution concentrée, à une dispersion anormale, c'est-à-dire que, dans les spectres de dispersion de ces dissolutions, l'ordre des couleurs n'est pas le même que dans le spectre solaire ou dans les spectres de dispersion des corps ordinaires.

Les milieux pour lesquels M. Kundt a constaté cette propriété sont, en outre de la fuchsine déjà observée par M. Christiansen : tous les échantillons de bleu d'aniline, ceux de violet d'aniline, le vert d'aniline (vert d'iode ou de Hofmann), l'indigo (dissous dans l'acide sulfurique fumant), l'indigo-carmine, la carthamine, la murexide (dissoute dans la potasse), la cyanine, le permanganate de potasse et le carmin.

Tous les corps compris dans la liste précédente réfractent la lumière rouge plus fortement que la lumière violette, et, dans les corps pour lesquels le vert forme la partie principale de la couleur superficielle et peut encore être reconnu distinctement dans le spectre transmis, les rayons verts sont les moins déviés.

La cyanine, le violet d'aniline et le bleu d'aniline, ainsi que l'indigo-carmine donnent donc la série suivante de couleurs dans le spectre de dispersion : vert, bleu, rouge, le vert étant le moins dévié. La cyanine convient particulièrement pour l'expérience d'un spectre anormal. On peut y distinguer le bleu clair et le bleu foncé, et M. Kundt a obtenu, avec une dissolution de cyanine, la dispersion suivante : vert, bleu clair, bleu foncé, une lacune obscure, rouge et traces d'orangé, le vert étant toujours la couleur la moins déviée. La dispersion dépend de la concentration de la dissolution ; en dissolution étendue, tous les corps que nous avons énumérés donnent une dispersion normale.

Nous décrirons maintenant en quelques mots le procédé simple employé par M. Kundt pour l'observation de la dispersion. Sur une lame de verre on dispose une goutte de la dissolution concentrée que l'on veut examiner, et l'on appuie sur cette goutte, sous un angle d'environ 25 degrés, l'arête aiguë d'une seconde lame de verre de même largeur que la première. A une petite distance de la ligne de contact des deux lames, le prisme liquide qui se forme par l'action de la capillarité est déjà ordinairement opaque ; tout près de

la ligne de contact, il y a une couche prismatique, guère plus large qu'un cheveu, qui est transparente pour la plupart des couleurs.

En regardant à travers cette couche une flamme étroite et intense ou une fente éclairée, on peut reconnaître la dispersion. Il est entendu que ces observations demandent un certain exercice, et qu'il ne faut pas se laisser tromper par des phénomènes de réflexion ou de réfraction.

L'observation se fait le plus souvent en portant le prisme liquide à la place du prisme de verre dans le spectroscope de Bunsen et de Kirchhoff, et en déterminant par tâtonnement l'angle le plus favorable à donner au prisme liquide.

La cyanine donne facilement, comme il a déjà été dit, un spectre anormal, et c'est la substance la plus appropriée pour une première expérience. M. Kundt ne réussit pas d'abord à obtenir, avec le permanganate de potasse et le carmin, un spectre renversé. Il ajouta alors aux dissolutions aussi concentrées que possible de ces substances des particules fines de corps solides, de manière à former une sorte de bouillie, et en pressant fortement les lames de verre l'une sur l'autre, il put distinguer la dispersion anormale.

M. Kundt a observé un changement dans la dispersion, suivant la valeur de l'angle de l'incidence ; mais il réserve cette question pour de nouvelles recherches.

L'auteur termine son premier Mémoire en remarquant que les observations faites uniquement sur les dissolutions ne suffisent pas pour faire connaître complétement les propriétés des corps à l'état solide. Mais il remarque que ce fait, que dans les dissolutions des corps pour lesquels le vert prédomine dans la couleur superficielle, les rayons verts sont moins déviés que les autres, doit faire supposer avec quelque vraisemblance que, dans ces corps à l'état solide, la lumière verte a un indice inférieur à l'unité. Il pense que l'étude des corps à couleurs superficielles, surtout s'ils sont observés à l'état solide, peut être le meilleur moyen pour vérifier les relations théoriques entre la réfraction et la polarisation elliptique.

A. Lévistal.

SORET. — Sur la dispersion anormale de plusieurs substances; *Bibliothèque universelle*, mars 1871, p. 283; *Annales de Poggendorff*, CXLIII, 325.

L'objet de ce Mémoire est d'indiquer une disposition expérimentale propre à faciliter l'observation des phénomènes de dispersion anormale découverts par MM. Christiansen et Kundt.

Le procédé de M. Soret consiste à verser la dissolution à examiner dans un prisme creux d'environ 30 degrés et à placer ce prisme dans une auge formée de glaces parallèles, qui est remplie du liquide qui sert de dissolvant. On peut alors apercevoir le spectre renversé avec des solutions moins concentrées, et par conséquent plus transparentes que si on laisse le prisme liquide dans l'air.

Voici quelques-uns des résultats auxquels est parvenu M. Soret par l'emploi de cette méthode.

Fuchsine. — Si, dans un spectroscope, on remplace le prisme ordinaire par un prisme creux rempli d'une dissolution alcoolique concentrée de fuchsine, on réussira à voir le spectre renversé sans l'intervention de l'auge dont il vient d'être parlé, mais à condition que la lumière qui traverse le liquide soit très-intense et passe très-près de l'arête du prisme. Si la dissolution de fuchsine est moins concentrée, le spectre présente son aspect normal. Avec une dissolution de concentration intermédiaire, le spectre se réduit presque entièrement à une raie lumineuse, colorée en rouge. Dans ce cas, la dispersion anormale produite par la fuchsine est presque entièrement compensée par la dispersion normale que produit l'alcool servant de dissolvant, et l'on a une déviation sans dispersion.

Si l'on place maintenant le prisme rempli de cette dernière dissolution dans une auge pleine d'alcool, la déviation des rayons produite par l'alcool disparaîtra presque complétement, tandis que la dispersion anormale due à la fuchsine subsiste. Le rouge est plus dévié que le violet. Il n'est plus nécessaire d'employer une lumière aussi intense, ni de la faire passer près de l'arête du prisme.

En mesurant la déviation produite par cette dissolution, lorsque le prisme était dans l'air, M. Soret trouva, pour la déviation des rayons rouges, environ 11°,30'; mais si ce prisme était placé dans l'alcool, le violet était à peine dévié, le rouge était dévié de 15 minutes, et l'orangé de 23 minutes.

M. Soret a fait des expériences analogues sur les solutions aqueuses de violet d'aniline et de permanganate de potasse.

Les expériences faites avec le prisme entouré du dissolvant ont un intérêt plus grand pour les deux dernières substances que pour la fuchsine; car le violet d'aniline et le permanganate de potasse doivent être en dissolutions extrêmement concentrées pour donner le spectre renversé, lorsque le prisme est dans l'air.

A. Lévistal.

HISTOIRE DU PRINCIPE D'ARCHIMÈDE.

Sous le titre de *Recherches historiques sur le principe d'Archimède* (¹), M. Thurot, membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, a tracé l'histoire de l'hydrostatique depuis les temps anciens jusqu'à nos jours. Le sujet peut sembler bien restreint; mais il y aurait erreur à le croire. Sans s'égarer aucunement en dehors de son sujet, l'Auteur a déroulé à nos yeux une histoire des vicissitudes de la Science à travers les siècles; et cette histoire n'a pas le vague des généralités stériles, mais elle reçoit une vie intéressante des textes qui l'animent et de l'objet déterminé qu'elle ne cesse de suivre. D'ailleurs il n'est guère de problème qui ait occupé un aussi grand nombre d'hommes éminents. Déjà Aristote (384-322 avant J.-C.) traite la question des corps plongés dans les liquides; puis vient Archimède et, comme on le sait, il la résout vers l'année 250 avant J.-C. dans son *Traité des corps flottants*. A la renaissance, le mathématicien Tartaglia (1543) retrouve ce traité qui était perdu : le problème est repris. Stevin (1586) s'en occupe et pose les bases de l'hydrostatique dont il créa le nom. Galilée, qui avait découvert le principe des vitesses virtuelles, s'en sert pour faire une tentative digne de son génie : dans une nouvelle démonstration du principe d'Archimède (1612), il relie à la statique les lois de l'équilibre des liquides qui formaient une science isolée. Mais Pascal le premier (1651) énonce nettement le principe de la transmission des pressions, et met un ordre nouveau dans la confusion où l'on se trouvait encore. La théorie de Pascal est reprise par Newton qui cherche à la présenter sous une meilleure forme. Cependant, malgré tous ces efforts, malgré ceux de Maclaurin et de Clairault qui suivirent, il fallut attendre les travaux d'Euler (1755) pour que l'hydrostatique devînt une science irréprochable. C'est alors seulement que des calculs nets et précis, tels que les réclamait encore d'Alembert en 1744, permirent enfin d'évaluer exactement « les forces qui concourent à la production des effets que l'on veut examiner ». Il restait toutefois un pas de plus à faire. Il fallait déduire rigoureusement les principes de l'hydrostatique des principes mêmes de la statique. C'était la dernière question à traiter; Lagrange la résolut (1788) en donnant aux essais de Galilée une forme définitive.

Il ne nous est pas possible d'entrer dans les détails des progrès réalisés par

(¹) Extrait de la *Revue Archéologique*. — Librairie académique de Didier et Cie.

ces hommes de génie. Nous emprunterons quelques faits aux recherches de M. Thurot.

On sait que nous possédons l'ouvrage où Archimède traite des corps flottants; mais il ne nous est resté qu'une traduction latine. C'est à Tartaglia (1543) qu'on doit la publication des premiers chapitres. Cette traduction est fort incorrecte; les amis de Tartaglia la trouvaient très-obscure, et Antonio Landriano lui exprima le désir de consulter l'original grec; à quoi Tartaglia répondit par un refus déguisé. Pour « éviter à Landriano la fatigue de lire le texte grec », il lui en envoya une traduction en italien. A la mort de notre auteur, le texte grec n'a pas été trouvé dans ses papiers. Le libraire vénitien Curtius Trojanus, qui les acheta, publia l'ouvrage entier en 1565. Mais ce n'est que Commandin qui fit réellement connaître le traité d'Archimède; il en donna une édition corrigée avec soin qui depuis a toujours été reproduite. Cependant, en 1828, Mai trouva dans la bibliothèque du Vatican quelques fragments du texte grec qui n'ont ajouté rien d'important à ce que l'on connaissait déjà.

Parmi les textes qui donnent un intérêt si vif à la publication de M. Thurot, il en est un qui mérite d'être cité. Il montre bien ce qu'était la science au moment où les écoles du moyen âge allaient expirer. C'est Jérôme Borrius, professeur à l'Université de Pise en 1576, qui parle :

« Je dis à mes auditeurs : voilà ce qu'Aristote enseigne, voici ce que dit Platon, Galien s'exprime ainsi, Hippocrate a dit cela. J'espère que cette conduite doit donner du crédit à mon enseignement et de l'autorité à ma personne. Ceux qui m'entendent sont forcés de reconnaître que la parole de Borrius est digne de toute confiance, puisqu'elle n'est pas de lui, mais que ce sont les hommes les plus illustres qui parlent par sa bouche. » Et plus loin : « Si je ne trouve pas dans mes recueils les idées qui me viennent à l'esprit, je les abandonne aussitôt comme suspectes d'erreur, ou je les garde en réserve jusqu'à ce qu'elles vieillissent et s'éteignent avant d'avoir vu le jour. »

Cependant, d'autres hommes ne pensaient pas de même. Stevin, dix ans après un tel discours, publiait (1586) son *Traité d'hydrostatique*, où il déterminait la pression d'un liquide sur le fond d'un vase et sur les parois verticales ou inclinées, où il inventait l'appareil connu sous le nom d'*obturateur*, où enfin il imaginait une démonstration du principe d'Archimède. Cette démonstration est assez curieuse :

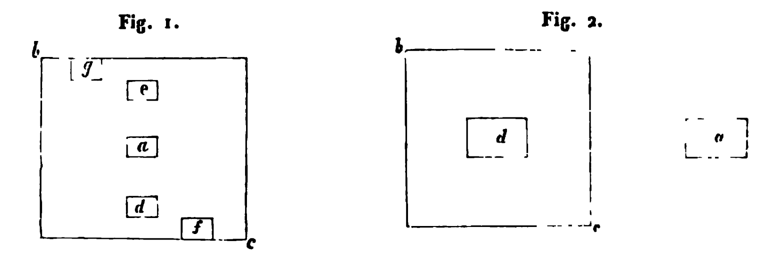
Théorème I. — *L'eau proposée tiendra telle position que l'on voudra dans l'eau.*

Soit dans le vasiforme (¹) *a* l'eau proposée mise dans l'eau *bc* (*fig.* 1). Il faut démontrer que l'eau *a* demeure là. Si on pouvait faire autrement, assavoir que *a* ne demeurast là, mais qu'il descendist où *d* est; alors l'eau qui survient en son lieu descendra plus bas pour la mesme raison, et ainsi du reste; tellement que ceste eau sera en perpétuel mouvement à cause de *a*, ce qui est absurde. Et on démonstrera pareillement que *a* ne montoit ny se mouvoit vers aucun costé, et qu'elle demeurera où on la mettra soit en *d*, *e*, *f* ou *g*, ou en autre lieu dans l'eau *bc*.

(¹) Stevin appelle *vasiforme* un vase dont les parois seraient d'épaisseur et de poids infiniment petits.

Théorème VII. — *Tout corps solide est plus léger dans l'eau qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau égale en grandeur à iceluy.*

Soit *a* (*fig.* 2) un corps solide, et *bc* l'eau.... Soit *d* un vasiforme pareil à *a*. Le vasiforme *d*, plein d'eau, n'est dans l'eau *bc* pesant ny léger, veu qu'il se peut



tenir où l'on le met par la première proposition : parquoy vuidant l'eau *d* et y mettant le corps *a*, qui y conviendra, il se trouvera estre de la légèreté mentionnée, assavoir la pesanteur *a* moins la pesanteur de l'eau vuidée....

Cette curieuse démonstration a le défaut de ne pas signaler la cause prochaine de la perte de poids du corps plongé dans l'eau. C'est à Pascal qu'était réservé d'avoir le premier une conception nette des pressions agissantes.

Après avoir passé par les péripéties sans nombre de cette histoire, M. Thurot conclut ainsi :

« L'histoire des sciences ne justifie nullement la célèbre comparaison par laquelle Pascal représente toute la suite des hommes pendant le cours de tant de siècles comme un même homme qui subsiste toujours et qui apprend continuellement. Cet homme unique, qui subsiste toujours, apprendrait continuellement s'il avait continuellement aussi le même désir et les mêmes moyens d'apprendre. Mais il s'en faut qu'il en soit ainsi. La tradition scientifique n'est pas ancienne, si l'on se reporte aux milliers d'années qui ont dû s'écouler depuis l'apparition de l'homme sur la terre, sans qu'on ait songé à étudier les mathématiques et la physique. Ensuite le nombre des peuples où les sciences ont été et sont cultivées, et dans ces peuples mêmes, le nombre des savants est infiniment petit, si on le compare à celui des hommes qui ont vécu et qui vivent aujourd'hui sur la terre. Or la science n'existe pas dans les livres, mais dans l'intelligence des savants. Car à quoi servent des livres qu'on n'entend plus ou qu'on est hors d'état d'entendre? Dès que les destinées de la science reposent sur un aussi petit nombre de têtes, elles sont livrées au hasard de mille circonstances particulières qui ne font pas sentir leur action dans ce qui dépend d'un grand nombre d'hommes. Ainsi le fait important découvert par Stevin n'a été connu que tard, parce que le livre où il avait été consigné dès 1586 était écrit en hollandais; et la conversion de Pascal a ajourné de douze ans la publication d'un travail qui devait constituer l'hydrostatique. Une multitude de causes de cette nature hâtent, ralentissent, ou même font rétrograder la marche des sciences, sans qu'il soit possible ni de le constater dans le passé et même dans le présent, ni de les réduire à des lois générales. »

Ch. d'A.

SUR LES DIVERSES UNITÉS EMPLOYÉES POUR LA MESURE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ ET DE MAGNÉTISME ET LES RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE ELLES;

PAR M. A. TERQUEM.

I. — MAGNÉTISME.

L'action réciproque de deux molécules contenant des quantités μ et μ' de fluides de mêmes noms ou de noms contraires est $f = \frac{\mu\mu'}{d^2}$, d étant leur distance et f la force attractive ou répulsive.

On adopte comme unité de magnétisme la quantité telle qu'à l'unité de distance deux molécules qui la possèdent exercent l'une sur l'autre une action égale à l'unité de force. Cette unité dépend donc des valeurs prises pour l'unité de force et l'unité de longueur. Avec les unités ordinaires, ce serait la quantité telle que deux molécules qui la posséderaient exerceraient l'une sur l'autre une action égale à 1 kilogramme à 1 mètre de distance.

Ces unités sont beaucoup trop grandes pour des forces aussi petites que les actions dues au magnétisme : il vaut mieux adopter comme unité de force le milligramme et comme unité de longueur le millimètre.

Il est facile de reconnaître que l'unité de magnétisme est proportionnelle à la racine carrée de l'unité de force et à l'unité de longueur; par suite, le nombre qui représente une quantité déterminée de magnétisme varie en raison inverse de la racine carrée de la valeur de l'unité de force et de l'unité de longueur; ou bien encore, si l'on change d'unités, il faudra diviser le nombre qui exprime une certaine quantité de magnétisme par le rapport de la racine carrée de la nouvelle unité de force à l'ancienne, et le rapport de la nouvelle unité de longueur à l'ancienne.

Ainsi, avec les nouvelles unités adoptées, l'unité de magnétisme est la quantité que doivent posséder deux molécules pour exercer l'une sur l'autre une action de 1 milligramme à 1 millimètre de distance; cette unité est donc un million de fois plus petite que la précédente.

Cette unité présente encore certains inconvénients qui ont engagé Gauss à en adopter une autre. En effet, le milligramme ou le poids de $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube d'eau est une quantité qui varie avec le lieu de la terre où l'on se trouve; donc une même quantité de magnétisme rapportée à cette unité en divers lieux de la terre sera représentée par des nombres différents : ce qu'on doit éviter si l'on veut comparer l'intensité absolue du magnétisme mesurée en différentes stations. En un lieu déterminé, 1 milligramme est la force qui, appliquée à la masse de $\frac{1}{1000}$ de centimètre cube d'eau, lui communique, au bout d'une seconde, une accélération égale à g millimètres. Gauss a adopté comme unité de force celle qui, appliquée à la même masse, lui communiquerait, au bout d'une seconde, une accélération égale à 1 millimètre; l'unité de force est donc $\frac{1^{mg}}{g}$, quantité constante, puisque le poids est proportionnel à g. Il résulte de ce choix d'unité que la masse d'un corps pesant doit être représentée par le même nombre que le poids relatif; car, avec cette nouvelle unité de force, le poids d'un corps est exprimé par $p \times g$, et, par suite, sa masse par $\frac{p \times g}{g} = p$.

On ne peut jamais ni constater ni mesurer l'action d'une molécule contenant du fluide boréal ou austral sur une autre molécule qui contienne l'un de ces fluides isolément. Les forces développées par le magnétisme se manifestent dans deux circonstances principales : dans l'action de la terre sur un aimant pouvant tourner autour d'un axe fixe, ou dans l'action réciproque de deux aimants (¹).

Moment magnétique. — Sa détermination.

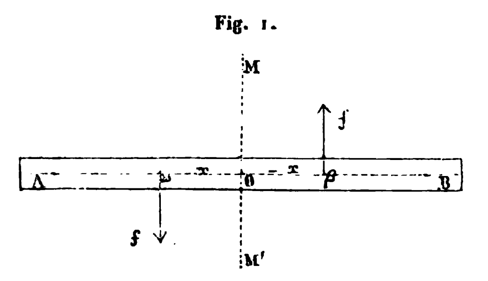
Examinons d'abord l'action de la terre sur un aimant pouvant tourner autour d'un axe fixe, et voyons comment on peut la mesurer; nous admettrons que cet axe est vertical, ce qui revient à ne tenir compte que de la composante horizontale du magnétisme ter-

(¹) Quoique je fasse usage des expressions de fluides magnétiques, cela ne préjuge rien sur la cause du magnétisme; quelle que soit cette dernière, on peut toujours, surtout dans le but d'en mesurer les effets et de les exprimer par des nombres, les attribuer à des quantités déterminées d'un certain agent, que l'on désigne sous le nom de *fluide*, sans attacher à ce mot un sens absolu.

restre. On sait que cette action se réduit à un couple, dont le moment dépend : 1° de l'intensité du magnétisme terrestre au lieu et au moment de l'observation ; 2° de la distribution du magnétisme dans l'aimant considéré ; 3° de la valeur absolue de ce magnétisme.

Soient MM′ le méridien magnétique (*fig.* 1), AB un aimant placé perpendiculairement à ce méridien ; tout se passe comme si la partie OA ne possédait que du fluide austral et OB du fluide boréal.

Fig. 1.



La molécule α, située à une distance x du centre O, est sollicitée par une force f ; le moment de cette force par rapport au méridien magnétique est fx, et la somme des moments correspondants à toutes les molécules de la partie australe sera $\Sigma fx = \mathrm{FX}$ avec $\Sigma f = \mathrm{F}$ et $\mathrm{OA} = \mathrm{X}$.

De même pour la partie boréale de l'aimant, toutes les forces peuvent être remplacées par une résultante unique $-\mathrm{F}$, appliquée en un point B, dont la distance à O est $-\mathrm{X}'$, et produisant un couple dont le moment est FX'. Le moment total du couple qui tend à faire tourner le barreau et à le placer dans le méridien magnétique est donc $\mathrm{F}(\mathrm{X}+\mathrm{X}') = \mathrm{F}\times 2\mathrm{L}$. Les points A et B sont les pôles de l'aimant, $2\mathrm{L}$ leur distance, et la quantité $\mathrm{F}\times 2\mathrm{L}$ est ce qu'on a appelé le *moment magnétique*. Sa valeur varie avec les unités de force et de longueur adoptées ; on peut le définir de la manière suivante :

Le moment magnétique d'un barreau est égal à l'intensité de la force qu'il faudrait appliquer perpendiculairement à ce barreau, en sens contraires, en deux points situés de chaque côté du centre de rotation à une distance égale à la moitié de l'unité de longueur, afin de maintenir ce barreau perpendiculaire au méridien magnétique.

Si le barreau fait avec le méridien un angle i, le moment magnétique devient $2\,\mathrm{FL}\sin i$, ou simplement $2\,\mathrm{FL} \times i$, si l'angle i est très-petit.

Théoriquement, ce moment magnétique peut se déterminer en valeur absolue par deux méthodes : à l'aide des oscillations ou par l'emploi de la balance de torsion. Dans la pratique, ce dernier appareil ne présente aucun avantage; car il faut déterminer le coefficient de torsion du fil employé, ce qui ne peut se faire qu'en tordant légèrement ce fil et le faisant osciller, après l'avoir chargé d'un poids égal à celui de l'aimant qu'on veut étudier. La balance de torsion ne peut donc être employée que pour comparer les valeurs relatives du moment magnétique d'un même aimant dans diverses circonstances, et encore, avec cet appareil, n'obtient-on pas des résultats aussi exacts que par l'emploi de la méthode des oscillations (sauf si l'on prend la balance bifilaire de Gauss). Voyons donc comment, en faisant osciller un barreau aimanté, on pourra déterminer son moment magnétique en valeur absolue, à l'aide des unités adoptées par Gauss. (Nous supposons que le fil de suspension a un coefficient de torsion négligeable par rapport au moment magnétique, afin de ne pas compliquer inutilement les formules, données ici uniquement au point de vue théorique.)

On démontre que la durée d'une oscillation est donnée par la formule

$$t = \pi\sqrt{\frac{pk^2}{\mathrm{F} \times 2\mathrm{L}}} \text{ (1)};$$

p est le poids du barreau en milligrammes, k^2 son rayon de giration $\left(\text{égal, comme on sait, à } \frac{\Sigma mr^2}{\mathrm{M}}\text{, } m \text{ étant la masse d'une molécule du barreau, } r \text{ sa distance à l'axe de rotation, et M la masse totale}\right)$ exprimé en millimètres carrés, $\mathrm{F} \times 2\mathrm{L}$ le moment magnétique, t le temps compté en secondes (2).

(1) *Voir* Biot, *Traité de Physique*, t. III, p. 21; Jamin, *Cours de Physique de l'École Polytechnique*, t. I, p. 515; Desains, *Leçons de Physique*, t. I, p. 489, etc.

(2) Si l'on prenait le milligramme pour unité de force, il faudrait ajouter sous le radical le facteur $\frac{1}{g}$. Le produit pk^2 renferme aussi le moment d'inertie de la chappe qui sert à soutenir l'aimant, si l'on emploie ce mode de suspension.

pk^2 est généralement déterminé par l'expérience; car les barreaux employés, quoique ayant une forme géométrique régulière, celle d'un parallélépipède, n'oscillent pas autour de leur centre de gravité, à cause de la nécessité de rendre l'aiguille horizontale à l'aide d'un contre-poids; cependant, en prenant celui-ci d'une forme géométrique bien régulière, le suspendant à une distance parfaitement déterminée du centre de gravité, on pourrait déterminer par le calcul le moment d'inertie du barreau oscillant.

Voici le procédé expérimental donné par Gauss :

On fait osciller le barreau seul, et l'on a

$$(1) \qquad t = \pi\sqrt{\frac{pk^2}{F \times 2L}}.$$

On suspend deux poids égaux P de part et d'autre du centre de suspension du barreau, à une distance a_1 de ce centre; on fait de nouveau osciller, et l'on a

$$(2) \qquad t_1 = \pi\sqrt{\frac{pk^2 + 2P(r^2 + a_1^2)}{F \times 2L}};$$

r^2 est une constante qui dépend de la forme des poids. On fait une troisième observation en plaçant les poids à une distance a_2 du centre, et l'on a

$$(3) \qquad t_2 = \pi\sqrt{\frac{pk^2 + 2P(r^2 + a_2^2)}{F \times 2L}}.$$

On déduit de ces trois équations

$$F \times 2L = \frac{2P(a_2^2 - a_1^2)}{t_2^2 - t_1^2} \quad \text{et} \quad pk^2 = \frac{t^2 \times 2P(a_2^2 - a_1^2)}{t_2^2 - t_1^2}.$$

Voici les résultats d'une expérience faite par Gauss :

$$p = 96^{gr},2, \qquad P = 103^{gr},257,$$
$$t = 15^{s},247, \quad t_1 = 17^{s},686, \quad t_2 = 24^{s},657,$$
$$a_1 = 80^{mm}, \quad a_2 = 180^{mm},$$

d'où l'on déduit

$$2FL = 179575250,$$
$$pk^2 = 4288732400.$$

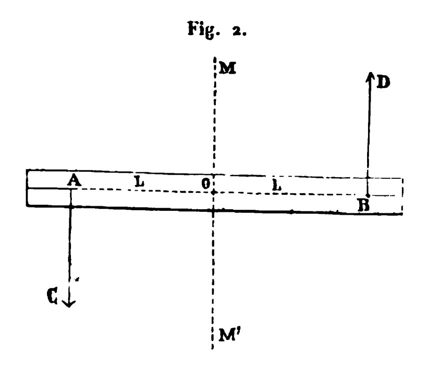
Les poids étaient suspendus à une tige de bois fixée perpendiculairement à l'aimant dans la chappe destinée à soutenir ce dernier. M. Lamont [1] a simplifié cette méthode en remplaçant les deux poids par un anneau cylindrique que l'on pose sur l'aimant, et dont le moment d'inertie est $P\frac{r_1^2 - r_2^2}{2}$, r_1 et r_2 étant les rayons extérieur et intérieur de l'anneau.

Le moment magnétique $F \times 2L$ résulte de l'action du magnétisme terrestre sur celui que possède le barreau. On pourra donc poser $F = M \times T$, et le moment magnétique s'écrira $M \times T \times 2L$, et sera égal au produit de deux quantités de magnétisme par une longueur.

Quelle signification faut-il attribuer aux quantités M et T ? On admet d'abord que tout se passe comme si en A (pôle austral) était accumulée une quantité M de fluide austral, et en B une quantité M de fluide boréal.

L'aiguille aimantée étant placée en AB perpendiculairement au méridien magnétique MM', supposons qu'en deux points C et D situés à l'unité de distance de A et B (*fig.* 2), sur les droites AC et

Fig. 2.



BD parallèles à MM', on concentre une quantité T de fluide boréal en C, et T de fluide austral en D; le barreau CD sera soumis à un couple égal à son moment magnétique. T se nomme *l'intensité absolue du magnétisme terrestre,* et $M \times 2L$ *le moment magnétique absolu du barreau.*

(1) Directeur de l'Observatoire de Munich, qui a publié un grand nombre de travaux sur le magnétisme terrestre.

La quantité M est exprimée par un nombre variant en raison inverse de la valeur de l'unité de magnétisme, et, par suite, en raison inverse de la racine carrée de l'unité de force et de l'unité de longueur, T variera de la même manière; mais, en outre, comme T est censé agir à l'unité de distance, il doit varier proportionnellement au carré de l'unité de longueur et, en définitive, proportionnellement à l'unité de longueur. En effet, le produit $MT = F$ doit être indépendant de l'unité de longueur, si toutefois on choisit les unités de force et de longueur indépendantes l'une de l'autre, ce qui n'arrive pas pour celles qu'a adoptées Gauss.

La méthode des oscillations donne donc $MT \times 2L$, et ne peut servir à mesurer T que si $M \times 2L$ est constant, ce qui arrive rarement. Poisson le premier a donné une méthode pour déterminer T, par l'emploi simultané de plusieurs aimants agissant les uns sur les autres; mais, dans la pratique, cette méthode n'a pas donné de bons résultats, parce que le calcul dépend de différences entre des durées d'oscillations très-voisines les unes des autres, et, par suite, les erreurs d'observation ont une influence beaucoup trop grande. La méthode donnée par Gauss, au contraire, reposant sur l'action de deux aimants placés à une grande distance, permet de résoudre complétement le problème proposé, savoir : de connaître, dans le moment magnétique, séparément T et $M \times 2L$.

Action réciproque de deux aimants placés à une grande distance par rapport à leurs dimensions.

Soient *ab* un petit aimant horizontal mobile autour de son milieu O et placé dans le méridien magnétique, et AB un barreau aimanté plus grand, perpendiculaire au méridien magnétique, et dont le centre C est sur le prolongement de *ab* (*fig.* 3). On peut admettre, quand on veut traiter la question d'une manière élémentaire, que chaque aimant est réduit à deux centres magnétiques équidistants du milieu. Cette hypothèse n'est pas conforme à la réalité; mais quand on veut tenir compte de la distribution réelle du magnétisme dans les aimants, on arrive à une formule identique; la seule différence repose dans la forme des coefficients constants, coefficients dont la valeur est déterminée par l'expérience ou bien qui sont négligeables.

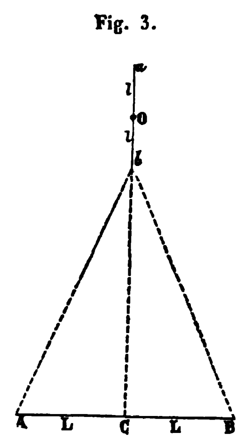
On adoptera les mêmes unités que dans le cas précédent [1].

Soient M et m les quantités de magnétisme libre contenues en A, B, b et a. L'action de A sur b est $\frac{Mm}{Ab^2}$; la composante perpendiculaire à ab sera

$$\frac{MmL}{Ab^3} = \frac{MmL}{[(R-l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}},$$

en appelant R la distance des centres OC, et $2l$ la longueur du petit

Fig. 3.



aimant mobile. La composante due à l'action de B sur b ayant la même valeur, l'action totale de A et B sur b sera

$$\frac{2MmL}{[(R-l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Le moment de cette composante par rapport au centre O sera

$$\frac{2MmLl}{[(R-l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

L'action de A et B sur b donnera une force dont le moment sera

$$\frac{2MmLl}{[(R+l)^2+L^2]^{\frac{3}{2}}},$$

(1) Consulter les *Leçons de Physique* de M. Dessains, t. I, p. 515.

et le moment total de ces deux forces sera

$$\varphi\lambda = \frac{2MmLl}{R^3}\left\{\left[\frac{L^2}{R^2}+\left(1-\frac{l}{R}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}+\left[\frac{L^2}{R^2}+\left(1+\frac{l}{R}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}.$$

En développant et négligeant les puissances de R supérieures à la cinquième, on obtient

$$\varphi\lambda = \frac{4MmLl}{R^3}\left(1+\frac{A}{R^2}\right).$$

Quand on traite la question complétement, en n'admettant pas les aimants réduits à deux centres magnétiques, la forme seule du coefficient A est différente; 2 ML et 2 *ml* représentent alors les moments magnétiques absolus. Si l'on suppose que l'aimant *ab* soit dévié très-peu du méridien magnétique, d'un angle *u*, sous l'influence du couple $\varphi\lambda$, on aura

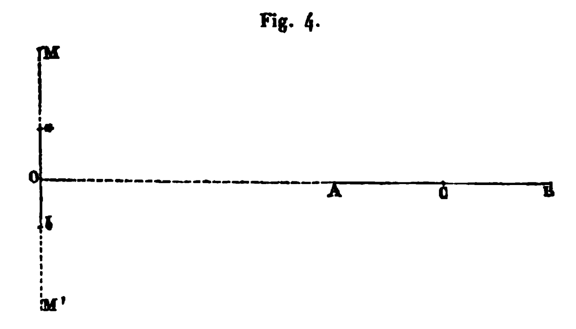
$$2mTl\sin u = \varphi\lambda\cos u,$$

d'où

$$\tang u = \frac{\varphi\lambda}{2mTl} = \frac{2ML}{TR^3}\left(1+\frac{A}{R^2}\right) = \frac{X}{R^3}+\frac{Y}{R^5}.$$

Si l'on place, au contraire, le barreau AB de telle sorte que son

Fig. 4.



prolongement tombe sur le centre O du barreau mobile (*fig.* 4), on démontre que le moment de l'action de AB sur *ab* est

$$\varphi'\lambda' = \frac{8MmLl}{R^3}\left(1+\frac{A'}{R^2}\right),$$

avec

$$OC = R,$$

et, par suite, double du précédent à égalité de distance $\left(\text{en négligeant les termes } \frac{A}{R^2} \text{ et } \frac{A'}{R^2}, \text{ ce qu'on ne peut pas faire en général}\right)$.

Si les actions magnétiques décroissaient comme la puissance $n^{\text{ième}}$ de la distance, ce moment serait n fois celui qu'on a obtenu dans le cas précédent. Comme Gauss a trouvé, par des observations d'une rigueur absolue, $n = 2$, on a ainsi la démonstration la plus nette que les actions magnétiques décroissent comme le carré des distances.

u étant la déviation produite sur l'aimant mobile, on aura

$$\operatorname{tang} u = \frac{\varphi'\lambda'}{2mTl} = \frac{4ML}{TR^3}\left(1 + \frac{A'}{R^2}\right) = \frac{X'}{R^3} + \frac{Y'}{R^5}.$$

Pour déterminer soit X et Y, soit X′ et Y′, il faut faire au moins deux observations R_1 et R_2 assez différentes l'une de l'autre, noter les déviations u_1 et u_2 de l'aimant mobile; on obtient ainsi

$$X = \frac{R_1^5 \operatorname{tang} u_1 - R_2^5 \operatorname{tang} u_2}{R_1^2 - R_2^2} = \frac{2ML}{T},$$

$$Y = \frac{(R_1^3 \operatorname{tang} u_1 - R_2^3 \operatorname{tang} u_2) R_1^2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}.$$

Gauss a obtenu les nombres suivants dans une série de déterminations : avec la deuxième disposition (*fig.* 4)

$$\operatorname{tang} u = 0{,}086870 R^{-3} - 0{,}002185 R^{-5},$$

et avec la première (*fig.* 3)

$$\operatorname{tang} u = 0{,}043435 R^{-3} + 0{,}002449 R^{-5}.$$

Détermination du magnétisme terrestre en valeur absolue.

En faisant osciller un barreau aimanté autour d'un axe vertical, on obtient son moment magnétique (dû à la composante horizontale du magnétisme terrestre) $2FL$ ou $T \times M \times 2L$. Si on emploie le même aimant pour dévier du méridien magnétique une aiguille mobile, comme on vient de le voir, on peut connaître X ou $\frac{M \times 2L}{T}$;

on a donc tous les éléments nécessaires à la détermination de $M \times 2L$ et de T, en valeur absolue et en fonction des unités adoptées ([1]).

Posons en effet

$$T(M \times 2L) = A, \quad \frac{M \times 2L}{T} = B,$$

on aura

$$T = \sqrt{\frac{A}{B}}, \quad M \times 2L = \sqrt{AB}.$$

Voici les résultats d'une observation de Gauss :

1° Par la méthode des oscillations, on a obtenu

$$t = \pi \sqrt{\frac{pk^2}{T(M \times 2L)}},$$

$$pk^2 = 4228732400 \quad t = 15^s,235,$$

$$T(M \times 2L) = 179770600 = A.$$

2° Par l'action du même barreau sur une aiguille mobile

$$R_1 = 1200^{mm} \qquad u_1 = 3^\circ 42' 19'',4,$$

$$R_2 = 1600^{mm} \qquad u_2 = 1^\circ 34' 19'',2,$$

d'où

$$\frac{R_1^4 \operatorname{tang} u_1 - R_2^4 \operatorname{tang} u_2}{R_1^2 - R_2^2} = 113212874 = 2B,$$

et

$$\frac{M \times 2L}{T} = 56606437 = B$$

[Gauss avait employé la deuxième disposition (*fig.* 4)], d'où l'on déduit enfin

$$T = 1,782088,$$

pour Gœttingue, le 18 septembre, à 5 heures du soir, 183..

Le 15 octobre, il trouva 1,7860 et le 27 septembre 1,7965.

Pour avoir l'intensité absolue totale, il faut évidemment diviser cette quantité par le cosinus de l'inclinaison. Le tableau suivant donne l'intensité horizontale du magnétisme terrestre pour le com-

---

([1]) La formule $\operatorname{tang} u = \frac{X}{R^3} + \frac{Y}{R^5}$ montre que le nombre qui exprimera X doit être en raison inverse du cube de l'unité de longueur, par suite $\frac{M}{T}$ en raison inverse du carré de cette unité, ce qui est conforme aux remarques faites plus haut.

mencement de l'année 1870, pour les latitudes de 45 à 55 degrés, et pour les longitudes de 20 à 40 degrés du méridien de l'île de Fer. Ce tableau se trouve donné dans un traité de manipulations de physique publié par M. Kohlrausch.

Pour déduire de la valeur de T, en 1870, la valeur de T à une autre époque, il faut ajouter, pour chaque année suivante, 0,004.

LATITUDE NORD.	A L'EST DU MÉRIDIEN DE L'ÎLE DE FER.				
	20°	25°	30°	35°	40°
45°	2,06	2,09	2,14	2,18	2,22
46°	2,02	2,05	2,10	2,14	2,18
47°	1,98	2,01	2,06	2,09	2,14
48°	1,94	1,97	2,01	2,05	2,10
49°	1,90	1,93	1,97	2,01	2,05
50°	1,85	1,89	1,93	1,97	2,01
51°	1,82	1,85	1,89	1,93	1,97
52°	1,78	1,81	1,85	1,89	1,92
53°	1,74	1,78	1,82	1,85	1,88
54°	1,71	1,74	1,79	1,81	1,84
55°	1,66	1,72	1,75	1,78	1,80

(*A suivre.*)

SPECTRE D'ABSORPTION DES DISSOLUTIONS D'ACIDES HYPOAZOTIQUE, HYPOCHLORIQUE, CHLOREUX;

PAR M. D. GERNEZ.

Brewster a reconnu, en 1832, que les vapeurs d'acide hypoazotique absorbent un grand nombre de rayons de réfrangibilités diverses dans le spectre continu produit par la flamme d'une lampe à gaz ou à huile, et sillonnent ce spectre de plus de deux mille raies obscures. On observe très-facilement ce phénomène en interposant entre la source lumineuse et la fente d'un spectroscope un tube de 2 ou 3 centimètres de diamètre contenant des vapeurs nitreuses. M. Kundt a annoncé, en octobre 1870, que l'acide hypoazotique liquéfié présente aussi quelques raies d'absorption, de trois à cinq, qui coïncident exactement avec des raies du spectre de la vapeur.

On distingue aisément ces bandes, quoique elles soient mal limitées, en dressant devant la fente du spectroscope un tube vertical contenant le liquide à une distance telle que la ligne focale des rayons réfractés par le liquide tombe sur la fente. Si, de plus, le plan horizontal de la surface du liquide passe vers le milieu de la fente, on voit à la fois le spectre d'absorption du liquide et celui de la vapeur.

A la température ordinaire, l'acide hypoazotique liquide est toujours fortement coloré, et éteint complétement la partie la plus réfrangible du spectre jusqu'au milieu du vert : de là le petit nombre de bandes obscures signalées par M. Kundt; mais, si l'on opère à basse température, le liquide est à peine coloré, et la région du spectre transmis est plus étendue et présente plus de raies. Je me suis assuré que toutes coïncident avec les raies les plus saillantes du spectre d'absorption de la vapeur.

Les particularités que présente l'observation des bandes d'absorption de l'acide hypoazotique liquide m'ont conduit à étudier les dissolutions de cette substance. Avec la précaution d'employer de l'acide privé d'eau et des liquides également anhydres, j'ai obtenu facilement des dissolutions de cette substance dans la benzine, la nitrobenzine, le sulfure de carbone, le chloroforme, etc. Toutes ces dissolutions présentent les mêmes bandes d'absorption que le liquide, et, de plus, comme la plupart de ces dissolutions, convenablement étendues, n'absorbent plus complétement que les rayons violets, on peut reconnaître l'existence de raies jusque vers l'indigo, et constater sûrement que le spectre d'absorption de ces liquides est formé des raies les plus saillantes du spectre d'absorption de la vapeur; de plus, si l'on se sert d'une source de lumière très-intense, on voit se montrer les autres raies de ce spectre par ordre d'intensité.

Les liqueurs colorées contenant de l'eau se comportent tout autrement; ainsi les liquides obtenus en faisant passer du bioxyde d'azote dans des solutions plus ou moins concentrées d'acide azotique ne produisent aucune trace de raies; il en est de même du liquide que l'on obtient en mélangeant l'acide azotique monohydraté avec le tiers de son poids d'acide hypoazotique.

Il suffit, du reste, d'une très-faible proportion d'acide hypoazotique dans le liquide pour mettre en évidence cette propriété dans les dissolutions; quelques centimètres cubes de vapeur suffiraient pour une épaisseur de 20 centimètres d'un tube rempli de sulfure de carbone.

Les acides hypochlorique et chloreux se prêtent à des expériences analogues avec encore plus de sensibilité. Il suffit de faire passer quelques bulles de ces gaz dans un tube de 2 centimètres de diamètre pour manifester dans la partie la plus réfrangible du spectre les raies d'absorption de ces substances.

EXPÉRIENCES SUR LE CONDENSATEUR D'ŒPINUS;

PAR M. NEYRENEUF,
Professeur au lycée de Caen.

Première expérience. — Soit un condensateur d'OEpinus : déchargeons-le par contacts successifs, et, au lieu d'observer les effets ordinaires, retirons brusquement le plateau qui vient d'être touché. Ce plateau devrait, d'après la théorie ordinaire, et en tenant compte de l'adhérence connue de l'électricité pour les corps mauvais conducteurs, ne contenir qu'une faible quantité d'électricité, et de plus cette électricité devrait être soit positive, soit négative, suivant que le plateau touché était, pendant la charge, en communication soit avec la machine, soit avec le sol. Or on constate un résultat opposé de tous points.

D'abord la quantité d'électricité répandue à la surface du plateau donne à l'électroscope une divergence considérable; elle peut être suffisante pour produire la divergence d'un pendule à moelle de sureau fixé au plateau, et donner lieu à une étincelle dont la longueur dépasse souvent 1 centimètre. De plus, le signe de cette électricité est inverse de celui que laissait prévoir la théorie. En effet, le plateau en communication, pendant la charge, avec la machine renferme alors de l'électricité négative, et c'est de l'électricité positive que l'on trouvera en opérant de la même façon sur le second plateau.

Si l'on rapproche le plateau que l'on vient d'écarter, soit en lui laissant son électricité, soit après la lui avoir enlevée, des phénomènes plus complexes se produisent. J'en renvoie, pour plus de clarté, et le détail et l'explication au développement même de la théorie que je propose.

Deuxième expérience. — Déchargeons le condensateur au moyen

de l'excitateur, et éloignons brusquement soit un seul plateau, soit en même temps les deux plateaux. Nous les trouverons chargés, et chargés d'électricités précisément contraires à celles qui produisaient la divergence des pendules.

Cette expérience est un peu délicate : elle exige le concours de deux personnes, surtout quand on veut constater la présence de l'électricité sur les deux plateaux à la fois. Il est bon aussi, pour qu'elle réussisse avec plus de facilité, de ne pas trop serrer les plateaux contre la lame de verre. Nous verrons, plus tard, comment on peut se rendre compte du bon effet de cette précaution.

Troisième expérience. — Quand on a maintenu pendant longtemps le contact entre les plateaux et les branches de l'excitateur, de telle sorte que l'on puisse regarder le condensateur comme déchargé, ce dernier est susceptible de fonctionner pendant longtemps comme un véritable électrophore.

Si, en effet, on laisse un des plateaux en contact avec la main, de telle sorte que sa communication parfaite avec le sol soit assurée, et si ensuite on touche et l'on écarte l'autre plateau avec la seconde main, on pourra obtenir avec ce plateau, ainsi écarté, une étincelle assez forte. Rapprochons-le de nouveau et établissons de nouveau le contact avec le sol, une étincelle va jaillir.

Il résulte de ces trois expériences qu'il est permis d'assimiler le condensateur d'OEpinus à un électrophore agissant par ses deux faces, pouvant, par suite, donner les deux électricités positive et négative.

G. JOHNSTONE STONEY AND J. EMERSON REYNOLDS. — On the absorption of chlorochromic anhydride (Sur l'absorption de l'acide chlorochromique); *Philosophical Magazine*, t. XLII, p. 41.

Dans des recherches sur la cause des spectres discontinus des gaz, les auteurs ont été amenés à étudier le spectre d'absorption de la vapeur d'acide chlorochromique (1) : il est de la même espèce que les spectres cannelés de l'acide hypoazotique, du brome et de l'iode ; ses bandes, très-fines dans l'orangé, le jaune et le vert, sont sensible-

(1) On obtient cet acide en distillant un mélange de bichromate de potasse et de sel marin fondu avec de l'acide sulfurique concentré ; c'est un liquide rouge, bouillant à 120 degrés.

ment équidistantes ; l'absorption est complète pour les couleurs plus réfrangibles. D'après des mesures précises, ces lignes paraissent se rapporter à une loi très-simple ; les inverses des longueurs d'ondes qui les définissent varient en progression arithmétique, ce qui revient à dire que le nombre de vibrations des lumières interceptées croît par intervalles égaux.

L'intensité de ces bandes ne varie pas d'une manière continue : il y a pour ainsi dire superposition d'une seconde période, à intervalles plus étendus. Les auteurs de ce travail donnent quelques formules empiriques qui résument assez bien la loi du phénomène ([1]).

A. Cornu.

GRAMME. — Sur une machine magnéto-électrique produisant des courants continus; *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIII, p. 175.

DE ROMILLY. — Sur un appareil magnéto-électrique; *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIII, p. 726.

Les deux machines que nous allons faire connaître ont une forme à peu près identique. Toutes deux consistent en un anneau de fer doux qui est recouvert d'un fil isolé et qui tourne entre les pôles d'un aimant. Aussi, bien qu'elles soient très-différentes l'une de l'autre, toujours est-il que leurs théories s'accordent en un assez grand nombre de points pour que nous puissions les décrire dans un même article.

« Les courants d'induction sont en général instantanés, dit M. Gramme, et se produisent alternativement de sens contraire. Il n'est pas cependant impossible d'en produire qui échappent à ce double caractère. »

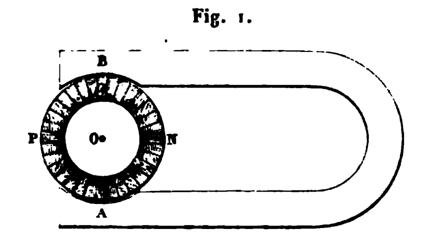
Ceci est vrai, et dès son premier Mémoire sur l'induction, Faraday avait déjà obtenu des courants induits permanents. Entre les deux pôles du puissant aimant de la Société royale de Londres, il faisait tourner un disque de cuivre, et il put recueillir un courant en réu-

([1]) En répétant cette expérience, je suis conduit à penser que le phénomène n'a pas une aussi grande simplicité que ce travail semblerait le faire supposer. Il est de même nature que celui qu'on observe avec la vapeur d'iode, c'est-à-dire dû à la superposition d'un beaucoup plus grand nombre de périodes qui ne paraissent avoir aucune commune mesure ; en particulier, chacune des bandes paraît devoir être résoluble en plusieurs raies fines.

nissant le bord et l'axe du disque par le fil d'un galvanomètre [1]. Il énonce le résultat de ses expériences dans les termes suivants : « Here therefore was demonstrated the production of a permanent current of electricity by ordinary magnets. » Si l'appareil de Faraday avait été mieux construit, il aurait même donné un courant constant; mais il n'aurait fourni qu'un courant de faible intensité. La machine de M. Gramme produit une force électro-motrice de 15 éléments Daniell ou plus lorsque sa vitesse est suffisante.

Cette nouvelle machine magnéto-électrique se compose d'un anneau de fer doux sur lequel est enroulé toujours dans le même sens un fil de cuivre recouvert d'une substance isolante. Les deux bouts du fil qui se rejoignent sont réunis l'un à l'autre : un circuit continu se trouve ainsi formé. Si l'on fait tourner cet électro-aimant d'espèce particulière entre les pôles d'un aimant en fer à cheval, disposé ainsi que le montre la *fig.* 1, on peut recueillir un courant continu.

Fig. 1.



L'auteur explique la théorie de la manière suivante : « Le pôle B produira dans la partie de l'anneau qui est dans son voisinage un courant dont le sens pourra être déterminé, soit au moyen de l'expérience directe, soit en se reportant à l'expérience que nous avons rapportée sur l'électro-aimant droit. On comprend aisément que le pôle A produira dans son voisinage un courant de sens contraire au précédent. Enfin il est aisé de se rendre compte que, dans les deux parties de l'anneau placées à angle droit et qu'on peut appeler moyennes, il n'y a aucun courant produit. Si donc on veut recueillir les deux courants contraires produits simultanément dans le fil de l'électro-aimant, il suffit d'établir deux frotteurs correspondant aux parties moyennes P et N, qui sont comme les rhéophores de cette pile d'un nouveau genre. »

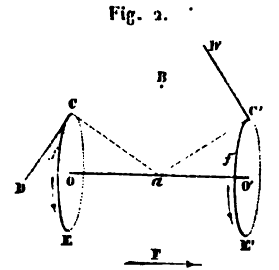
---

(1) *Experimental Researches*. 1re série, année 1831, §§ 83 et suiv.

La conclusion est exacte : mais il nous semble bon de rattacher la production du courant à la théorie générale de l'induction, ce qui ne présente aucune difficulté. Les explications qui suivent conviennent d'ailleurs à la machine inventée par M. de Romilly.

Quatre pôles agissent sur l'hélice enroulée : les pôles A et B de l'aimant et les pôles *ab* qu'ils développent dans le fer doux ; les uns et les autres sont constants de position dans l'espace, si bien que l'on peut ne pas tenir compte du mouvement de l'anneau de fer et considérer seulement le mouvement de l'hélice dans un champ magnétique immobile. Une des spires CE (*fig.* 2) s'approche des pôles B, et *a* passe au delà après avoir enveloppé le second de ces

Fig. 2.



pôles. Comment ce mouvement produit-il un courant, qui reste de même sens *f*, *f'* et pendant que cette spire s'approche et pendant qu'elle s'éloigne? On s'en rend compte en appliquant la loi de Lenz.

Considérons, en effet, le mouvement dans le voisinage du pôle *a*, et remplaçons par une translation rectiligne, dirigée suivant la flèche F, le mouvement curviligne réellement décrit par une spire à laquelle nous substituerons la circonférence CE, ce qui est évidemment permis. Soit C un élément quelconque du courant *f*. Faisons passer un plan par le milieu de l'élément C et par OO' ligne des centres du courant circulaire dans deux de ses positions, et prenons ce plan CE E'C' comme le plan sur lequel est tracée la figure.

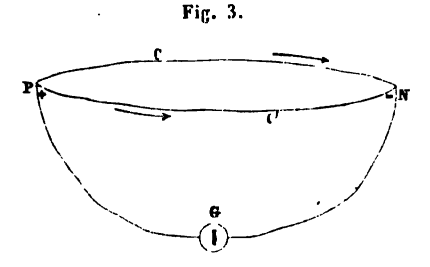
L'élément de courant C, normal au plan ainsi conduit, est repoussé par *a*. En effet, d'après les expériences de Biot et Savart, *a* exerce une action qui est normale au plan C*a* passant par l'élément C et par le pôle *a*. Cette force doit être dirigée à droite du courant, c'est-à-dire suivant CD qui est dans le plan même du papier. Elle empêcherait CE de s'approcher dans la direction F. Donc, d'après la loi de Lenz, *f* indique bien le sens du courant induit par le pôle *a*

pendant que CE s'en approche. On verrait par les mêmes considérations que f', qui est de même sens que f, indique la marche du courant lorsque C′E′ s'éloigne de a. Quant au pôle B, son action est concordante avec celle de a sur les éléments voisins : sur les autres, elle est en désaccord; mais l'action résultante est en réalité favorable à cause de la proximité des premiers éléments.

M. de Romilly avait déjà, dès l'année 1866, construit une machine dont le courant était produit par un système identique; mais il ne crut pas qu'il fût possible de continuer l'enroulement du fil dans le même sens sur toute la circonférence de l'anneau. En procédant ainsi, « on ne pourrait, dit-il, percevoir aucun courant. En effet, pendant qu'une demi-circonférence passerait devant un pôle, l'autre demi-circonférence semblable passerait devant le pôle opposé ». Il se développerait alors dans le fil deux courants, ou, pour mieux dire, deux forces électro-motrices qui se détruiraient. Pour arriver à son but, cet inventeur enroula le fil sur la seconde moitié de l'anneau en sens contraire du premier. Il formait comme une machine de Clarke, et, de même qu'avec cette machine, il recevait dans les rhéophores un courant extérieur discontinu dont la direction était rendue constante au moyen d'un commutateur.

Ce que M. de Romilly regardait comme impossible, M. Gramme l'a réalisé. Il enroule le fil toujours dans le même sens sur l'anneau; les forces électro-motrices développées par les pôles A et b sont égales et de sens contraire à celles que développent B et a, dont

Fig. 3.



nous avons parlé, il est vrai; mais l'ensemble des deux moitiés du fil PCN, PC′N, que je représente déroulées et étendues dans la figure 3, est alors constamment dans le même état qu'une pile voltaïque dont le pouvoir électro-moteur amène et maintient de l'électricité négative en N et de l'électricité positive en P. Pour mettre cette pile en

activité, il suffit d'attacher des rhéophores en P et en N. Le galvanomètre G, par exemple, est traversé par le double courant induit.

Mais les points du fil qui passent aux points P et N se renouvellent sans cesse; ils sont recouverts d'une substance isolante. Comment établir les communications avec les rhéophores? On y parvient au moyen de frotteurs qui sont fixés en ces points P et N et qui appuient constamment non sur le fil même, mais sur des pièces métalliques, ou rayons, solidement maintenues, qui sont soudées de distance en distance sur la longueur du fil.

En théorie, on peut concevoir le fil assez fin et les pièces assez nombreuses pour que le courant soit constant; en pratique, il faut se limiter, mais le courant, quoique non constant, demeure rigoureusement continu. Il est continu : 1° parce que le mouvement producteur d'électricité est continu; 2° parce que le circuit n'est jamais rompu : en effet, chaque frotteur appuie à la fois sur deux ou trois rayons soudés aux intervalles de section du fil.

La machine de M. Gramme n'est donc pas seulement une machine de Clarke : c'est une pile qui donne un courant permanent; les variations de ce courant peuvent être réduites par la vitesse de rotation et par le nombre des rayons de contact.

CH. D'ALMEIDA.

A. KUNDT. — Ueber die anormale Dispersion der Körper mit Oberflächenfarben (Sur la dispersion anomale des corps à couleurs superficielles); deuxième et troisième Mémoires; *Annales de Poggendorff*, CXLIII, 149 et 259.

M. Kundt, après avoir rappelé les expériences relatées dans le premier Mémoire, et qui démontrent que les corps à couleurs superficielles possèdent une dispersion anomale, s'occupe d'une autre propriété optique qui paraît également appartenir à tous ces corps.

On peut affirmer avec une très-grande probabilité que les corps qui présentent des couleurs superficielles et une dispersion anomale ont encore une autre propriété qui leur est commune, et cette propriété est le *dichroïsme*. Ainsi la fuchsine, le bleu d'aniline, le violet d'aniline, le vert d'aniline, la murexide, la cyanine, le permanganate de potasse sont fortement dichroïques. On peut s'en assurer en faisant cristalliser les dissolutions de ces corps en couches très-minces sur des lames de verre, et en examinant les cristaux au microscope.

Il indique ensuite une expérience dans laquelle il a placé, entre une lentille et une lame de verre, une goutte de bleu d'aniline en dissolution, et n'a pu observer aucune déviation dans l'ordre des couleurs que présentent ordinairement les anneaux colorés de Newton. Il en conclut que les rayons qui ont dans l'air la plus petite longueur d'ondulation ont encore dans la dissolution la plus petite longueur d'ondulation, bien que l'indice de réfraction puisse être, pour ces rayons, plus petit que pour des rayons d'une plus grande longueur d'ondulation. La méthode directe de la réfraction à travers un prisme paraît donc, pour l'étude de la dispersion anomale, être préférable aux expériences fondées sur l'interférence.

Cette expérience nous semblerait devoir être répétée sous diverses formes.

M. Kundt a observé les phénomènes exclusivement avec un spectroscope, et s'est servi de la lumière solaire, ce qui a permis d'arriver à des résultats plus complets et plus étendus. Les prismes creux employés dans ces recherches étaient deux prismes de 25 degrés, qui avaient une arête assez aiguë et qui étaient formés de plaques de verre mastiquées l'une sur l'autre; l'un de ces prismes était mis à la place du prisme d'un spectroscope. On a employé trois de ces appareils : un plus petit, conforme au modèle construit par Bunsen et Kirchhoff, un grand appareil de Kirchhoff, disposé pour quatre prismes, et un grand spectromètre de Brunner. Les lunettes de ce dernier appareil avaient un grossissement un peu moins fort que celui de l'appareil à quatre prismes, mais donnaient un grand éclairement; ce sont celles qui conviennent le mieux pour l'observation des prismes liquides.

L'auteur, ayant ainsi confirmé les résultats de ses premières expériences, entreprit d'établir par l'expérience les lois principales de la dispersion anomale. Il y avait d'abord à prouver que, réellement, comme l'auteur l'avait supposé précédemment, l'indice de réfraction des rayons qui sont réfléchis à la surface des corps en forte proportion est très-grand ou très-petit. On peut faire à ce sujet les remarques suivantes : si un corps, par exemple un cristal d'une matière colorante tirée de l'aniline, réfléchit en forte proportion les rayons d'une certaine espèce, par exemple les rayons verts, ces rayons manqueront dans le spectre de la lumière transmise. Si l'on observe par voie spectrale la lumière transmise, elle

semblera montrer une bande d'absorption à la place que devraient occuper les rayons qui ont été réfléchis; et il est probable qu'aux endroits où commence l'absorption, sur les bords des bandes d'absorption, l'indice de réfraction augmente ou diminue rapidement. Ceci n'empêche pas que des parties entières du spectre, qui sont séparées par des bandes d'absorption, ne puissent avoir des indices anomaux de réfraction de valeurs telles qu'une partie correspondant à des rayons de longueur d'ondulation moindre soit moins déviée qu'une partie correspondant à des rayons de longueur d'ondulation plus grande.

Pour décider cette question, M. Kundt a employé la méthode des prismes croisés de Newton. Derrière un prisme de verre à arête horizontale, qui recevait la lumière, il plaça un prisme creux à arête perpendiculaire à la précédente contenant une substance qui possède la dispersion anomale, le spectre oblique que l'on obtient présente un aspect tout différent de son aspect ordinaire et tout particulier, mais qui est complétement en accord avec les remarques faites plus haut. Si l'on part des rayons qui ont la plus grande longueur d'ondulation, et que nous supposerons former la partie supérieure du spectre, on voit que, pour tous les corps à couleurs superficielles qui absorbent le milieu du spectre, la déviation des rayons rouges augmente avec une rapidité extrême, de sorte que, si les dissolutions sont concentrées, le rouge s'étend au-dessus de la bande d'absorption en formant une longue bande, presque horizontale. Sous la bande d'absorption se trouve, si l'absorption a porté surtout sur le jaune et sur une partie du vert, une bande verdâtre aussi longue que la bande rouge. Pour le bleu et le violet, la déviation a à peu près sa valeur normale.

L'auteur donne ici la liste des corps sur lesquels il a pu constater, dans ses nouvelles expériences, la dispersion anomale, liste qui doit être ajoutée à celle contenue dans le premier Mémoire. Pour ces corps, les anomalies de dispersion ne se manifestent souvent que pour les rayons qui se trouvent tout à fait dans le voisinage d'une bande d'absorption. Voici cette seconde liste, où les corps sont tous considérés comme étant en dissolution : rouge Magdala (*magdalaroth*), coralline, alizarine (dissoute dans la potasse), orselline, tournesol, iode (dissous dans un mélange de chloroforme et de sulfure de carbone), bois de campêche (*Hæmatoxylon Campechia-*

num, en extraits aqueux et ammoniacal), bois rouge (extrait ammoniacal), bois de sandal (extraits alcoolique et ammoniacal), bois de Fernambouc (extrait ammoniacal), sang (extrait aqueux rouge), hématine, chlorophylle. Plusieurs de ces dissolutions devaient être aussi concentrées que possible.

L'auteur n'a examiné jusqu'à présent que deux corps à l'état solide : le cyanure de platine et de magnésium et l'oxalate ammoniacal de chrome. Ces deux substances se trouvaient à l'état de cristaux prismatiques qui n'étaient pas complétement transparents. Pour le sel de chrome, on obtient une indication peu marquée d'anomalie dans la réfraction. Pour le sel de platine, l'un des rayons donne une forte bande d'absorption au milieu du spectre; dans l'autre rayon, le bleu et le vert se trouvent absorbés jusqu'au jaune. On observe aussi pour ce dernier rayon une rapide augmentation de l'indice de réfraction du rouge au jaune. La dissolution de cyanure de platine et de magnésium est presque incolore : elle ne donne ni bandes d'absorption, ni dispersion anomale. La dissolution du sel de chrome présente quelques indices d'anomalies dans la dispersion.

A la fin de son Mémoire, M. Kundt remarque qu'il existe un grand nombre de corps qui donnent lieu à des phénomènes d'absorption, mais qui ne présentent pas de couleurs superficielles sensibles : tels sont les verres colorés, la plupart des sels colorés, etc.

Il a examiné un grand nombre de corps colorés, ne présentant pas de couleurs superficielles. Un premier groupe de ces corps, comprenant ceux qui absorbent l'extrémité bleue et violette du spectre, comme la dissolution de chlorure de fer, celle de l'iode dans l'alcool, l'acide chromique, donna une augmentation extraordinaire de l'indice de réfraction dans le passage du rouge au jaune. Sur un autre groupe de ces corps, qui donnent des bandes d'absorption au milieu de leurs spectres, comme les sels de cobalt et la variété verte de l'alun de chrome, on peut reconnaître, en se servant de dissolutions très-concentrées, de petites déviations dans le spectre.

L'auteur termine en reconnaissant que ses expériences sont encore loin d'être complètes et doivent être étendues ultérieurement.

A. Lévistal.

CLAUSIUS. — Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine mechanische Principien (Sur la réduction du deuxième principe de la théorie mécanique de la chaleur aux principes généraux de la mécanique); *Pogg. Ann.*, CXLII, 142.

Dans ce Mémoire, M. Clausius s'est proposé de rattacher le principe de Carnot, qui est le deuxième principe fondamental de la théorie mécanique de la chaleur, aux lois générales de la mécanique.

Si l'on considère la chaleur comme un mouvement des dernières particules des corps, le premier principe de la théorie mécanique de la chaleur, l'équivalence du travail et de la chaleur, apparaît immédiatement comme une conséquence du théorème fondamental de l'équivalence du travail et de la force vive. M. Clausius a pensé que le principe de Carnot devait de même pouvoir se déduire des théorèmes connus de la mécanique, du moment que l'on regardait la chaleur comme un mouvement. La nature de ce mouvement nous est évidemment inconnue. M. Clausius suppose seulement que chacun des points matériels dont l'ensemble constitue le corps se meut dans un espace limité et que, de même, la vitesse reste toujours comprise entre certaines limites (1).

Considérons d'abord un point matériel unique de masse m et de coordonnées x, y, z, et admettons que la résultante des forces agissant sur ce point soit telle que ses trois composantes suivant les trois axes coordonnés soient les dérivées partielles d'une même fonction des coordonnées, en d'autres termes, qu'il existe une *fonction des forces* (2), c'est-à-dire que la résultante rentre dans cette classe de forces que M. Helmholtz appelle *forces centrales*. Sous l'action de cette résultante, le point prendra un mouvement périodique sur une trajectoire fermée.

Imaginons maintenant que ce mouvement éprouve une modification infiniment petite quelconque de laquelle résulte un nouveau mouvement périodique sur une trajectoire fermée. Il en résultera, pour les coordonnées du point, les composantes de la vitesse, les composantes de la force, etc., des modifications que nous appellerons les *variations* de ces quantités, et que nous désignerons par la

(1) M. Clausius désigne ce genre de mouvement par l'expression de *mouvement stationnaire* (stationäre Bewegung).

(2) Au lieu de considérer la fonction des forces, M. Clausius préfère considérer, ce qui revient au même, la fonction qu'il désigne sous le nom d'*ergiel* (ergal) et qui est égale à une constante moins la fonction des forces. Une force centrale est donc pour lui une force qui a un ergiel. On remarquera que le potentiel est précisément l'ergiel d'une force variant en raison inverse du carré de la distance; la notion de l'ergiel n'est donc que la généralisation de la notion du potentiel.

lettre δ, tandis que nous appellerons *différentielles* des mêmes quantités, et nous désignerons par la lettre d, comme d'habitude, les modifications qu'éprouvent ces quantités dans le cours d'un même mouvement : ainsi dx, par exemple, sera l'accroissement de x pendant le temps infiniment petit dt pour un mouvement déterminé, et δx représentera la différence entre la valeur de x dans le mouvement primitif et la valeur correspondante de x dans le mouvement modifié. Cette différence sera parfaitement déterminée du moment que nous aurons défini ce que nous entendons par valeurs correspondantes dans les deux mouvements.

Soient i la durée constante de la révolution sur la trajectoire primitive et t le temps variable que le mobile m emploie pour aller de la position de départ à la position (x, y, z); posons

$$t = i\varphi.$$

Posons de même pour le mouvement modifié

$$t' = i'\varphi.$$

Nous appellerons époques correspondantes dans les deux mouvements les époques t et t' correspondant à une même valeur de la quantité φ, quantité que nous pouvons nommer la *phase*.

Cela posé, cherchons le travail effectué pendant le passage du mouvement primitif au mouvement modifié, et pour cela considérons l'expression

$$\frac{dx}{dt}\delta x$$

et différentions-la par rapport à φ. Nous avons ainsi

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2x}{dt\,d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\frac{d(\delta x)}{d\varphi}.$$

Mais, dans la variation, la phase φ doit être considérée comme constante. Si donc une quantité, δx, doit être successivement variée, puis différentiée par rapport à φ, on peut intervertir l'ordre des deux opérations. L'équation précédente peut donc s'écrire

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2x}{dt\,d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)$$

ou

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\left(\frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\varphi}\right)$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\varphi}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right) + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\delta\left(\frac{dt}{d\varphi}\right)$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{1}{2}\frac{dt}{d\varphi}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\delta\left(\frac{dt}{d\varphi}\right).$$

Mais de l'équation $t = i\varphi$ résulte $\frac{dt}{d\varphi} = i$, car dans la différentiation on doit re-

garder i comme une constante, puisque la différentiation se rapporte à un même mouvement. On a donc

$$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right) = i\,\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x + \frac{1}{2}\,i\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta i.$$

Intégrons de $\varphi = 0$ à $\varphi = 1$, c'est-à-dire pour une révolution entière. Le premier membre de l'équation donne o, car

$$\int_0^1 \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right) d\varphi = \left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_{\varphi=1} - \left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_{\varphi=0}$$

et $\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_{\varphi=0}$ et $\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_{\varphi=1}$ sont deux quantités égales, puisque ce sont pour une révolution entière la valeur initiale et la valeur finale d'une même quantité $\frac{dx}{dt}\,\delta x$.

Pour ce qui regarde le second membre, remarquons d'abord que, dans l'intégration par rapport à φ, les quantités i et δi sont à considérer comme constantes. Pour une quantité fonction de φ, x par exemple, on a

$$\int_0^1 x\,d\varphi = \frac{1}{i}\int_0^i x\,dt;$$

or $\frac{1}{i}\int_0^i x\,dt$ n'est autre chose que la valeur moyenne de x pendant la durée i de la révolution, valeur que nous désignerons par x. Ce que nous disons ici de x s'applique évidemment aux quantités $\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ et $\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. Observons enfin que la moyenne d'une variation est égale à la variation de la moyenne, et nous pourrons écrire

$$0 = i\,\frac{d^2\mathrm{x}}{dt^2}\,\delta\mathrm{x} + \frac{1}{2}\,i\delta\left(\frac{d\mathrm{x}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\mathrm{x}}{dt}\right)^2 \delta i,$$

ou, en divisant par i et transposant,

$$-\frac{d^2\mathrm{x}}{dt^2}\,\delta\mathrm{x} = \frac{1}{2}\,\delta\left(\frac{d\mathrm{x}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\mathrm{x}}{dt}\right)^2 \delta(\log i).$$

Comme on a une équation semblable pour les autres coordonnées, il vient

$$-(\mathrm{X}\delta\mathrm{x} + \mathrm{Y}\delta\mathrm{y} + \mathrm{Z}\delta\mathrm{z}) = \frac{m}{2}\,\delta\mathrm{v}^2 + m\mathrm{v}^2\delta(\log i),$$

X, Y, Z étant les composantes suivant les trois axes de la force agissant sur le point matériel, et v la vitesse du point.

Considérons maintenant un système de points matériels ayant des mouvements semblables, mais avec des phases différentes.

Si l'on désigne par δL la somme des travaux provenant pour le système entier

du passage du mouvement primitif au mouvement modifié, on aura dans tous les cas, en étendant les sommations à tous les points du système,

$$\delta L = \Sigma \frac{m}{2} \delta(v^2) + \Sigma m v^2 \delta(\log i),$$

équation dans laquelle on a pu rétablir les italiques et supprimer les lettres romaines indiquant les moyennes, parce que, à cause du grand nombre de points qui se meuvent en offrant à un instant donné toutes les phases possibles, la valeur qu'une fonction quelconque de la phase possède à une certaine époque est égale à sa valeur moyenne.

Cette équation, établie pour un système quelconque de points matériels décrivant tous dans leurs mouvements des trajectoires fermées, s'applique encore au cas où les trajectoires ne seraient pas fermées; car, si l'on projette les mouvements sur une direction donnée, l'axe des x par exemple, la valeur moyenne de la quantité $\frac{d^2x}{dt^2}\delta x$ pour un groupe entier de points animés de mouvements nécessairement périodiques et semblables pourra s'exprimer comme plus haut, i désignant alors la durée moyenne d'une période. L'équation précédente est donc tout à fait générale.

Dans un système quelconque de points matériels agissant les uns sur les autres, la force vive d'un groupe de points ne peut pas changer sans que la force vive des autres groupes ne change également, et ce n'est que lorsqu'un certain équilibre s'est établi entre les forces vives de tous les différents points du système que les mouvements de ces points reprennent la régularité qu'ils avaient avant la modification. Nous ferons pour le mouvement que nous appelons chaleur l'hypothèse spéciale que l'équilibre s'établit toujours de telle sorte qu'un rapport invariable se maintienne entre les forces vives des différents points [1] : la force vive moyenne de chaque point sera alors représentée par un produit de la forme mcT, m étant la masse du point, c une autre constante déterminée pour chaque point, et T une grandeur variable avec l'état du système, mais la même pour tous les points. L'équation donnée plus haut s'écrira alors

$$\delta L = \Sigma mc\delta T + \Sigma 2mcT\delta(\log i)$$

ou

$$= \Sigma mc\delta T + T\Sigma 2mc\delta(\log i) \quad (^2).$$

(¹) Cette hypothèse est parfaitement plausible; car, si la force vive moyenne du système a pour mesure la température absolue, comme tous les points doivent nécessairement être à la même température, la force vive moyenne de chaque point est dans un rapport constant avec la force vive du système.

(²) Cette équation peut s'écrire

$$\begin{aligned}\delta L &= T\left[\sum mc\frac{\delta T}{T} + \sum 2mc\delta(\log i)\right]\\ &= T\delta\Sigma mc \log(Ti^2)\\ &= \frac{T}{A}\delta Z,\end{aligned}$$

La modification apportée à l'état du système provient de ce qu'une certaine quantité de force vive δq a été communiquée au système par un moyen quelconque, puis le système a été abandonné à lui-même. La force vive ainsi communiquée a produit un accroissement δh de la force vive h contenue dans le système et le travail mécanique $\delta \mathrm{L}$; on a donc

$$
\begin{aligned}
\delta q &= \delta h + \delta \mathrm{L}, \\
&= \delta \Sigma mc\mathrm{T} + \delta \mathrm{L}, \\
&= \Sigma mc\delta \mathrm{T} + \delta \mathrm{L}, \\
&= \Sigma 2mc\delta \mathrm{T} + \mathrm{T}\Sigma 2mc\delta(\log i), \\
&= \mathrm{T}[\Sigma 2mc\delta(\log \mathrm{T}) + \Sigma 2mc\delta(\log i)], \\
&= \mathrm{T}\Sigma 2mc\delta[\log(\mathrm{T}i)], \\
&= \mathrm{T}\delta\Sigma 2mc\log(\mathrm{T}i).
\end{aligned}
$$

Multiplions les deux membres par A, l'équivalent calorifique du travail, et posons

$$\mathrm{A}\delta q = \delta \mathrm{Q},$$

et

$$\mathrm{A}\Sigma 2mc\log(\mathrm{T}i) = \mathrm{S}\ (^1);$$

il vient

$$\delta \mathrm{Q} = \mathrm{T}\delta \mathrm{S},$$

ou, en remplaçant les δ par des d, puisqu'il ne s'agit plus maintenant que d'un seul mode d'accroissement, et divisant par T,

$$\frac{d\mathrm{Q}}{\mathrm{T}} = d\mathrm{S}.$$

---

en introduisant la fonction Z

$$\mathrm{Z} = \mathrm{A}\Sigma mc\log(\mathrm{T}i^2),$$

qui est ce que M. Clausius a appelé la *disgrégation*.

L'équation $d\mathrm{L} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}d\mathrm{Z}$ n'est autre chose que la traduction analytique du théorème suivant, énoncé précédemment par M. Clausius : « La force agissante de la chaleur est proportionnelle à la température absolue » (*Pogg. Ann.*, CXVI), théorème qu'un Mémoire, antérieur à celui dont je viens de rendre compte, avait spécialement pour but de rattacher à un théorème général de mécanique (*Pogg. Ann.*, CXLI, 124). On trouvera ce Mémoire, traduit, dans les *Comptes rendus de l'Académie*, 1870. J'observerai seulement que le théorème de mécanique correspondant au théorème de thermodynamique est représenté par l'équation $\sum \frac{m}{2}v^2 = -\sum \frac{1}{2}(\mathrm{X}x + \mathrm{Y}y + \mathrm{Z}z)$, ce que M. Clausius énonce en disant : « La force vive moyenne du système est égale à son *viriel* ». Il désigne en effet par *viriel* la somme $-\sum \frac{1}{2}(\mathrm{X}x + \mathrm{Y}y + \mathrm{Z}z)$.

(1) S est ce que M. Clausius a appelé l'*entropie*.

Intégrons le long d'un cycle fermé, et remarquons que, pour le cycle entier, la quantité S a repris à la fin la même valeur qu'au commencement; nous avons

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

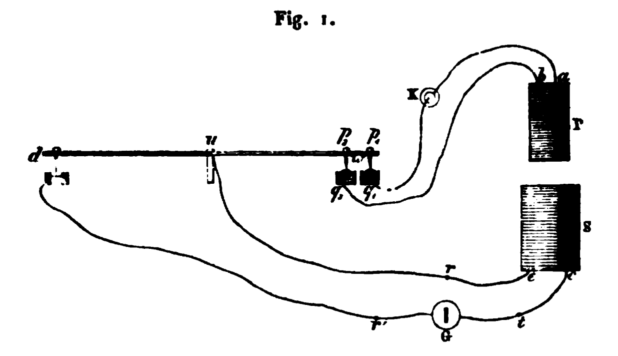
Ce qui est, si T représente la température absolue, l'équation même que M. Clausius a donnée, dès 1854, comme étant la traduction analytique du principe de Carnot pour un cycle entier réversible (*Pogg. Ann.*, XCIII, 481).

J. VIOLLE.

BERSTEIN. — Ueber elektrische Oscillationen im inducirten Leiter (Sur les oscillations électriques du courant induit); *Annales de Poggendorff*, CXLII, 1871, n° 1.

Description de l'interrupteur. — Une roue de laiton est fixée horizontalement au milieu d'un axe d'acier vertical : elle porte sur l'un des points de son contour une pointe d'acier (*fig.* 1), qui est isolée

Fig. 1.



de la roue, et qui peut toucher pendant la rotation un fil de cuivre fin d. Ce contact sert à fermer le circuit induit pendant un instant très-court. Sur le bord de la même roue, est placée une tige cylindrique w munie de deux pointes d'acier p_1 et p_2; ces deux pointes peuvent, pendant la rotation, raser la surface du mercure que contiennent deux godets annulaires isolés q_1 et q_2; les deux extrémités du circuit inducteur communiquant avec les deux godets, le circuit inducteur se trouve fermé pendant le temps du contact. Les deux pointes du circuit inducteur et celle du circuit induit se trouvent sur un

même diamètre. La pièce qui porte le fil de cuivre *d* peut se déplacer lentement autour de l'axe au moyen d'une vis micrométrique.

L'axe et la roue sont mis en mouvement par une machine électromagnétique : la roue faisait de 8 à 10 tours par seconde. Le contact de la pointe d'acier et du fil de cuivre était extrêmement court, car le fil n'avait que $\frac{1}{5}$ de millimètre de diamètre et n'était touché que sur son contour supérieur.

I. *Étude de la bobine induite.* — La bobine inductrice P pouvait être placée à l'intérieur de l'induite; elle avait une longueur de $12^c,5$, un diamètre de $3^c,5$ et était couverte de 3 couches d'un fil de cuivre de $1^{mm},2$ de diamètre. La bobine induite S avait la même largeur, 5 centimètres de diamètre et 6894 tours d'un fil de cuivre de $\frac{1}{4}$ de millimètre de diamètre. La figure fait comprendre la disposition : $aKq_1p_1p_2q_2b$ est le circuit inducteur, $cGdue$ est le circuit induit; ce dernier comprend un galvanomètre à 2 aiguilles et à miroir dont la bobine a 20000 tours et possède ainsi une résistance comparable à celle de la bobine induite; K figure la pile.

Voici comment on mesure d'abord le temps pendant lequel le circuit inducteur reste fermé à chaque tour de la roue; on fait passer le courant inducteur par $q_1p_1p_2udG$ et b; si le contact a lieu en d un peu avant la fermeture en q_1, l'aiguille de la boussole est immobile, on fait mouvoir lentement la vis qui déplace le fil d jusqu'à ce qu'on ait une déviation; on fait alors une lecture sur le cercle : on détermine de même la division correspondant à l'ouverture du circuit.

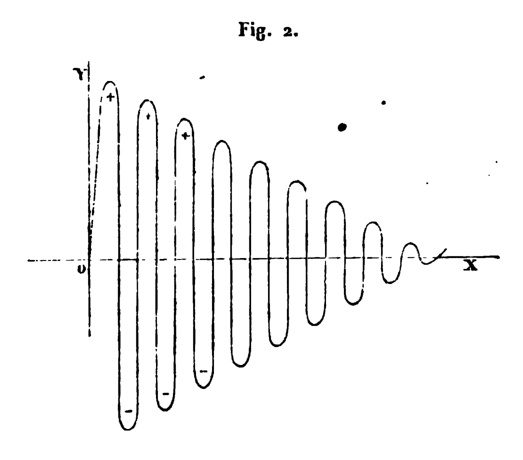
Dans les expériences qui suivent, le courant inducteur reste fermé à chaque tour de la roue pendant un temps qui correspond à 3 ou 4 centimètres de la circonférence. Si la roue fait 10 tours à la seconde, ceci fait 3 ou 4 millièmes de seconde. L'auteur suppose que ce temps permet au courant d'atteindre son état permanent.

1° *État électrique de la bobine induite à l'ouverture du circuit inducteur.* — Le contact en d a d'abord lieu au moment de l'ouverture, puis on le déplace à l'aide de la vis. Pour chaque position on observe la première impulsion de l'aiguille du galvanomètre. La courbe tracée dans la *fig.* 2 représente les résultats; les temps sont comptés sur l'axe des x; les impulsions correspondant à des courants de même sens que l'inducteur sont appelées positives.

Comme on le voit, à l'ouverture du courant inducteur, les extré-

mités ouvertes d'une bobine induite se comportent comme alternativement positives et négatives. Les oscillations vont en diminuant.

Fig. 2.



Les oscillations qui suivent la première durent le même temps. Dans une des expériences, la durée de l'une d'elles correspond à $\frac{5}{10000}$ de la circonférence et, comme un tour se faisait en $\frac{1}{10}$ de seconde, la durée d'une oscillation était de $\frac{1}{20000}$ de seconde. La première oscillation dure plus longtemps. La durée de la période totale des oscillations observables augmente avec l'intensité de l'inducteur. Cette durée était de $\frac{14}{10000}$ de seconde avec 2 éléments de Grove et seulement de $\frac{7}{10000}$ avec 1 Daniell.

Un rhéostat fut intercalé entre *r* et *t* (ce rhéostat était un fil de platine replié en zigzag et n'exerçant aucune induction sur lui-même); dans cette disposition, que nous appellerons *rt*, le circuit de la bobine induite reste toujours fermé et, quand le contact a lieu en *d*, un courant dérivé traverse la boussole. Dans ce cas, les impulsions sont toujours de même sens et positives ; l'intensité atteint assez vite son maximum et décroit beaucoup plus lentement que dans le cas où la bobine est ouverte. Il est à remarquer que la courbe présente alors des maxima et des minima distants en moyenne de $\frac{1}{10000}$ de seconde.

Lorsque l'interruption n'a plus lieu brusquement (on la retarde en tenant la bobine inductrice fermée par une dérivation), les courbes induites de fermeture et d'ouverture ne présentent plus d'oscilla-

tions. Pour que les oscillations se produisent, il est donc nécessaire que l'interruption soit instantanée. Dans toutes ces expériences, que la bobine inductrice fût intérieure à l'induite ou qu'elle en fût à une certaine distance, l'action inductrice a commencé à l'instant même de l'ouverture.

II. *Étude de la bobine inductrice au moment de l'ouverture du courant.* — La disposition employée diffère nécessairement de la précédente; le bout *e* du fil *eu* est mis en communication avec *b*, le bout *c* du fil *de* avec *a*, et la bobine S est supprimée. La bobine inductrice ayant peu de tours, on prit un galvanomètre à fil court.

Si le contact a lieu en *d* pendant que le circuit est fermé en *q*, on a un courant dérivé dans le galvanomètre; mais, au moment de l'ouverture, nous avons un fort courant de sens contraire; remarquons qu'en réalité il traverse la bobine dans le même sens que le courant de la pile. Ce courant dure peu de temps et est suivi de faibles oscillations. On peut mesurer la durée de l'étincelle d'ouverture, car elle disparaît en *q* tant que le contact a lieu pendant le temps où elle se forme : cette durée coïncide avec la durée de la première oscillation. La première oscillation est ce que l'on appelle l'extra-courant d'ouverture de la bobine.

Si la bobine inductrice présente un grand nombre de tours, le mouvement électrique revient au repos à l'ouverture du courant après un grand nombre d'oscillations alternativement de sens contraires. Ces oscillations ont le même aspect que celles qui ont été figurées pour la bobine induite.

Si la bobine inductrice, au lieu de rester ouverte, est constamment fermée au moyen d'un rhéocorde, la courbe ne présente plus d'oscillations : le maximum est atteint très-vite; la diminution est d'abord rapide, puis très-lente : la durée de l'extra-courant dans une des expériences atteignait $\frac{2}{1000}$ de seconde.

E. Branly,
Répétiteur de Physique à l'École des Hautes Études.

EXPÉRIENCES PHOTOMÉTRIQUES;

PAR M. C. WOLF.

Ayant à mesurer les quantités de lumière utilisées dans les divers instruments astronomiques, lunettes, télescopes, sidérostats, j'ai employé à ces mesures un photomètre de construction très-simple, dont je crois utile de donner la description, parce qu'il est facile de le réaliser avec les éléments que l'on trouve dans tous les cabinets de physique.

Sur une même table sont fixés horizontalement, à la même hauteur, deux collimateurs *a* et *b* et une lunette *c* (*fig.* 1), dont les objectifs

Fig. 1.

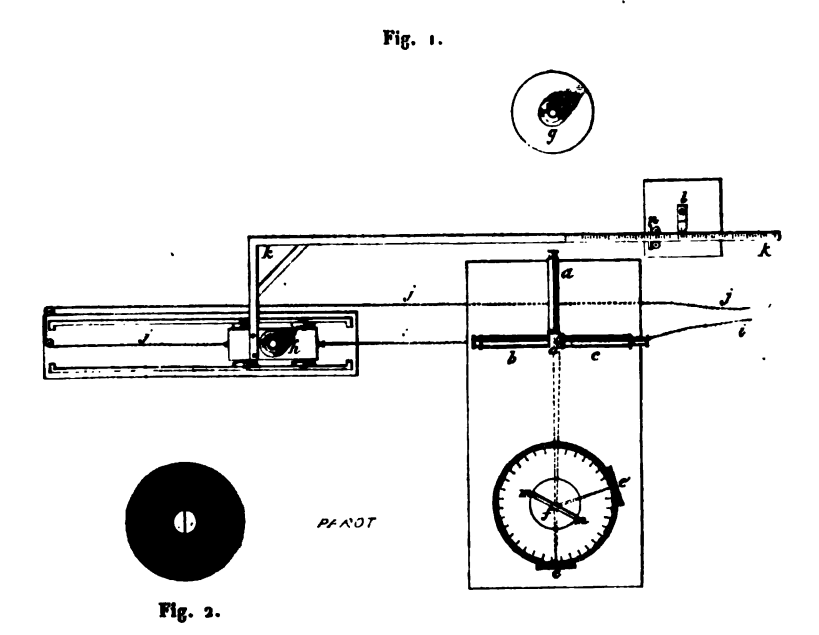


Fig. 2.

ont la même distance focale, 40 centimètres environ. La lunette étant pointée sur l'infini, on a réglé les collimateurs de manière à voir nettement dans la lunette les petites ouvertures, en forme de demi-cercle, percées dans les plaques métalliques qui ferment les tubes des collimateurs. Devant le collimateur *b*, et sur le prolonge-

ment de son axe, se trouve une lampe à modérateur *h*, placée sur un chariot mobile entre deux rails de bois fixés sur un banc. Des cordons *i* et *j*, dont les extrémités sont à portée de la main de l'observateur ayant l'œil à la lunette, permettent de faire courir le chariot sur ce banc et de faire varier l'intensité de l'éclairement de la lunule du collimateur *b*. Une deuxième lampe *g*, fixée sur un guéridon, éclaire d'une manière constante la lunule du collimateur *a*.

Ces deux lampes sont des modérateurs du système Bernard, à cheminées de verre cylindriques sans étranglement, disposition très-commode pour toutes les expériences d'optique. Elles sont entourées d'un cylindre de carton, percé d'une petite ouverture circulaire à la hauteur du centre de la flamme.

Le faisceau des rayons émanant de la lampe *g*, après avoir traversé la lunule et avoir été parallélisé par l'objectif du collimateur *a*, vient tomber sur un miroir plan *e* de verre argenté. On règle ce miroir de manière à renvoyer le faisceau sur un prisme à réflexion totale *d*, fixé devant l'objectif de la lunette *c*, dont il recouvre une des moitiés. L'œil voit alors simultanément, dans le champ de la lunette, les images, également nettes et de même grandeur, des deux lunules des collimateurs, que l'on règle de telle façon qu'elles se présentent l'une à l'autre dans le champ par leur côté rectiligne. Des mouvements convenables du miroir *e* et du prisme *d* les amènent au contact (*fig.* 2).

Ces deux images étant ainsi accolées, l'expérience consiste à les rendre d'égale intensité par la variation de distance de la source de lumière *h*. De tous les procédés photométriques, c'est celui qui m'a paru, après de nombreux essais, le plus sûr et le plus commode. Si les images lumineuses dont l'œil doit apprécier l'égalité se réduisent à deux points dans le champ de vue, cette appréciation est très-difficile. Le jugement doit porter sur des plages un peu étendues et de plus juxtaposées. On a proposé aussi de réduire l'une des images à un point se projetant au milieu d'un champ éclairé uniformément par la source variable, et de faire varier celle-ci jusqu'à ce que la petite étoile disparaisse. D'après les expériences de Bouguer ([1]), la lumière de l'étoile, au moment où elle se noie dans l'éclairement du champ, est une fraction constante de l'intensité du fond lumineux,

([1]) Bouguer, *Essai d'optique pour la gradation de la lumière*, p. 51.

égale à $\frac{1}{64}$. Mais tous ceux qui ont observé les étoiles en plein jour, ou la nuit en éclairant le champ de la lunette, savent qu'une étoile, d'abord invisible, apparait souvent lorsque l'œil connait exactement la place qu'elle occupe. D'où il suit que, si, dans une expérience photométrique, on cherche à noyer une étoile dans la lumière graduellement croissante du fond, il faudra rendre cette lumière bien supérieure à 64 fois l'intensité de l'étoile ; tandis que, si l'expérience se fait en sens inverse, par une diminution graduelle de l'éclairement du champ, l'étoile dont la position est inconnue n'apparaitra que lorsque son intensité sera supérieure à $\frac{1}{64}$ de l'intensité du fond ; et l'expérience m'a montré que l'écart entre les deux résultats ainsi obtenus peut être très-considérable.

Zöllner a fondé également son astrophotomètre (1) sur la propriété de l'œil d'apprécier avec une grande exactitude l'égalité d'éclairement de deux plages juxtaposées ; mais il les obtient en faisant arriver les deux faisceaux de lumière sur l'objectif, de manière que chacun d'eux en recouvre la moitié : l'œil, placé très-près du foyer, sans oculaire, voit l'objectif éclairé dans toute son étendue, et il s'agit de rendre égal l'éclairement des deux moitiés. L'emploi de ce procédé m'a présenté une difficulté dans la nécessité de conserver l'œil parfaitement immobile ; si la pupille se déplace à droite ou à gauche, elle ne reçoit plus qu'une portion de l'un des faisceaux : la moitié correspondante de l'objectif s'assombrit uniformément dans toute son étendue, de sorte que le rapport des éclairements varie en apparence suivant la position de l'œil. L'emploi d'un diaphragme percé d'un petit trou ne suffit pas pour corriger cet inconvénient. On peut, il est vrai, fixer l'œil en replaçant l'oculaire de la lunette et visant l'anneau oculaire à l'aide d'un second oculaire, comme dans le dynamètre de Ramsden ; mais cette disposition rend très-difficile le réglage de la direction des faisceaux.

Un avantage, signalé par Zöllner, du procédé qu'il emploie est que les deux plages éclairées sont juxtaposées sans interposition d'aucune frange de diffraction, ce qui n'a plus lieu dès qu'on juxtapose deux images focales réelles. Dans ces conditions, dit-il (2), lorsque la teinte des deux faisceaux est rigoureusement la même, le moment

(1) ZÖLLNER, *Photometrische Untersuchungen* ; Leipzig, 1865.
(2) *Loco citato*, p. 78, en note.

de l'égalité des surfaces éclairées est marqué par une illusion optique, le champ de vue paraissant tout à coup parfaitement homogène, comme un disque brillant uniforme; ce qui n'a pas lieu, ajoute-t-il, dans le photomètre de Steinheil, où les surfaces à comparer sont séparées par de légères franges de diffraction.

J'avoue n'avoir jamais obtenu le phénomène signalé par Zöllner, et d'autre part je n'ai trouvé aucune difficulté à apprécier l'égalité d'éclat des deux lunules séparées par des franges. Un phénomène d'un autre ordre peut servir très-utilement à apprécier le moment où l'égalité est obtenue. On sait que, lorsqu'on regarde un objet à l'aide d'une lunette, l'image de cet objet est parcourue sans cesse par les images confuses des impuretés de l'œil; au moment où les deux lunules juxtaposées atteignent l'égalité, ces images superposées semblent passer de l'une sur l'autre sans difficulté, comme des gouttes d'huile glissant sur un plan parfait, tandis que jusque-là elles étaient pour ainsi dire arrêtées à la séparation des deux demi-lunes.

Il ne faut pas d'ailleurs, dans ces opérations, chercher à corriger par des tâtonnements successifs la position de la lampe mobile pour laquelle l'égalité des images a apparu tout d'abord. Ici, comme dans tous les pointés délicats, il vaut mieux s'en tenir à la première impression, et répéter l'opération un certain nombre de fois pour obtenir une moyenne exacte. Lorsqu'on examine longtemps les deux images accolées, on peut parfois arriver à changer très-notablement l'intensité de l'une d'elles sans que l'œil s'en aperçoive; à tel point que si, après avoir établi une égalité apparente par de longs tâtonnements, on quitte un instant l'oculaire et qu'on y remette l'œil, on est surpris de l'énorme différence d'intensité à laquelle l'œil avait pu s'habituer.

Dans une série de dix observations, je trouve que l'écart moyen de la position de la lampe sur sa position moyenne s'élève à 0,91, la distance absolue étant 100. L'erreur probable d'une détermination de cette position est 0,77. On voit que j'établis l'égalité des deux images avec une approximation d'environ $\frac{1}{60}$, ce qui est la limite d'exactitude généralement admise.

Il faut, dans ces expériences, veiller à ce que chacun des deux faisceaux de lumière soit admis en entier dans la lunette. Pour s'en assurer, on enlève l'oculaire, et l'on constate que, pour une même

position de l'œil, on voit sur l'objectif les sections entières de ces deux faisceaux.

Les rayons admis dans la lunette suivant dans tout leur trajet une marche géométrique, on n'a pas à craindre, avec ce photomètre, l'intervention des reflets ou des lumières étrangères. Il faut seulement éviter avec le plus grand soin toute lumière qui arriverait en suivant la même marche que les faisceaux réguliers, par conséquent, protéger par des écrans les lunules des collimateurs et les surfaces des miroirs ou des milieux qu'on fait agir sur le faisceau provenant de la lampe immobile. Dans mon appareil, la table qui porte les lunettes était tout entière recouverte d'une cage complétement noire.

Enfin, lorsqu'on opère seul, il est commode de transporter auprès de l'oculaire de la lunette la graduation sur laquelle se lit la position de la lampe mobile. C'est à quoi sert la règle *k*, fixée au chariot, qui vient se mouvoir sur une petite table entre des roulettes *n*, devant un index *l*. La distance de la partie antérieure de la flamme de la lampe à la lunule du collimateur se mesure une fois pour toutes pour une position connue de la règle *k*.

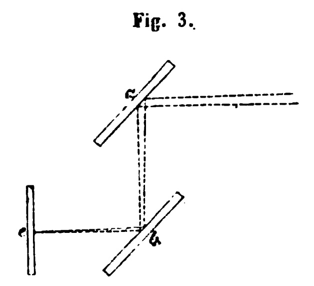
Dans les photomètres généralement usités, on produit la variation de l'intensité de l'une des sources de lumière à l'aide de deux prismes de Nicol, et l'on mesure cette variation d'après la loi du carré du cosinus. Ce procédé est très-commode lorsque les modifications d'intensité qu'on veut mesurer ne sont pas accompagnées de phénomènes de polarisation : on place alors le second Nicol devant l'oculaire même de la lunette et l'on a sous les yeux le cercle divisé sur lequel se mesure la rotation de ce prisme. Ici, la réflexion sur les miroirs polarisant la lumière, j'aurais dû mettre les deux Nicols sur le collimateur *b*, ce qui eût entraîné la nécessité d'un aide pour faire tourner l'un des prismes et inscrire les lectures. La variation de distance de la lampe *h* était plus pratique, et en outre elle m'offrait un avantage qui va ressortir de la disposition même des expériences.

Mesurons d'abord le pouvoir réflecteur d'un miroir plan en verre argenté. Sur la table du photomètre est fixé un cercle de carton, gradué en degrés. Le miroir *e* est porté par une alidade mobile autour du centre *f* de ce cercle. Le miroir *mm*, dont on veut déterminer le pouvoir réflecteur sous les diverses incidences, se place verticalement, de manière que sa face réfléchissante passe par le

même point *f*. Voici alors comment se conduit l'expérience. On enlève *mm*, on place l'alidade et le miroir auxiliaire en *e*, et l'on amène les deux images à l'égalité. Soit I l'incidence sous laquelle on veut mesurer le pouvoir réflecteur de l'argent; on ramène l'alidade et son miroir *e'* à faire l'angle 2I avec la direction du faisceau émergent du collimateur *a*, on met en place le miroir *mm*, et on le règle jusqu'à ce que l'on revoie de nouveau les deux lunules en contact. A ce moment, le faisceau provenant de *g* a subi une première réflexion sur *mm* sous l'angle I, une réflexion normale sur *e'*, et une deuxième réflexion sur *mm* sous le même angle I ou à fort peu près. Son intensité diffère donc de ce qu'elle était dans la première période, de la perte résultant d'une double réflexion sur *mm*. On ramène les deux images à l'égalité : la variation de distance de la lampe *h* donne la mesure directe du pouvoir réflecteur du miroir, sans aucun calcul.

Pour déterminer la proportion de lumière réfléchie par deux miroirs plans *a* et *b* (*fig.* 3), sous l'incidence de 45 degrés, lorsque les plans d'incidence tournent l'un par rapport à l'autre, j'adopte

Fig. 3.



la disposition de la *fig.* 3. Le miroir *e* sert encore à ramener les rayons sur eux-mêmes. On obtient la variation relative des plans d'incidence en faisant tourner l'ensemble de *b* et de *e* au-dessous de *a* immobile. On constate ainsi que le miroir de verre argenté polarise très-sensiblement la lumière naturelle : la perte de lumière résultant de cette polarisation est de 4 pour 100 lorsque les deux réflexions ont lieu dans des plans rectangulaires.

Je ne crois pas qu'aucun photomètre ait jamais été appliqué directement à la mesure de la perte que subit un faisceau de lumière en traversant un objectif. Les nombres adoptés pour cette perte résultent des expériences faites, depuis Bouguer, sur des lames à faces

parallèles. La marche géométrique des faisceaux permet ici d'interposer un objectif et de le faire traverser deux fois par la lumière dans les conditions mêmes où doit servir cet objectif. Le miroir auxiliaire étant en e, on place l'objectif sur le trajet du faisceau de rayons parallèles, de façon que son foyer se forme rigoureusement sur la face réfléchissante du miroir. On peut alors, par un réglage du prisme d, voir encore l'image de la lunule du collimateur a; et cette image est aussi nette et de même grandeur que si l'objectif n'existait pas. C'est même en l'amenant rigoureusement au point par le déplacement de l'objectif qu'on remplit la condition de faire coïncider le foyer avec la surface du miroir.

J'extrais des *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences, séance du 12 février 1872, les résultats suivants, que j'ai trouvés en étudiant des instruments en parfait état.

Un miroir argenté réfléchit une proportion de la lumière incidente sensiblement constante, 0,935, quelle que soit l'incidence.

Lumière réfléchie par deux miroirs plans sous l'angle de 45 degrés : les plans de réflexion parallèles, 0,86; les plans de réflexion rectangulaires, 0,82.

Quantités de lumière utilisées par les divers instruments astronomiques, abstraction faite de l'effet des oculaires :

Lunette-objectif à deux verres indépendants..........	0,80
Télescope à miroir argenté et prisme à réflexion totale..	0,84
Sidérostat de L. Foucault : un miroir plan et un objectif.	0,75
Appareil à deux miroirs plans et un objectif de M. Lœwy: plans de réflexions parallèles......................	0,70
Le même appareil : plans rectangulaires...............	0,67

SUR LES MESURES ÉLECTROSTATIQUES

(DEUXIÈME PARTIE);

PAR M. A. CORNU.

II. — POTENTIEL ÉLECTRIQUE D'UN CONDUCTEUR.

La notion du *potentiel* d'un conducteur électrisé s'est introduite naturellement dans l'étude des conditions d'équilibre électrique suivant les lois découvertes par Coulomb.

On remarque d'abord que, pour qu'une couche électrique reste en équilibre à la surface d'un corps conducteur, il faut que la résultante de toutes les forces attractives et répulsives qu'elle exerce sur un point intérieur soit nulle. Cette condition est nécessaire, car, si elle n'était pas remplie, il y aurait, d'après les phénomènes connus, décomposition de l'électricité neutre du conducteur, attraction sur l'une des masses électriques, répulsion sur la masse de signe contraire; dès lors il y aurait mouvement de l'électricité, et l'équilibre ne serait pas établi. Le même raisonnement montre que cette condition est suffisante.

Quant à l'action réciproque des masses électriques réparties sur la surface du conducteur, il est évident qu'elle n'est pas nulle : il suffit, pour l'équilibre, que la résultante de toutes les forces soit en chaque point du conducteur répulsive et normale à l'élément de surface, c'est-à-dire dirigée dans la seule direction où le mouvement des masses électriques soit impossible; on prévoit même, d'après un calcul très-simple dû à Coulomb, que la densité sur chaque élément de surface doit être proportionnelle à cette résultante (1).

(1) Cette résultante de toutes les masses électriques sur un élément de surface se calcule aisément. Divisons en deux parties l'action totale de la couche électrique sur un point très-voisin de la surface, celle de l'élément que pour plus de simplicité on prendra circulaire, et celle du reste de la surface électrisée; le point attiré est supposé placé sur la normale élevée au centre de l'élément à une distance infiniment petite e, soit extérieurement, soit intérieurement. L'action de l'élément, qui, vu du point attiré, paraît un plan indéfini, reste évidemment la même en valeur absolue lorsque le point est d'un côté ou de l'autre, à l'intérieur ou à l'extérieur de la surface; toutefois elle change de signe. Mais, dans le premier cas, cette action doit faire équilibre à celle du reste de la surface; dans le second, elle la double, car on peut dire, à cause de la grande distance des points de cette surface, que le déplacement $2e$ du point considéré est insensible.

L'action de l'élément, sur lequel la densité électrique moyenne est ρ, s'obtient en le décomposant en petites zones circulaires de rayons R, $R + dR$, c'est-à-dire de surface $2\pi R\,dR$ agissant à la distance $\sqrt{R^2+e^2}$; la composante normale de l'action est, en supposant le point chargé de l'unité d'électricité,

$$\rho\,\frac{2\pi R\,dR}{R^2+e^2}\,\frac{e}{\sqrt{R^2+e^2}} = 2\pi\rho e\,\frac{R\,dR}{(R^2+e^2)^{\frac{3}{2}}} = 2\pi\rho e\,\frac{d}{dR}\left(-\frac{1}{\sqrt{R^2+e^2}}\right),$$

dont l'intégrale prise depuis $R = 0$ jusqu'à $\frac{R}{e} = \infty$ est $-2\pi\rho$. Telle est l'action de l'élément sur un point situé à une distance infiniment petite de la surface; on voit qu'elle est indépendante de e. L'action de la surface entière est zéro ou $4\pi\rho$, suivant que le point est intérieur ou extérieur. Il est bon de remarquer qu'on n'a pas, à pro-

Analytiquement, la recherche de la distribution de l'électricité revient à répartir une masse électrique donnée en petites masses superficielles m, de telle sorte que, pour tout point intérieur situé à la distance r de la masse m, la somme $\sum \frac{m}{r}$ étendue à toute la surface reste constante ([1]). C'est cette fonction, qui se ramène évi-

---

prement parler, déterminé la résultante de la surface sur l'élément, mais seulement sur un point infiniment voisin. Le calcul précédent ne s'appliquerait pas si l'on avait $e = 0$. Néanmoins, le résultat est rigoureux en faisant abstraction de ce qui se passe dans l'intérieur de la couche électrique. *La densité en chaque point de la surface est proportionnelle à la résultante des actions de la surface entière.*

([1]) Soient m une masse quelconque positive ou négative et x, y, z ses coordonnées satisfaisant à l'équation de la surface $\varphi(x, y, z) = 0$; son action sur un point quelconque a, b, c, supposé chargé de l'unité d'électricité, aura pour composantes parallèles aux trois axes

$$\frac{m}{r^2}\,\frac{x-a}{r},\quad \frac{m}{r^2}\,\frac{y-b}{r},\quad \frac{m}{r^2}\,\frac{z-c}{r}.$$

La résultante totale aura pour composantes X, Y, Z la somme de ces composantes élémentaires, somme étendue à toutes les masses de la surface,

$$X = \sum \frac{m}{r^2}\,\frac{x-a}{r},\quad Y = \sum \frac{m}{r^2}\,\frac{y-b}{r},\quad Z = \sum \frac{m}{r^2}\,\frac{z-c}{r}.$$

La sommation doit être effectuée en donnant aux quantités x, y, z les valeurs des coordonnées qui correspondent à la masse m, les lettres a, b, c étant des constantes. Le résultat final ne contiendra que ces coordonnées a, b, c et les paramètres qui servent à définir géométriquement la surface. De quelque manière que les quantités a, b, c soient enveloppées dans le résultat final, on peut toujours faire par rapport à elles des opérations absolument indépendantes de la sommation relative à x, y, z. En particulier, considérons la variation de la distance r quand a, b, c varient infiniment peu; on a

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2,$$

d'où

$$r\,dr = -(x-a)\,da - (y-b)\,db - (z-c)\,dc;$$

par suite,

$$\frac{dr}{da} = -\frac{x-a}{r},\quad \frac{dr}{db} = -\frac{y-b}{r},\quad \frac{dr}{dc} = -\frac{z-c}{r},$$

en exprimant par la caractéristique d la dérivée *partielle* par rapport à l'une des lettres a, b, c, les deux autres étant supposées constantes. Substituant les valeurs que représentent ces dérivées dans X, Y, Z, on aura

$$X = \sum\left(-\frac{m}{r^2}\,\frac{dr}{da}\right),\quad Y = \sum\left(-\frac{m}{r^2}\,\frac{dr}{db}\right),\quad Z = \sum\left(-\frac{m}{r^2}\,\frac{dr}{dc}\right),$$

ou bien

$$X = \sum m\,\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{da},\quad Y = \sum m\,\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{db},\quad Z = \sum m\,\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dc}.$$

Ces symboles représentent deux groupes d'opérations entièrement indépendantes, puisqu'elles se rapportent à deux systèmes de variables (la sommation se rapportant à

demment au calcul d'une intégrale double qu'on nomme *potentiel*. Nous ne considérerons provisoirement que le *potentiel intérieur*, c'est-à-dire la valeur constante que prend cette fonction lorsqu'on choisit pour origine des distances r un point intérieur.

La réduction du problème à la sommation de quotients $\frac{m}{r}$ démontre que, si une loi de distribution est possible, toute distribution *semblable*, c'est-à-dire formée de masses proportionnelles, l'est également. En effet, si cette somme V est constante pour un point quelconque, elle le restera encore si l'on multiplie les masses m par un coefficient constant k, mais elle sera elle-même multipliée par k. On retrouve ainsi le principe expérimental de Coulomb, qu'on peut énoncer sous la forme suivante : *La distribution relative de l'électricité est indépendante de la quantité totale;* ou encore sous la

---

x, y, z, la différentiation à a, b, c); on peut donc intervertir leur ordre. Si l'on commence par la sommation, il vient

$$X = \frac{d}{da}\sum\frac{m}{r},\quad Y = \frac{d}{db}\sum\frac{m}{r},\quad Z = \frac{d}{dc}\sum\frac{m}{r}.$$

Ces formules montrent que, pour obtenir les trois composantes de l'action de masses agissant sur un point a, b, c chargé de l'unité d'électricité, il suffit de calculer la somme $\sum\frac{m}{r}$, m représentant la masse électrique située à la distance r du point donné, et de prendre les trois dérivées partielles de ces fonctions par rapport aux coordonnées a, b, c.

Cette action sera nulle si la fonction $V = \sum\frac{m}{r}$, qu'on nomme *potentiel*, est constante quelles que soient les valeurs de a, b, c.

On comprend aisément comment la sommation se réduit pour une couche électrique continue à une intégrale double. Le lecteur s'exercera utilement à démontrer par le calcul que pour tous les points intérieurs d'une sphère uniformément électrisée le potentiel est constant; de même pour l'ellipsoïde, en supposant à la couche la loi d'épaisseur indiquée dans la première partie.

Le potentiel V est susceptible d'une interprétation mécanique importante : c'est la fonction qui représente le *travail* correspondant au déplacement du point attiré. Pour le démontrer, il suffit d'écrire l'expression du travail effectué par le déplacement da, db, dc du point considéré chargé de l'unité d'électricité. Cette expression $F dr$, ou son équivalente

$$X\,da + Y\,db + Z\,dc,$$

est évidemment égale à dV.

Il en résulte que, dans l'intérieur d'un corps électrisé, on peut déplacer une masse électrique sans dépenser de travail. Quant à la valeur du potentiel intérieur, elle est *mécaniquement* représentée par la quantité de travail positif ou négatif qu'il faudrait dépenser pour transporter à l'infini l'unité d'électricité prise dans l'intérieur ou sur la surface du conducteur.

forme équivalente : *Le potentiel électrique d'un conducteur électrisé est proportionnel à sa charge et à une constante qui ne dépend que de la forme du conducteur.*

Unité de potentiel. — Le potentiel d'un conducteur de dimensions infinies est évidemment nul, car le facteur $\frac{1}{r}$ qui multiplie chaque masse superficielle est nul : c'est ce qui fait dire que la terre a un potentiel nul ou sensiblement nul, et tous les conducteurs en contact avec elle sont dans le même cas. Dans les autres cas où le potentiel du corps électrisé n'est pas nul, il est exprimé par un nombre qui dépend des unités de longueur et d'électricité. D'après ce qui a été dit plus haut, on conçoit que le potentiel puisse être exprimé en unités absolues.

Exemple. — Le potentiel V d'une sphère uniformément électrisée est facile à déterminer, puisqu'on peut choisir le centre de la sphère comme le point par rapport auquel on effectue la sommation : on trouve évidemment $V = \frac{M}{R}$, c'est-à-dire la masse électrique totale divisée par le rayon. Le potentiel d'une sphère de rayon $R = 1$ et chargée de l'unité d'électricité représente l'unité de potentiel.

Loi du partage de l'électricité. — La condition d'équilibre électrique exigeant que le potentiel d'un conducteur soit constant pour tous les points intérieurs s'étend immédiatement à un système quelconque de conducteurs : dans l'intérieur de chacun d'eux, le potentiel, c'est-à-dire la somme $\sum \frac{m}{r}$, doit être constant, en faisant aussi entrer dans cette somme les masses électriques de tous les conducteurs du système. Si les divers conducteurs sont en communication, l'électricité se partage entre eux de telle sorte que la valeur de leur potentiel doit être la même. On peut donc dire que *l'équilibre électrique d'un système de conducteurs électrisés mis en communication s'obtient par l'égalisation du potentiel* [1].

Cette condition si simple ne laisse pas que d'être assez complexe dans l'application à des conducteurs dont la disposition relative est

---

[1] On compare quelquefois le partage de l'électricité entre divers conducteurs au partage d'un liquide dans un système de vases communiquants. Le potentiel initial de chaque conducteur représente le niveau initial de chaque réservoir, la quantité d'électricité, la quantité de liquide. Cette quantité constante se partage de façon que le niveau final soit le même dans tous les vases.

variable, parce qu'à chaque nouvelle position l'influence réciproque varie et la distribution change à la surface de chacun d'eux ; d'où il résulte que le potentiel intérieur d'un conducteur, même chargé d'une quantité fixe d'électricité, ne reste nullement constant lorsque des corps électrisés ou non se déplacent dans le voisinage. Mais, dans le cas où l'on suppose les conducteurs assez éloignés pour que leur influence mutuelle soit négligeable, on peut réduire la loi du partage de l'électricité entre ces conducteurs à une très-grande simplicité, en concevant la communication électrique établie par un fil dont la masse électrique n'aurait pas d'influence appréciable. Dans ces circonstances, on reconnait aisément la corrélation entre le potentiel et la température, et entre les problèmes de calorimétrie et ceux de l'électrométrie.

Un corps conducteur étant donné, si on le charge de quantités croissantes d'électricité, son potentiel augmente dans le même rapport.

La quantité d'électricité nécessaire pour faire acquérir à un conducteur l'unité de potentiel mesure la *capacité électrique* de ce conducteur.

La capacité d'un conducteur de forme donnée, réduit par similitude à l'unité de surface, se nomme *capacité spécifique* de la forme donnée.

Un corps conducteur de la chaleur étant donné, si on le charge de quantités croissantes de chaleur, sa température augmente dans le même rapport.

La quantité de chaleur qui élève de l'unité la température d'un corps mesure la *capacité calorifique* de ce corps.

La capacité calorifique d'un corps de nature donnée, réduit à l'unité de poids, se nomme *chaleur spécifique* de la substance donnée.

L'équation d'équilibre électrique est la même que celle de l'équilibre calorifique :

Deux conducteurs de capacités électriques c, c', chargés de quantités d'électricité q, q', étant mis en communication par un long fil, ont pour potentiel final V, déduit de l'équation

$$\left(\frac{q}{c} - V\right)c = \left(V - \frac{q'}{c'}\right)c',$$

leur potentiel initial étant respectivement

$$V = \frac{q}{c}, \quad V = \frac{q'}{c'};$$

d'où l'on conclut

$$V = \frac{q + q'}{c + c'}.$$

Deux corps de capacités calorifiques c, c', aux températures initiales t, t', étant mis en contact, arrivent à la température finale T, déduite de l'équation

$$(t - T)c = (T - t')c',$$

les quantités initiales de chaleur absorbées pour passer de la température zéro aux températures t, t' étant respectivement

$$q = ct, \quad q' = c't';$$

on a d'ailleurs

$$T = \frac{ct + c't'}{c + c'} = \frac{q + q'}{c + c'}.$$

Mesure expérimentale du potentiel. — La simplicité de l'expression du potentiel d'une sphère uniformément électrisée réduit la mesure absolue du potentiel d'un conducteur à une opération très-facile : il suffit d'établir la communication avec un fil entre ce conducteur et une petite sphère de rayon r servant de plan d'épreuve.

Soit m la masse d'électricité emportée par la sphère (masse déterminée, comme on l'a vu précédemment, à l'aide de la balance de Coulomb) ; son potentiel est $v = \frac{m}{r}$: c'est la valeur commune au conducteur et à la sphère au moment de la communication ; soit V_0 le potentiel primitif du conducteur et c sa capacité électrique ; le potentiel initial de la sphère étant zéro, sa capacité c' telle que $\frac{\mu}{r} = 1$, d'où $\mu = c' = r$, l'équation d'équilibre donne alors

$$(V_0 - v)c = vr \quad \text{ou} \quad V_0 = v\left(1 + \frac{r}{c}\right).$$

Si la capacité de la sphère est négligeable par rapport à celle du conducteur, on peut écrire $V_0 = v$, c'est-à-dire prendre pour potentiel du conducteur celui de la sphère. Si cette approximation ne suffisait pas, il faudrait déterminer ce rapport ; à cet effet, on pourrait simplement réduire à zéro le potentiel de la sphère en la mettant en communication avec le sol ; en la remettant en communication lointaine avec le conducteur, on lui trouverait un nouveau potentiel v' tel que

$$v = v'\left(1 + \frac{r}{c}\right);$$

d'où l'on conclurait

$$V_0 = \frac{v^2}{v'}.$$

La petite sphère conductrice joue donc le rôle d'un thermomètre électrique. Toutefois, il y a lieu de remarquer la différence des méthodes dans l'étude des deux agents, électricité et chaleur : d'un côté, la notion primitive est la *température*, on en a déduit celle de quantité de chaleur ; de l'autre, c'est l'inverse, la notion de quantité d'électricité a servi de point de départ, et l'on s'est élevé à la notion de potentiel. Aussi, pour déterminer la température électrique, on fait l'analogue d'une opération de calorimétrie : on procède absolu-

ment en électricité de la manière proposée, à tort ou à raison, pour déterminer la température d'un foyer, en plongeant dans un calorimètre un bloc de métal qui aurait séjourné dans le foyer pendant un temps assez long pour que l'équilibre de température fût établi (¹).

Mesure de la capacité électrique d'un conducteur. — L'opération de la mesure du potentiel d'un conducteur sert en même temps à déterminer sa capacité. De l'équation

$$v = v'\left(1 + \frac{r}{c}\right),$$

on conclut

$$c = \frac{rv}{v - v'}.$$

On remarquera toutefois que, pour atteindre une précision suffisante dans les mesures, il faut que la sphère de comparaison, au lieu d'être très-petite, soit de même ordre de grandeur que le conducteur donné. Il sera donc bon de procéder de la manière suivante: on partagera par communication lointaine l'électricité du conducteur avec une grande sphère à l'état naturel, et, d'après l'indication d'une petite sphère servant de plan d'épreuve, on en conclura le potentiel v de la grande sphère; on répétera une seconde fois la même opération; le nouveau potentiel v' et le rayon r de cette sphère fourniront par substitution, dans la formule ci-dessus, la valeur de la capacité du conducteur. On reconnait dans ces opérations les mesures empruntées aux expériences de Weber et Kohlrausch citées dans la première partie de cet exposé.

Remarque. — Il est très-important de remarquer que la capacité électrique d'un conducteur ne reste fixe que dans le cas où ce conducteur n'est soumis à aucune influence extérieure : l'approche d'une masse conductrice change complétement la loi de distribution de la masse électrique primitive, par suite le potentiel intérieur et,

---

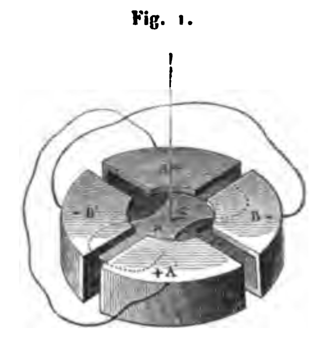
(¹) Les unités usitées en chaleur ne sont pas *absolues*, car elles renferment deux définitions arbitraires : celle de la température et celle de la calorie. Toutefois, depuis la découverte de l'équivalence de la chaleur et du travail, l'une des définitions arbitraires peut être rejetée. Il suffit de prendre pour unité de chaleur la 436ᵉ partie de la calorie actuelle (une calorie équivaut à 436 kilogrammètres environ); les quantités de chaleur sont alors exprimées par le nombre de kilogrammètres équivalent.

en définitive, la capacité électrique. Ainsi l'ensemble de deux sphères égales qui se touchent n'a pas, comme capacité, le double de la capacité de l'une d'elles. Les condensateurs en offrent un exemple encore plus frappant.

Électromètre Thomson. — La mesure relative des potentiels et surtout de très-petites différences de potentiel existant entre divers conducteurs est un problème expérimental d'une grande importance, au double point de vue de la démonstration des lois précédentes et de l'identification des phénomènes produits par le courant des piles avec les phénomènes électrostatiques.

Ce problème a été résolu par M. William Thomson d'une manière très-simple et très-complète, à l'aide de son *électromètre*. Cet appareil se compose, comme pièces essentielles, d'une lame d'aluminium très-légère, suspendue horizontalement, comme l'aiguille d'une boussole, à un fil de torsion; elle est maintenue à une charge électrique assez forte et bien constante, et reste en équilibre entre deux paires de conducteurs qui l'enveloppent complétement. L'image qui représente le mieux la forme de ces conducteurs est celle d'une boite circulaire, forme dite *bonbonnière* (*fig.* 1), qui aurait été

Fig. 1.



coupée en quatre suivant deux diamètres rectangulaires. On a ainsi quatre secteurs, A, B, A′, B′, qu'on rapproche de façon à reconstituer la boite en laissant entre eux un petit intervalle. La *fig.* 1 représente en perspective ces secteurs. L'aiguille d'aluminium G, qui a la forme d'un 8, est suspendue au centre de cette espèce de boite et réglée par une torsion convenable, de façon que sa ligne médiane, dans sa position d'équilibre, soit parallèle à l'un

des diamètres de séparation des secteurs. La charge constante que possède cette aiguille est maintenue par la communication permanente avec l'armature d'un condensateur par l'intermédiaire du fil de suspension. On donne cette charge en mettant en communication l'armature interne avec une source électrique par l'intermédiaire d'une petite pièce mobile.

Les quatre secteurs, étant parfaitement symétriques par construction, exercent sur l'aiguille des actions dont la résultante est nulle, lorsqu'ils ont tous quatre une charge égale ou nulle, c'est-à-dire lorsqu'ils ont le même potentiel ou un potentiel nul. Mais, si l'on établit une dissymétrie dans leur charge, l'aiguille est déviée de sa position d'équilibre. On obtient le maximum d'effet en faisant communiquer les secteurs deux à deux et en croix, de façon que chaque paire produise sur l'aiguille un couple de rotation. Il est facile de voir, en faisant une hypothèse quelconque sur les signes des variations de charge (ou de potentiel), que les deux couples tendent à produire une rotation de l'aiguille dans le même sens.

Le fil de torsion est assez rigide pour que l'angle de déviation de l'aiguille soit très-petit, de sorte qu'on peut, sans erreur sensible, supposer, comme dans la boussole des tangentes, que la distance réciproque des divers points de l'aiguille aux secteurs n'a pas changé. Dans ces circonstances, on peut admettre que la capacité électrique des secteurs est invariable, et, par suite, que leur variation de potentiel est proportionnelle à la variation de la masse électrique qu'ils possèdent. Dès lors l'action exercée sur l'aiguille par chacun des couples de secteurs est, d'après la loi de Coulomb, proportionnelle au produit de la masse électrique de l'aiguille par la variation ou mieux la différence de leurs charges, ou, ce qui revient au même, par leur différence de potentiel. Comme les déviations sont elles-mêmes proportionnelles au couple résultant de cette action totale, la différence de potentiel se trouve mesurée directement. On amplifie les faibles déviations de l'aiguille en observant sur l'échelle divisée l'image d'un point lumineux réfléchie sur un miroir concave excessivement léger, fixé convenablement à l'aiguille.

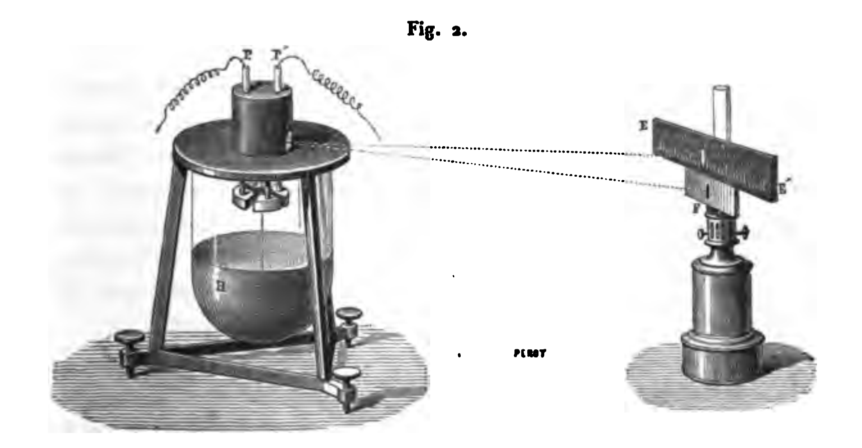
Cet appareil permet de vérifier toutes les lois indiquées plus haut sur les relations entre l'électricité et la chaleur. Il est précieux à deux points de vue : le premier, en ce qu'il permet de réaliser d'une manière rigoureuse la condition de *communication lointaine* avec

un fil, et par suite de mesurer directement ([1]) la différence de potentiel entre le sol, dont on suppose le potentiel nul, et le conducteur donné ; le second avantage, c'est son excessive délicatesse, qui permet d'opérer avec des charges si faibles que la déperdition par l'air, les supports, les pointes, etc., est presque insensible.

D'ailleurs cette sensibilité peut être réglée à volonté, car elle est directement proportionnelle à la charge de l'aiguille. On arrive à une telle délicatesse, qu'on parvient à constater la charge produite par le plus léger frottement d'une étoffe sur un conducteur isolé, et, ce qui est plus remarquable encore, à mesurer la différence de potentiel permanente qui existe entre les deux pôles d'un couple voltaïque.

La *fig.* 2 donne une idée de l'ensemble de l'appareil. Les pièces essentielles décrites plus haut sont enfermées dans une cloche de

Fig. 2.



verre H, dont le fond hémisphérique est en bas. Cette cloche sert en même temps de condensateur, car elle est revêtue d'une feuille d'étain à l'extérieur et remplie à moitié d'acide sulfurique, qui joue à la fois le rôle de desséchant et celui de conducteur formant l'armature interne. Deux tiges, P, P', sortent au dehors et communiquent avec les deux paires de quadrants ; une lampe éclaire une fente dont l'image conjuguée va se former sur l'échelle divisée EE' :

([1]) En tenant compte, bien entendu, de la capacité propre des secteurs.

le déplacement de cette image mesure avec une grande précision les déviations de l'aiguille.

Parmi les dispositifs très-ingénieux que contient cet électromètre, il faut citer : 1° un véritable petit électrophore à rotation (*replenisher*) destiné à réparer les pertes du condensateur, ou mieux à régler cette charge; 2° un indicateur de la charge, formé par une petite balance de construction spéciale, qui permet de ramener toujours le condensateur à la même charge et, par suite, d'obtenir des indications comparables.

(*A suivre.*)

SUR LA TENSION SUPERFICIELLE DES LIQUIDES;

PAR M. J. MOUTIER.

Deux théories bien distinctes ont été proposées pour expliquer les phénomènes capillaires ([1]). La théorie de Laplace fait dépendre ces phénomènes de l'existence de forces qui varient avec la distance suivant une loi inconnue, et deviennent insensibles à une distance sensible. Les résultats obtenus par Laplace ont été retrouvés par Gauss au moyen d'une méthode plus directe, qui fait disparaître plusieurs objections élevées contre les raisonnements de Laplace. La méthode de Gauss a été reproduite par M. Bertrand avec des simplifications géométriques qui la rendent très-facile ([2]).

Dans la seconde manière de voir, on admet que les liquides sont enveloppés d'une sorte de membrane élastique, qui offre une tension constante en tous les points de sa surface. C'est en suivant cet ordre d'idées que Young a obtenu pour la première fois l'équation de la surface capillaire; depuis, les travaux de MM. Hagen, Plateau, Lamarle, Athanase Dupré, Van der Mensbrugghe, Duclaux ont remis en lumière la notion de la tension superficielle des liquides.

Des expériences intéressantes ont été imaginées pour démontrer l'existence de cette tension. Athanase Dupré a fait voir que la di-

---

([1]) Le Mémoire posthume de Wertheim sur la capillarité renferme un résumé historique des théories capillaires (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIII, p. 129).

([2]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XIII, p. 185.

minution de surface d'une lame liquide de forme variable est accompagnée d'un travail; ce travail, considéré comme le produit de la tension superficielle du liquide par la diminution qu'éprouve la surface laminaire, fournit la valeur de la tension superficielle du liquide ([1]). M. Van der Mensbrugghe a montré qu'une lame liquide, appuyée sur un contour plan dont une partie est parfaitement flexible, offre toujours une surface minimum ([2]).

On a vu dans ces expériences une preuve directe de l'existence de la tension superficielle des liquides. Cette notion une fois admise, on a pu former d'une manière fort simple l'équation de la surface capillaire; le facteur, par lequel il faut multiplier la somme des courbures principales pour obtenir l'ordonnée d'un point de la surface, est la tension superficielle du liquide par unité de longueur, évaluée en colonne du liquide ([3]). La facilité avec laquelle on trouve ce résultat, l'importance des recherches effectuées dans ces dernières années sous l'influence de ces idées nouvelles ont ébranlé la confiance accordée à l'ancienne théorie des forces moléculaires. Il y a lieu de se demander si cette dernière théorie ne peut pas cependant fournir l'explication des phénomènes observés, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir l'existence d'une membrane élastique à la surface des liquides.

La méthode de Gauss, on le sait, consiste à exprimer que la somme des travaux virtuels de toutes les forces qui sollicitent le système liquide en équilibre est nulle. Cette somme est la variation totale d'une fonction Ω, laquelle, pour l'équilibre, doit être un maximum. Cette fonction a pour expression ([4])

$$\Omega = \tfrac{1}{2}\rho^2 v \psi(0) - g\rho\left[\int z\,dv + (\alpha^2 - 2\beta^2)\mathrm{T} + \alpha^2 \mathrm{U}\right];$$

ρ désigne la masse de l'unité de volume du liquide,
v le volume du liquide,

([1]) A. Dupré : Cinquième Mémoire sur la théorie mécanique de la chaleur (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. VII, p. 247, et *Théorie mécanique de la chaleur*, p. 226).

([2]) *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2e série, t. XXII.

([3]) A. Dupré : Cinquième Mémoire sur la théorie mécanique de la chaleur (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. VII, p. 248, et *Théorie mécanique de la chaleur*, p. 279). — Duclaux : *Sur la tension superficielle des liquides* (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXI, p. 391).

([4]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XIII, p. 195.

$\psi(0)$ une constante propre au liquide, ici sans importance, le premier terme étant constant,

g l'accélération due à la pesanteur,

z l'ordonnée d'un élément de volume dv du liquide,

α^2 une constante particulière au liquide, égale au facteur par lequel il faut multiplier la somme des courbures principales pour obtenir l'ordonnée d'un point de la surface capillaire,

6^2 une constante qui dépend à la fois de la nature du liquide et de la nature de la paroi,

T, la portion de la surface du liquide en contact avec la paroi solide,

U la surface libre du liquide.

Considérons une lame liquide, horizontale, par exemple, dont les bords soient fixés à un contour plan dont une portion soit variable. La surface T, suivant laquelle la lame adhère au contour, ou le produit du périmètre du contour par l'épaisseur de la lame, est très-petite par rapport à la surface libre du liquide; de sorte que, si la surface libre de la lame éprouve une variation dU, la variation qu'éprouve le terme $(\alpha^2 - 2\,6^2)$T est négligeable. Il en est de même de la variation du terme $\int z\,dv$, et, par suite, le travail $d\Omega$, qui correspond à la variation dU de la surface libre de la lame, se réduit à

$$d\Omega = -g\rho\alpha^2 d\mathrm{U}.$$

Ainsi, lorsque la surface libre devient $\mathrm{U}' < \mathrm{U}$, il se produit un travail

$$g\rho\alpha^2(\mathrm{U} - \mathrm{U}').$$

C'est le travail mesuré dans les expériences d'Athanase Dupré. Dans l'hypothèse de la tension superficielle, cette tension par unité de longueur, évaluée en colonne de liquide, a pour valeur α^2, et, comme $g\rho$ est le poids de l'unité de volume du liquide, $g\rho\alpha^2$ est, par suite, la valeur de la tension superficielle.

D'ailleurs, pour l'équilibre, la partie de Ω contenue dans la parenthèse doit être un minimum; cette quantité, dans le cas considéré, se réduit sensiblement au terme α^2U. La surface libre de la lame liquide en équilibre doit donc être un minimum; c'est la propriété établie par l'expérience de M. Van der Mensbrugghe.

La théorie de Gauss conduit donc à une interprétation très-simple des expériences sur lesquelles on a cru pouvoir fonder l'existence de la tension superficielle des liquides, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir en aucune façon la notion de tension superficielle; ces expériences elles-mêmes peuvent être considérées comme des vérifications de la théorie des phénomènes capillaires fondée sur l'attraction moléculaire.

ROTATION DU PLAN DE POLARISATION DES RAYONS DE CHALEUR OBSCURE

(Lettre de M. John Tyndall).

Cher Monsieur,

J'ai reçu votre nouveau *Journal de Physique*, et je vous en remercie; il satisfait à un besoin qui est senti en Angleterre aussi bien qu'en France. Les noms des collaborateurs sont une garantie de la pureté des doctrines qu'il va propager. Je désire son succès (¹).

En fait d'enseignement, j'ai essayé récemment de montrer à un nombreux auditoire la rotation du plan de polarisation des rayons obscurs. Pour cela, j'ai employé deux prismes de Nicol assez gros, et j'ai adopté la disposition de MM. de la Provostaye et Desains, qui placent les sections principales des prismes non pas à angle droit, mais sous un angle de 45 degrés. Je me suis servi de la lampe électrique et j'ai fait usage de l'iode dissous dans le sulfure de carbone pour intercepter la lumière. J'ai pu obtenir avec la chaleur obscure une déviation qui s'élevait à 150 divisions de mon galvanomètre, lorsque je faisais agir l'électro-aimant sur le verre pesant traversé par les rayons de chaleur. Je pense que MM. de la Provostaye et Desains employaient la chaleur solaire lumineuse dans leurs expériences, et que l'effet produit s'élevait à 2 ou 3 degrés de leur galvanomètre.

Je regarde comme erronés les résultats affirmatifs publiés avant

(¹) Nous avons traduit tout entière la lettre que l'éminent physicien a bien voulu nous adresser. Nous tenons à lui témoigner publiquement notre reconnaissance des vœux qu'il fait pour le succès de ce Journal. Sa collaboration y contribuera certainement. (C. d'A.)

les expériences de MM. de la Provostaye et Desains. Par les moyens employés et avec les sections principales des Nicols à angle droit l'un de l'autre, l'action était certainement trop faible pour être observée.

Votre etc.

JOHN TYNDALL.

EXPÉRIENCE DU D[r] ROGET RELATIVE A L'ATTRACTION DES COURANTS;

PAR M. NIAUDET-BRÉGUET.

Cette intéressante expérience, à peu près inconnue en France, est mentionnée dans l'ouvrage de Daniell : *Introduction to Chemical Philosophy*, et décrite avec figures dans le livre récent de M. Noad : *The Student's Text-book of Electricity*.

Un fil conducteur est enroulé en hélice, supporté par une potence métallique, et touche par son extrémité inférieure au mercure d'une petite coupe isolée. Quand on fait passer un courant convenable de la potence au mercure par le fil en question, ses différentes spires, parcourues par des courants parallèles, s'attirent, se soulèvent, et le contact avec le mercure est rompu aussitôt; dès lors l'attraction des spires cesse, elles retombent par leur poids, le contact avec le mercure se rétablit, et la série des phénomènes se reproduit ainsi indéfiniment.

L'expérience réussit avec un fil de $0^{mm},7$ de diamètre, enroulé en trente spires de 25 millimètres de diamètre, et une pile de 5 éléments Bunsen. On peut également la réussir en remplaçant le courant de la pile par celui de la machine de Gramme. Elle devient plus frappante, c'est-à-dire que le mouvement de l'hélice est plus accusé quand on introduit à l'intérieur un barreau aimanté de la grosseur d'un crayon; ce qui s'explique par l'attraction additionnelle des courants d'Ampère, de l'aimant et des courants parallèles de l'hélice.

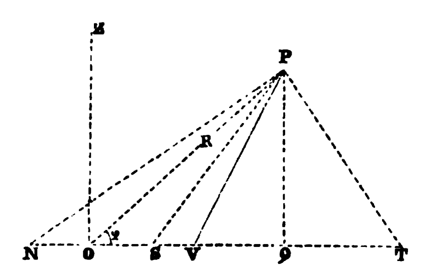
ACTION D'UN AIMANT SUR UNE MOLÉCULE AIMANTÉE TRÈS-ÉLOIGNÉE;

PAR M. A. TERQUEM.

(Extrait de l'ouvrage *Einleitung in die theoretische Physik* de Victor de Lang, professeur à l'Université de Vienne.)

La détermination de cette action a de l'importance au point de vue théorique, à cause de l'analogie des formules auxquelles on parvient et de celles que l'on obtient dans les actions des courants; elle peut en outre servir à établir les formules données par Biot, en considérant le magnétisme terrestre comme dû uniquement à l'action de deux centres magnétiques très-rapprochés par rapport au rayon terrestre.

Soient O le milieu d'un aimant NS de longueur $2l$, et P une molécule contenant du fluide austral ou boréal en quantité μ; si la distance $OP = R$ est très-grande par rapport à $2l$, on peut admettre que les fluides de l'aimant agissent comme s'ils étaient concentrés



en deux points N et S qui sont ses deux pôles; soient m la quantité de fluide contenue en N et S, et φ l'angle POS. Cherchons les composantes des actions de N et S sur P suivant deux axes rectangulaires OX et OZ, l'axe OX étant dans la direction OS.

Pour N d'abord, la force $F = \dfrac{m\mu}{\overline{NP}^2}$,

$$X = \frac{m\mu}{\overline{NP}^2}\cos PNQ = \frac{m\mu}{\overline{NP}^3}NQ = \frac{m\mu}{\overline{NP}^3}(l + R\cos\varphi).$$

Or on a

$$\overline{NP}^2 = R^2 + l^2 + 2lR\cos\varphi,$$

ou bien, en négligeant $\frac{l^2}{R^2}$ et les puissances supérieures de $\frac{l}{R}$,

$$\overline{NP}^2 = R^2\left(1+\frac{2l}{R}\cos\varphi\right), \qquad NP = R\left(1+\frac{l}{R}\cos\varphi\right)$$

$$\overline{NP}^{-3} = R^{-3}\left(1-\frac{3l}{R}\cos\varphi\right).$$

Donc

$$X = \frac{m\mu}{R^2}\left(1-\frac{3l}{R}\cos\varphi\right)\left(\frac{l}{R}+\cos\varphi\right) = \frac{m\mu}{R^2}\left(\frac{l}{R}-\frac{3l}{R}\cos^2\varphi+\cos\varphi\right).$$

De même on aura

$$Z = \frac{m\mu}{\overline{NP}^2}\sin PNQ = \frac{m\mu}{\overline{NP}^3}R\sin\varphi = \frac{m\mu}{R^2}\left(1-\frac{3l}{R}\cos\varphi\right)\sin\varphi.$$

Pour obtenir les composantes X′ et Z′ correspondantes à S, il faudra changer l en $-l$ et m en $-m$, puis on fera les sommes $X+X'$ et $Z+Z'$. On aura ainsi, en définitive,

$$X+X' = F_x = \frac{2m\mu l}{R^3}(1-3\cos^2\varphi) = \frac{(m\times 2l)\mu}{R^3}(1-3\cos^2\varphi),$$

$$Z+Z' = F_z = -\frac{2m\mu l}{R^3}3\sin\varphi\cos\varphi = -\frac{(m\times 2l)\mu}{R^3}3\sin\varphi\cos\varphi;$$

$m\times 2l$ est le moment magnétique de l'aimant.

Le sens de l'action dépendra du signe donné à μ.

La résultante est représentée, comme Gauss l'a indiqué, en grandeur et direction par PV, obtenu en menant PT perpendiculaire à PO, prenant $OV = \frac{1}{3}OT$, et enfin joignant PV.

SELLMEIER. — Zur Erklärung der abnormen Farbenfolge in Spectrum einiger Substanzen (Sur l'explication de la succession anomale des couleurs dans le spectre de plusieurs substances); *Annales de Poggendorff*, CXLIII, 272.

M. Sellmeier donne l'exposé des considérations théoriques qui l'ont conduit à admettre dans certains corps la possibilité de la dispersion anomale découverte par M. Le Roux, étudiée d'abord par M. Christiansen, et ensuite par M. Kundt. En partant de l'hypothèse que la différence des vitesses de propagation de la lumière dans les milieux

pondérables est due à une action directe des molécules de ces corps entraînées par l'éther dans son mouvement vibratoire, il est arrivé à une théorie de la dispersion qui lui paraît réunir toutes les conditions de clarté et d'exactitude. Une propriété particulière de cette théorie, c'est qu'elle conduit à une relation entre la dispersion et l'absorption de la lumière, qui peut être énoncée de la façon suivante. Si un corps contient des molécules qui absorbent la lumière d'une certaine longueur d'ondulation, ces molécules changent l'indice de réfraction des rayons de lumière des autres couleurs : elles agrandissent cet indice si la longueur d'ondulation est plus grande que pour la lumière absorbée ; elles diminuent cet indice si la longueur d'ondulation est plus petite, et cette action augmente d'autant plus rapidement que la longueur d'ondulation de la lumière réfractée approche davantage d'être égale à celle de la lumière absorbée. Cette relation parut à l'auteur d'autant plus importante qu'elle permet de vérifier expérimentalement les résultats de la théorie. Cette vérification se fit de la manière suivante.

Si l'on prend pour abscisses les valeurs obtenues en divisant l'unité par les carrés des durées d'oscillation des rayons de lumière de différentes couleurs, et pour ordonnées les indices de réfraction correspondants, les extrémités des ordonnées formeront une courbe qu'on peut appeler *courbe de dispersion*. Si l'on connaît les indices de réfraction pour les lignes de Frauenhofer B, C,..., H, on aura sept points de cette courbe. Si l'on réunit ces sept points par des lignes droites, celles-ci sont des cordes de la courbe, et leur inclinaison par rapport à l'axe des abscisses est facile à déterminer. Pour obtenir en effet la tangente de cet angle d'inclinaison, il suffit de diviser la différence des ordonnées par celle des abscisses. Soient τ_1 et τ_2 deux durées d'oscillation de la lumière, n_1 et n_2 les indices de réfraction correspondant à ces durées, α l'inclinaison de la corde qui joint les points déterminés par les valeurs n_1 et n_2 sur l'axe des abscisses, on aura

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{n_2 - n_1}{\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2}} = \frac{\Delta(n)}{\Delta\left(\frac{1}{\tau^2}\right)}.$$

Les changements que subit cette tangente de l'inclinaison, lorsqu'on passe d'une corde à l'autre, peuvent servir à donner des notions sur la nature des courbes de dispersion. Si dans un corps les

molécules qui exercent sur les ondulations de l'éther une action absorbante n'existaient pas, la tangente de l'inclinaison que nous venons de définir augmenterait à peine du rouge au violet, et la courbe de dispersion différerait peu alors d'une ligne droite. Mais l'influence des molécules absorbantes sur la réfraction doit, si la loi énoncée plus haut est exacte, troubler la forme rectiligne de la courbe de dispersion, et la courber d'une manière qui est facile à prévoir si l'on sait quelle partie du spectre est absorbée.

L'auteur dirigea ses recherches sur les corps transparents et fut amené à distinguer chez ces corps trois cas principaux, suivant que l'absorption atteint seulement les rayons infra-rouges ou seulement les rayons ultra-violets, ou les uns et les autres de ces rayons en même temps et avec la même intensité.

D'après sa théorie, les indices de réfraction sont, par l'action des molécules pondérables absorbantes, diminués dans le premier cas, surtout à l'extrémité inférieure du spectre, et augmentés dans le second cas, surtout à l'extrémité supérieure ; dans le troisième cas, ils sont diminués dans la partie inférieure du spectre et augmentés dans la partie supérieure.

L'auteur donne un tableau où trois corps représentent les trois cas principaux : ces corps sont l'eau, le sulfure de carbone et le crown-glass n° 9 de Frauenhofer. Les indices de réfraction du premier et du troisième corps ont été déterminés par Frauenhofer, ceux du second par Verdet.

RAIES.	1er CAS PRINCIPAL. Eau. Tangentes d'inclinaison $\frac{\Delta n}{\Delta \frac{1}{\tau^2}}$.	2e CAS PRINCIPAL. Sulfure de carbone. Tangentes d'inclinaison $\frac{\Delta n}{\Delta \frac{1}{\tau^2}}$.	3e CAS PRINCIPAL. Crown-glass n° 9. Tangentes d'inclinaison $\frac{\Delta n}{\Delta \frac{1}{\tau^2}}$.
B C	0,0152	0,0069	0,0211
C D	0,0142	0,0071	0,0207
D E	0,0134	0,0075	0,0204
E F	0,0130	0,0080	0,0202
F G	0,0127	0,0088	0,0206
G H	0,0127	0,0103	0,0216

On voit que les modes de variation de la tangente d'inclinaison déduits de l'observation sont ceux qu'indique la théorie.

L'auteur étudie spécialement les corps qui n'absorbent que la partie médiane du spectre et laissent passer les rayons correspondant aux extrémités inférieure et supérieure du spectre. Pour ces corps, si la théorie est exacte, l'action des molécules absorbantes augmente l'indice de réfraction dans la partie inférieure du spectre et le diminue dans la partie supérieure, et cela d'autant plus qu'on se rapproche davantage des limites de la partie absorbée. Si donc l'absorption atteint un certain degré de force, l'extrémité supérieure de la partie inférieure du spectre visible doit être plus fortement réfractée que l'extrémité inférieure de la partie supérieure de ce spectre. Un prisme formé d'une de ces substances donnera un spectre où les couleurs de la partie inférieure et de la partie supérieure du spectre empiéteront plus ou moins les unes sur les autres. Si l'absorption est moins forte, cet empiétement n'aura pas lieu. Mais, si l'on est en état de mesurer dans chacune des deux parties non absorbées du spectre les indices de réfraction de deux ou trois raies de Frauenhofer avec une exactitude suffisante, on a un autre moyen de démontrer l'action des molécules absorbantes sur la réfraction. Des deux branches dans lesquelles la courbe de dispersion se trouve divisée par l'absorption, celle qui correspond à la partie inférieure du spectre est, par l'action des molécules absorbantes, courbée vers le haut à son extrémité supérieure, et la branche qui correspond à la partie supérieure du spectre est courbée vers le bas à son extrémité inférieure. L'inclinaison sur l'axe des abscisses est donc augmentée dans les deux branches, surtout vers les limites de la partie absorbée du spectre. Si donc on réunit par une corde le point supérieur de la branche inférieure avec le point inférieur de la branche supérieure, l'inclinaison de cette corde sur l'axe, c'est-à-dire la valeur de $\frac{\Delta n}{\Delta \frac{1}{\tau^2}}$, doit être beaucoup plus petite que pour les cordes que l'on peut mener avant et après celle-là.

M. Sellmeier explique les expériences de M. Kundt, où la dispersion anomale a lieu pour les corps qui, à l'état solide, présentent des couleurs superficielles, par ce fait, d'ailleurs indiqué par M. Kundt, que l'existence d'une couleur superficielle indique tou-

jours un fort pouvoir absorbant du corps pour les rayons qui sont ainsi réfléchis en forte proportion.

M. Sellmeier termine en assurant que l'explication qu'il a trouvée de la dispersion, du moins en ce qui concerne la relation de la dispersion avec l'absorption, lui paraît sûre, et en annonçant qu'il publiera prochainement cette théorie.

Il est en effet regrettable que, dans ce Mémoire, M. Sellmeier ne fasse connaître que les résultats qu'il dit avoir déduits de sa théorie de la dispersion sans donner cette théorie elle-même.

A. Lévistal.

HENRY MANCE. — Measurement of the internal resistance of a multiple battery, etc. (Mesure de la résistance intérieure d'une pile); *Philosophical Magazine*, t. 41, p. 318.

La plupart des méthodes de mesures électro-magnétiques qui consistent à annuler le courant dans une portion d'un circuit dérivé offrent une grande précision et une symétrie très-utile dans la disposition des appareils; les plus connues sont: celle de la *balance* ou *pont de Wheatstone,* pour déterminer une résistance formant le quatrième terme d'une proportion; celle de *Poggendorff,* pour la mesure du rapport de deux forces électro-motrices. Cette dernière méthode se prête également à la mesure de la résistance intérieure d'une pile; à cet effet, on intercale dans le circuit de la pile de force électro-motrice E un élément de force électro-motrice e, mais disposé en sens inverse, et un galvanomètre. Comme E est plus grand que e, le courant de la pile l'emporte en intensité. Mais si l'on dérive une partie de ce courant par une résistance convenable S, joignant les deux pôles de la pile, on peut arriver à annuler le courant dans la partie du circuit qui contient l'élément et le galvanomètre. La résistance R de la pile en fonction des autres éléments est alors

$$R = S\frac{E}{e} - S.$$

Cette méthode, d'un emploi très-commode et très-rapide, avait d'ailleurs été indiquée, en 1867 [1], par M. Raynaud, ingénieur des lignes télégraphiques, et appliquée d'une manière courante à diverses opérations relatives à l'étude des câbles sous-marins.

A. Cornu.

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXV, p. 170.

SUR L'HISTOIRE DE L'ACOUSTIQUE MUSICALE.

La musique est une langue dont les airs sont les phrases et qui a un alphabet spécial nommé *gamme* ou *mode*. Pour qu'une langue soit constituée, ainsi que sa grammaire, sa théorie scientifique, il faut évidemment que son alphabet le soit. Les lettres de l'alphabet musical ne sont pas, ainsi qu'on le croit généralement, les *sons* successifs ou simultanés qui composent les mélodies ou les harmonies, mais bien les *intervalles* que ces sons forment entre eux; il suffit, pour s'en convaincre, de remarquer qu'un air musical n'est nullement altéré, qu'on le chante ou qu'on l'exécute avec un instrument dans un ton aigu ou grave. Pourtant, dans les deux cas, les *sons* de la voix ou de l'instrument ne sont pas les mêmes; mais les *intervalles* n'ont pas varié. Il faut donc, pour fonder l'acoustique musicale sur des bases scientifiques, connaître exactement, avant tout, les valeurs mathématiques des intervalles musicaux renfermés dans nos gammes usuelles.

Les premiers essais de théorie plus ou moins rationnelle des intervalles musicaux remontent à la plus haute antiquité; on en a tenté de tout temps et l'on en fait encore aujourd'hui. Nous nous proposons de donner ici une esquisse sommaire et très-rapide de l'histoire de ces essais, en nous bornant aux faits généraux et en indiquant les principales sources bibliographiques où pourront puiser les personnes que ces études intéressent.

Bornons-nous à l'Europe, et ne nous arrêtons pas un seul instant aux légendes qui nous ont été rapportées par divers auteurs grecs, notamment Plutarque, sur les origines de la musique, sur Apollon, la lyre de Mercure, Orphée et les historiettes musicales relatives à Pythagore. Il faut arriver tout de suite à des faits précis, et pour cela commencer au IV[e] siècle avant notre ère. C'est, en effet, à cette époque que vivait le plus ancien musicologue dont les écrits techniques soient parvenus jusqu'à nous, Aristoxène, disciple d'Aristote. Nous possédons également un Traité de musique d'Euclide, des ouvrages de divers auteurs des premiers siècles de l'ère chrétienne, Gaudence, Nicomaque, Bacchius, Aristide Quintilien. Un érudit du XVII[e] siècle, Meibonius, a donné une édition de ces ouvrages, en y joignant une traduction latine ([1]).

Il serait beaucoup trop long d'analyser ces écrits. En voici le résumé pour ce qui concerne les intervalles musicaux.

La base du système musical des Grecs n'était pas l'octave, comme chez les modernes: c'était le *tétracorde*, c'est-à-dire l'intervalle de quarte, l'intervalle d'*ut* à *fa* de la gamme actuelle. La question était de savoir quelle devait être (dans le genre diatonique) la valeur des trois intervalles correspondant à nos tons *ut-ré*, *ré-mi*, et à la seconde mineure ou *limma*, *mi-fa*. On trouve, à ce sujet, dans les auteurs précités deux doctrines générales.

L'une est celle d'Aristoxène, qui l'a inventée. Elle pose en principe la divisibilité arbitraire du ton en parties égales, demis, quarts,..., de ton; d'où résultent les tons majeurs, mineurs, les demi-tons majeurs, mineurs, etc., et des

([1]) *Antiquæ Musicæ auctores*; Amsterdam, 1652.

quarts de ton de toute espèce. Quelles bonnes raisons donne-t-on de cette variété, en quelque sorte indéfinie, d'intervalles? On en cherche vainement une seule : il n'y en a pas; c'est de la pure fantaisie.

La seconde doctrine est attribuée à Pythagore; transmise à ses disciples, elle avait été professée notamment par Platon. Elle affirme, contrairement à la précédente, l'indivisibilité du ton en parties égales, donne à ce ton la valeur numérique fixe $\frac{9}{8}$, n'en admet pas d'autres, attribue à la seconde mineure ou *limma* et à la tierce majeure ou *diton* les valeurs fixes $\frac{256}{243}$ et $\frac{81}{64}$. Il en résulte, en donnant à cette doctrine la forme moderne, ces deux conséquences remarquables :

1° Les intervalles musicaux de notre gamme diatonique majeure sont représentés par les valeurs numériques suivantes :

Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Ut
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2.

Ces intervalles ont donc une expression de la forme générale $2^m \times 3^n$, m et n étant des nombres entiers positifs ou négatifs;

2° Par suite, tous ces intervalles et tous ceux qu'on emploie en musique doivent résulter d'une combinaison de quintes $\frac{3}{2}$ et d'octaves 2, ou, en d'autres termes, d'une série indéfinie de quintes dont les termes peuvent être rapprochés les uns des autres par réductions d'octaves.

C'est là, sans doute, une théorie aussi curieuse que simple; mais il faut bien reconnaître que les preuves que donnent à l'appui les auteurs anciens ne s'appuient sur aucune base vraiment scientifique; ce sont de pures spéculations métaphysiques sur les nombres, d'origine certainement égyptienne.

Après les auteurs cités plus haut, ou en même temps, Ptolémée (1) et Didyme (2) renchérissent encore sur les inventions d'Aristoxène et créent des divisions arbitraires dans les tétracordes. Ptolémée notamment établit, sans aucune espèce de raison, la division appelée *diatonique synton,* qu'on retrouve sans cesse plus tard, et qui fournit pour notre gamme moderne les valeurs suivantes, qu'on trouve dans tous les traités d'acoustique :

Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Ut
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2.

Ces valeurs sont plus complexes que celles de la gamme de Pythagore; elles contiennent de plus le facteur premier 5.

(1) Les *Harmoniques* de Ptolémée, 3e volume des *Œuvres mathématiques* de Wallis, Oxford, 1699; avec le Commentaire de Porphyre.

(2) Fragments dans les Commentaires de Porphyre sur les *Harmoniques* de Ptolémée.

Plus tard, Boèce ([1]), au ve siècle, dans son *Traité de Musique,* expose les deux théories contradictoires, en donnant toutefois la préférence à la doctrine pythagoricienne, que Gui d'Arezzo reproduit cinq cents ans plus tard.

Vers la fin du xvie siècle, les deux théories suscitent une polémique remarquable entre Zarlin ([2]) de Venise, qui adopte le diatonique synton de Ptolémée, et Vincent Galilée ([3]), le père du grand physicien, qui soutient les idées pythagoriciennes. L'avantage reste, on ne sait pourquoi, à Zarlin, et, à partir de ce moment, la théorie de Pythagore semble oubliée à tout jamais; les idées et les livres de Zarlin, adoptés par les artistes et les savants, deviennent dans les écoles autant d'articles de foi.

Nous arrivons ainsi au xviie siècle et à Descartes. Dans son *Abrégé de Musique,* composé en 1618, et qu'on peut lire dans l'édition de M. Cousin, l'éminent philosophe adopte les nombres du diatonique synton, comme Zarlin; mais il essaye (c'est la première tentative sérieuse de ce genre) de les fonder sur des bases rationnelles, dont l'une est le principe expérimental de la *résonnance multiple* que Descartes avait entrevu avant Sauveur, et l'autre un prétendu principe dit *des rapports simples,* et qui consiste à dire *a priori* que les intervalles musicaux doivent être représentés par des nombres simples. On reconnaît là les principes sur lesquels s'appuient encore aujourd'hui tous les auteurs qui traitent de l'acoustique musicale.

Passons sur l'énorme et indigeste in-folio du P. Mersenne, l'*Harmonie universelle,* qui reproduit les idées de Descartes en les appuyant de nombreux, arides et inutiles calculs, et arrivons au xviiie siècle.

Tout d'abord Sauveur étudie et précise le phénomène de la résonnance multiple. Rameau s'attache à trouver dans ce phénomène la confirmation des théories de Zarlin; mais il ne s'en rend pas bien compte, l'interprète mal, ainsi que le lui prouve fort justement J.-J. Rousseau, et ne démontre pas par conséquent ce qu'il voulait prouver. Bientôt les deux théories se retrouvent en présence. D'un côté, des savants, tels qu'Euler ([4]), d'Alembert ([5]), soutiennent la théorie de Zarlin; de l'autre, un simple musicien, l'abbé Roussier, dans un *Mémoire sur la Musique des anciens,* présenté par d'Alembert lui-même à l'Académie des Sciences (1770), reprend les nombres de Pythagore, et J.-J. Rousseau bat en brèche la théorie de Descartes sur la simplicité des rapports qui représentent les intervalles. Enfin, en 1818, P. Galin ([6]), continuateur de Rousseau en certains points, démontre, sans calculs, à l'aide seulement d'une puissante logique, des principes musicaux avec lesquels les idées pythagoriciennes sont en parfait accord.

Cependant la question en litige n'avait pas encore été véritablement étudiée

---

([1]) *Arithmetica, Geometria et Musica* Boetii; Venetiis, Gregorii, 1492.

([2]) *Opere musicali* di Zarlino; Venise, 1602.

([3]) *Dialogo della Musica;* Florence, 1581. — *Discorso intorno alle Opere di Zarlino;* Florence, 1589.

([4]) *Tentamen novæ theoriæ Musicæ;* Petropoli, 1739.

([5]) *Éléments de Musique;* Paris, 1772.

([6]) *Exposition d'une nouvelle méthode pour l'enseignement de la Musique;* nouvelle édition. Librairie des Sciences sociales, rue des Saints-Pères, Paris.

expérimentalement, c'est-à-dire qu'on n'avait pas essayé de mesurer directement la valeur des intervalles, tels qu'on les exécute avec la voix ou un instrument.

C'est ce que fit M. Délezenne, dont les principales recherches se trouvent dans les Mémoires de la Société des Sciences de Lille pour les années 1827 et 1828. Ses expériences consistaient surtout à mesurer les longueurs de cordes correspondant aux sons donnés par un musicien lorsque son oreille était satisfaite. Elles confirmèrent d'abord la théorie de Zarlin; mais, plus tard, Délezenne crut avoir trouvé de nouvelles valeurs, et notamment celle $\frac{10}{9}$, au lieu de $\frac{9}{8}$ pour l'intervalle *ut-ré*. En 1857, le D[r] Möhring de Lunebourg fit une série d'expériences analogues, et trouva, au contraire, que les valeurs des intervalles se rapprochaient beaucoup de ceux de la gamme pythagoricienne. En 1861, E. Ritter (¹) reprit la question, et, sans faire d'expériences personnelles, discuta celles de Délezenne et du D[r] Möhring, adopta les résultats de ce dernier et montra leur accord avec la doctrine de Pythagore, qui se trouvait ainsi confirmée pour la première fois par des expériences.

Mais ces travaux ont été éclipsés par ceux de M. Helmholtz, et la publication récente de la *Théorie physiologique de la Musique* porta à la théorie pythagoricienne un coup dont elle paraissait ne pas pouvoir se relever. Cependant, en examinant avec soin les expériences à l'aide desquelles M. Helmholtz établit que les intervalles sont bien ceux de Ptolémée et de Zarlin, déduits de la théorie de la résonnance multiple et formant ce qu'il appelle la gamme *naturelle*, on voit qu'elles reposent toutes, directement ou indirectement, sur les effets produits sur l'oreille par des sons *simultanés*, par des accords. M. Helmholtz n'a jamais mesuré nettement des intervalles formés par les sons *successifs* d'une mélodie. Il paraissait nécessaire de faire des expériences franchement mélodiques, et surtout il était absolument indispensable, pour que les résultats méritassent créance, de faire en sorte qu'ils fussent indépendants de la volonté des observateurs; il fallait, en d'autres termes, que l'instrument qui produisait les intervalles à mesurer inscrivît lui-même ses vibrations, indépendamment de toute intervention volontaire ou involontaire de l'exécutant. C'est ce qui a été tenté dernièrement. On trouvera les résultats de ce dernier essai, non encore terminé, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* de Paris, numéros des 8 et 29 février 1869, 17 juillet 1871, 29 janvier 1872. Ces résultats établissent qu'il existe au moins deux catégories d'intervalles musicaux : ceux de la mélodie, qui sont conformes à la théorie pythagoricienne, et ceux de l'harmonie, provenant de sons simultanés, et qui sont ceux de Ptolémée, de Zarlin et de M. Helmholtz. Et c'est ainsi que la discussion qui durait depuis plus de deux mille ans paraît devoir se terminer à l'amiable, puisque tout le monde a raison suivant le point de vue auquel on se place.

E. Mercadier,
Ingénieur des télégraphes.

(¹) *La Gamme des musiciens et la Gamme des géomètres;* par E. Ritter. Chez Vaney, Genève, 1861.

SUR LA MESURE DES INTERVALLES MUSICAUX;

PAR M. E. MERCADIER.

Dans une série de Communications faites à l'Académie des Sciences, les 8 et 22 février 1869, 17 juillet 1871 et 29 janvier 1872, nous avons montré, M. Cornu et moi, que les impressions musicales ont pour base plusieurs systèmes d'intervalles musicaux. Nous avons pu énoncer ainsi, comme résultat déjà acquis d'études non encore terminées, les propositions suivantes, qui, montrant nettement la cause de débats soulevés depuis plus de deux mille ans, paraissent devoir y mettre fin en conciliant les deux opinions contraires qui s'étaient toujours produites sur ce sujet ([1]).

« 1° Les intervalles musicaux formés par les sons *successifs* d'une *mélodie* sans modulations appartiennent à la gamme pythagoricienne, dont les degrés sont représentés par les rapports suivants qui ne contiennent que les facteurs 2 et 3 :

Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Ut
1	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{2^2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	2.

» 2° Les intervalles formés par les sons *simultanés* des *accords*, base de l'*harmonie*, appartiennent à des systèmes très-divers qui dépendent de la complexité de ces accords. Ceux qui font partie des accords les plus simples de 2 ou 3 sons, tierces, sixtes, accords parfaits, etc., peuvent se ranger dans la gamme indiquée dans tous les Traités de physique, et dont les degrés sont représentés par les rapports suivants formés par les facteurs 2, 3 et 5 :

Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Ut
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2. »

Pour démontrer ces propositions, il est nécessaire de satisfaire à plusieurs conditions.

Premièrement, dans les deux gammes ci-dessus, les trois intervalles

([1]) *Voir*, même tome, p. 109, *Sur l'histoire de l'acoustique musicale.*

différents, savoir : la tierce majeure *ut-mi*, la sixte *ut-la*, la septième *ut-si*, diffèrent entre eux de l'intervalle nommé *comma* dont la valeur est $\frac{81}{80}$, ainsi qu'on s'en assure en faisant le quotient des fractions qui représentent ces intervalles dans les deux gammes. Or cette valeur du comma est très-petite, bien qu'elle soit très-sensible à l'oreille; il faut donc, pour la mettre en évidence, avoir recours à des musiciens exercés et employer des appareils suffisamment précis.

En second lieu, quand on veut mesurer des intervalles formés par des sons successifs, il convient de considérer ces intervalles dans le cours même d'une mélodie et non isolément. Par suite, si l'on emploie comme moyen de mesure le procédé qui consiste à faire inscrire par le corps sonore ses propres vibrations (et, dans l'état actuel de la science, il n'y en a pas de meilleur), il est nécessaire de pouvoir inscrire d'*une manière continue* les vibrations des sons constituant des fragments de mélodies à mesure qu'on les exécute sur un instrument.

Enfin, il est évidemment indispensable que l'enregistrement des vibrations soit automatique, indépendant de la volonté des observateurs; il faut que l'exécutant n'ait pas à s'en préoccuper, qu'il ne le voie même pas fonctionner, afin que son attention soit concentrée tout entière sur la musique qu'il joue.

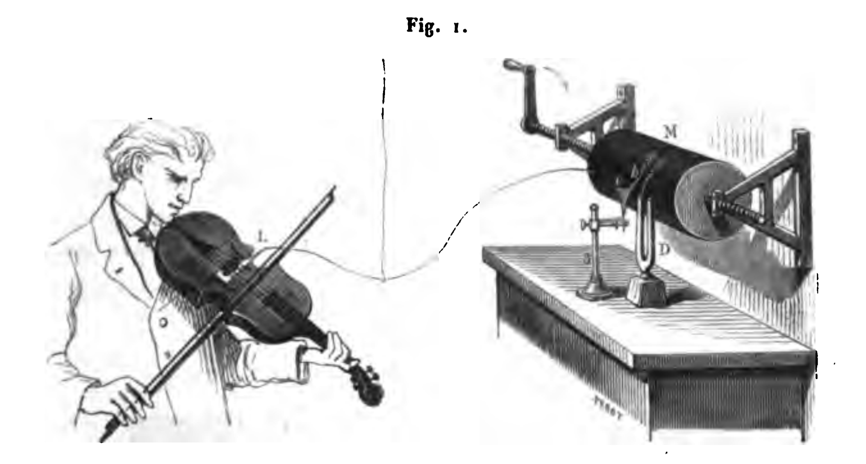
Après bien des essais, nous avons réussi à remplir ces conditions. L'appareil dont nous nous servons est fort simple, et il n'est pas de cabinet de physique qui n'en possède les éléments : c'est pourquoi il nous a paru utile de le décrire en détail dans ce journal.

L'expérience prouve qu'un fil métallique d'acier, de cuivre, de laiton, etc., sans tension, soutenu seulement de façon que ses vibrations puissent s'effectuer librement, transmet à une de ses extrémités, par vibrations transversales, les sons émis par un corps sonore fixé à l'autre extrémité. Pour le démontrer, il suffit de prendre deux diapasons à miroir accordés exactement à l'unisson, de fixer un bout du fil à l'un d'eux, et d'armer l'autre bout d'une barbe de plume portant un point brillant, placée en face du miroir du second diapason. Si l'on fait vibrer les deux diapasons, en plaçant convenablement la barbe de plume, on voit l'image du point brillant décrire une ellipse caractéristique de l'unisson, ellipse qui

varie si l'on charge d'un poids si léger qu'il soit (un peu de cire par exemple) le diapason fixé au fil.

On prend un pareil fil de 5, 6, 8, 10, etc., mètres de longueur, suspendu au moyen de rondelles étroites de caoutchouc (*fig.* 1); on soude à une extrémité une petite lame de laiton mince L, que l'on place entre la table d'harmonie d'un instrument à cordes et les pieds du chevalet : l'autre extrémité est fortement pincée dans un lourd support S. Près du point fixé, on soude une petite lame de clinquant *c*, à laquelle on attache une barbe de plume *b* avec un peu de cire molle (cette disposition donne aux vibrations une amplitude plus grande que si la barbe était fixée directement au fil). Un instrumentiste se place de façon que le fil ne gêne pas les mouvements de son archet, et il joue des fragments de mélodies simples dans un mouvement lent (chaque son doit durer au moins une seconde). Les vibrations des cordes se transmettent au chevalet, à la lame métallique, au fil et à la barbe de plume qui vibre synchroniquement. Il ne reste plus qu'à inscrire ces vibrations.

Fig. 1.



L'instrument enregistreur se compose d'un cylindre métallique M dont l'axe est muni d'une vis mobile dans un double écrou solidement fixé soit à une table soit à un mur. Ce cylindre est recouvert d'une feuille de papier qu'on enfume en le faisant tourner au-dessus de la flamme fuligineuse d'une lampe à huile. Un diapason D, de 300 à 500 vibrations doubles par seconde, muni d'un style en

clinquant, est solidement encastré dans un étau ou dans le mur, et disposé de manière que son style vibre suivant les génératrices du cylindre : ces vibrations servent à marquer le temps, et le diapason sert de chronographe sans qu'il soit nécessaire que le mouvement qu'on donnera tout à l'heure au cylindre soit régulier et uniforme. D'ailleurs on avance la barbe de plume de façon que sa pointe effleure le papier noirci et qu'elle vibre *tout près* du style, et, comme lui, *suivant les génératrices du cylindre.*

Ces dispositions prises, on met le diapason en vibration, soit avec un archet, soit par le choc d'un tampon garni de peau, et l'instrumentiste joue pendant qu'on fait tourner le cylindre, soit à la main, soit à l'aide d'un moteur quelconque avec une vitesse convenable.

Fig. 2.



On obtient ainsi un graphique, semblable à celui dont la *fig.* 2 ci-contre reproduit un fragment, où chaque son de la mélodie est représenté par une forme de vibration différente. On compte pour chaque son le nombre de vibrations correspondant à 100 vibrations du diapason, par exemple, et les rapports des nombres obtenus donnent les valeurs des intervalles. Les vibrations sont quelquefois compliquées d'harmoniques (*fig.* 3), mais ce sont presque toujours des octaves, rarement des quintes, très-rarement des tierces : il est d'ailleurs impossible de s'y tromper.

Fig. 3.



Pour pouvoir conserver le graphique, après l'avoir détaché du cylindre, on le fend longitudinalement, on le trempe un instant

dans une dissolution de 4 pour 100 de gomme laque dans l'alcool : il se trouve ainsi recouvert d'une couche très-mince d'un vernis inaltérable.

Si, au lieu de mesurer des intervalles *mélodiques*, on veut mesurer des intervalles *harmoniques* de deux sons, on accorde *simultanément* deux cordes de l'instrument (comme à l'ordinaire), soit à la tierce, soit à la quinte, soit à la sixte, etc., jusqu'à ce qu'il n'y ait pas de battements et que l'oreille soit pleinement satisfaite; puis on inscrit séparément les sons des deux cordes ainsi accordées.

Nous avons fait ainsi de nombreuses expériences avec plusieurs personnes, et notamment des expériences mélodiques avec MM. Léonard, violoniste belge, et Séligmann, violoncelliste : voici la moyenne des résultats relevés sur les graphiques obtenus avec le concours de ces deux artistes éminents; d'autres expériences nous ont donné des octaves égales à 2.

	Ut	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Ut
Moyenne des résultats	1,000	1,128	1,265	1,330	1,500	1,686	1,917	"
Gamme pythagoricienne	1,000	1,125	1,266	1,333	1,500	1,687	1,898	2,000
Gamme généralement adoptée	1,000	1,125	1,250	1,333	1,500	1,666	1,875	2,000
Valeurs du comma (¹).	0,013	0,014	0,016	0,017	0,019	0,021	0,024	0,025

Il est nécessaire d'ajouter que les écarts moyens des expériences dépassent rarement un tiers de comma. Quant à la différence entre les moyennes des résultats et les valeurs des intervalles de la gamme pythagoricienne, elle n'est qu'une fraction de comma insensible à l'oreille. Pour la septième seulement, la différence va jusqu'à $\frac{5}{6}$

(¹) Ces nombres sont la *différence* entre la valeur numérique de chaque intervalle I et la moyenne de ce même intervalle haussé d'un comma, c'est-à-dire

$$\left(\frac{81}{80}-1\right)\times I = I \times 0,0125.$$

de comma ; mais ce résultat est remarquable parce qu'il met en évidence un fait bien connu des musiciens, à savoir que, dans le cas où la note *sensible* (*si*) se résout sur la *tonique* (*ut*) (c'est précisément ce qui s'est présenté dans les quatre cas où nous avons obtenu des septièmes), elle est notablement plus élevée que dans le mouvement inverse.

SUR LES DIVERSES UNITÉS EMPLOYÉES POUR LA MESURE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ ET DE MAGNÉTISME ET LES RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE ELLES;

PAR M. A. TERQUEM.

II. — ÉLECTRO-MAGNÉTISME [1].

L'action d'un élément ds d'un courant d'intensité i sur le pôle P d'un aimant, ou mieux sur un centre magnétique contenant une quantité μi de fluide magnétique est donnée, comme l'on sait, par la formule

$$f = \frac{\mu i ds \sin \varepsilon}{l^2}, \qquad (1)$$

ε étant l'angle que fait avec l'élément la droite qui joint le point P au milieu de cet élément, et l étant la distance de ces deux points ; cette force est dirigée perpendiculairement au plan passant par P et ds, appliquée à l'élément et tend à porter celui-ci à la droite de P, si ce point possède du fluide austral. Elle n'est pas elle-même une action élémentaire, mais la résultante d'autres actions plus simples, ce qui explique comment elle n'est pas dirigée suivant la droite qui joint P à l'élément ; n'en est-il pas de même dans les actions de la pesanteur, puisque le poids d'un corps est censé passer par le centre de gravité qui est quelquefois en dehors du corps lui-même ? Les résultantes n'ont du reste, dans aucun cas, d'existence réelle ; on ne doit les considérer que comme destinées à faciliter les calculs.

Le point P est lui-même soumis à une réaction f, appliquée au milieu de l'élément et dirigée de manière à porter ce point à la

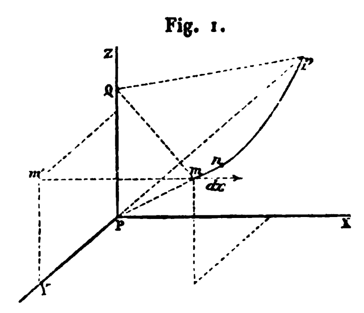
---

[1] L'ordre adopté dans cette exposition est analogue à celui qu'a suivi M. V. de Lang (de Vienne) dans son ouvrage *Einleitung in die theoretische Physik* (1867).

gauche ou à la droite du courant d'après la règle d'Ampère, en supposant le point d'application invariablement lié au point P. L'intensité i du courant est *l'intensité électro-magnétique*. Cette action élémentaire ne permet ni de mesurer cette intensité en fonction des unités magnétiques, ni de comparer à l'expérience l'action des courants sur les aimants; il faut chercher par le calcul l'action de courants limités et de formes simples et réalisables; tel est le but de l'électro-magnétisme.

Composantes de l'action d'un centre magnétique sur un élément de courant. — Soit P (*fig.* 1) un centre magnétique, mn un élé-

Fig. 1.



ment ds d'un courant, menons par P trois axes perpendiculaires et cherchons les composantes ξ, η, ζ, suivant ces trois axes, de l'action de P sur ds; P est supposé contenir du fluide austral. On pourra, d'après un principe souvent employé par Ampère, remplacer ds par ses trois projections dx, dy et dz et chercher l'action de P sur les trois éléments de courants $i\,dx$, $i\,dy$ et $i\,dz$, dont on fera ensuite la somme; l'intensité i a le signe $+$ quand le courant est dirigé vers la partie positive des axes. Soient x, y, z, les coordonnées du point m. Nous chercherons simplement l'action de P sur dx; on en déduira facilement l'action sur dy et dz.

On a, d'après la formule (1),

$$f = \frac{\mu i\,dx \sin\varepsilon}{l^2};$$

or

$$\cos\varepsilon = \frac{x}{l}, \quad l^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$\sin\varepsilon = \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{l};$$

donc

$$f = \frac{\mu i}{l^3}\sqrt{y^2 + z^2}.$$

Cette force est appliquée en m perpendiculairement au plan $m'Pm$; elle est donc parallèle au plan des YZ, et ses composantes seront $\left(\right.$en remarquant que $Pm' = \sqrt{y^2+z^2}$ et que les cosinus des angles de cette force avec les axes des Y et des Z sont $\frac{Z}{\sqrt{y^2+z^2}}$ et $\left.\frac{Y}{\sqrt{y^2+z^2}}\right)$: suivant PY, $\frac{\mu i y dx}{l^3}$, et suivant PX, $-\frac{\mu i z dx}{l^3}$.

On pourra faire le tableau suivant, en déterminant de la même manière les actions de P sur dy et dz :

	X	Y	Z
dx...........	o	$+z\,dx$	$-y\,dx$
dy...........	$-z\,dy$	o	$+x\,dy$
dz...........	$+y\,dz$	$-x\,dz$	o.

Les composantes seront donc

$$(2)\qquad \begin{cases} \xi = \frac{\mu i}{l^3}(y\,dz - z\,dy), \\ \eta = \frac{\mu i}{l^3}(z\,dx - x\,dz), \\ \zeta = \frac{\mu i}{l^3}(x\,dy - y\,dx). \end{cases}$$

Si l'on déplace les axes parallèlement à eux-mêmes de telle sorte que les coordonnées de P deviennent a, b, c, les formules (2) sont remplacées par les suivantes :

$$(3)\qquad \begin{cases} \xi = \frac{\mu i}{l^3}[(y-b)dz - (z-c)dy], \\ \eta = \frac{\mu i}{l^3}[(z-c)dx - (x-a)dz], \\ \zeta = \frac{\mu i}{l^3}[(x-a)dy - (y-b)dx]. \end{cases}$$

Ces formules permettent de résoudre tous les problèmes relatifs à

l'électro-magnétisme, en suivant une marche uniforme, et de simplifier les calculs dans un grand nombre de cas.

Si l'on cherchait l'action de ds sur P, il faudrait changer les signes des composantes.

Rotation d'un courant autour d'un aimant; action d'un courant fermé. — Supposons qu'une portion limitée de courant soit soumise à l'action d'un centre magnétique P, quel sera le moment du couple de rotation de cette partie de courant autour d'un axe passant par P? Cette question, traitée dans la plupart des cours de physique, n'est reproduite ici que pour faire voir comment les formules générales (2) permettent d'arriver plus rapidement et plus simplement à la solution que la méthode employée ordinairement.

Supposons que l'axe des Z (*fig.* 1) soit l'axe de rotation, le moment du couple qui agit sur l'élément ds sera

$$\xi y - \eta x = \frac{\mu i}{l^3}[(x^2+y^2)dz - z(x\,dx + y\,dy)] = \mathrm{M};$$

or

$$l^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (x^2+y^2)\,dz = (l^2 - z^2)\,dz,$$
$$x\,dx + y\,dy = l\,dl - z\,dz;$$

donc

$$\mathrm{M} = \frac{\mu i}{l^3}(l\,dz - z\,dl).$$

Soit α l'angle mPZ; on a

$$\cos\alpha = \frac{z}{l},$$

et par suite

$$d\cos\alpha = \frac{l\,dz - z\,dl}{l^2};$$

donc

$$\mathrm{M} = \mu i\,d\cos\alpha.$$

Le moment de rotation d'une partie limitée du courant mp autour de PZ sera donc

$$\mathrm{M} = \mu i(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1).$$

Si, sur cet axe des z, se trouve un autre centre magnétique Q, contenant du fluide de nom contraire à celui de P, et formant avec le premier un aimant, le moment total de rotation sera, comme l'avait trouvé Ampère,

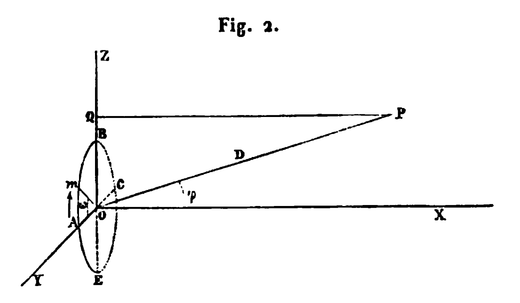
$$\mathrm{M} = \mu i(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 - \cos\beta_2 + \cos\beta_1).$$

Si donc le courant est fermé, $\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2$, et par suite le moment du couple de rotation est nul, ce qui démontre que la résultante de toutes les actions élémentaires passe par P.

Ces formules générales (2) peuvent de même servir à l'étude de tous les cas particuliers que l'on examine dans l'électro-magnétisme.

Action d'un courant circulaire sur un centre magnétique très-éloigné par rapport à son rayon. — Soit ABCE (*fig.* 2) un courant

Fig. 2.



circulaire d'intensité i, de rayon r; P un centre magnétique situé à une très-grande distance du courant circulaire par rapport au diamètre de ce dernier. Posons $OP = D$, $POX = \varphi$; prenons le centre du courant comme origine, son plan comme plan des YZ, et pour plan des ZX celui qui contient P. Appliquons les formules (3) après avoir changé le signe des composantes, puisque l'on prend ici l'action du courant sur le centre magnétique. Le courant est censé marcher de l'axe des Y vers l'axe des Z. Les formules à employer seront donc

$$(4)\qquad \begin{cases} \xi = \dfrac{\mu i}{l^3}[(z-c)\,dy - (y-b)\,dz], \\[2mm] \eta = \dfrac{\mu i}{l^3}[(x-a)\,dz - (z-c)\,dx], \\[2mm] \zeta = \dfrac{\mu i}{l^3}[(y-b)\,dx - (x-a)\,dy]. \end{cases}$$

On aura à intégrer pour toute l'étendue du courant circulaire; or on voit *a priori* que, par raison de symétrie, $\Sigma\eta = 0$; nous ne nous occuperons donc que de $\Sigma\xi$ et de $\Sigma\zeta$.

Prenons un élément situé en m, dont les coordonnées polaires

seront r et ω; on aura

$$\begin{array}{lll} x = 0, & dx = 0, & a = D\cos\varphi, \\ y = r\cos\omega, & dy = -r\sin\omega\,d\omega, & b = 0, \\ z = r\sin\omega, & dz = r\cos\omega\,d\omega, & c = D\sin\varphi, \end{array}$$

$$x - a = -D\cos\varphi,$$
$$y - b = r\cos\omega,$$
$$z - c = r\sin\omega - D\sin\varphi.$$

Donc

$$\xi = \frac{\mu i r}{l^3}(D\sin\varphi\sin\omega - r)\,d\omega,$$

$$\zeta = -\frac{\mu i r}{l^3} D\cos\varphi\sin\omega\,d\omega,$$

$$l^2 = D^2 + r^2 - 2Dr\sin\varphi\sin\omega = D^2\left(1 - \frac{2r}{D}\sin\varphi\sin\omega + \frac{r^2}{D^2}\right);$$

d'où, en négligeant les puissances de $\frac{r}{D}$ supérieures à la première,

$$l^{-3} = D^{-3}\left(1 + \frac{3r}{D}\sin\varphi\sin\omega\right).$$

Donc

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\mu i r}{D^2}\left(\sin\varphi\sin\omega - \frac{r}{D}\right)\left(1 + \frac{3r}{D}\sin\varphi\sin\omega\right)d\omega, \\ &= \frac{\mu i r}{D^2}\left(\sin\varphi\sin\omega - \frac{r}{D} + \frac{3r}{D}\sin^2\varphi\sin^2\omega\right)d\omega, \\ \zeta &= -\frac{\mu i r}{D^2}\left(\cos\varphi\sin\omega + \frac{3r}{D}\sin\varphi\cos\varphi\sin^2\omega\right)d\omega. \end{aligned}$$

En intégrant entre les limites o et 2π, et remarquant que

$$\int_0^{2\pi}\cos\omega\,d\omega = \int_0^{2\pi}\sin\omega\,d\omega = 0,$$

et que

$$\int_0^{2\pi}\cos^2\omega\,d\omega = \int_0^{2\pi}\sin^2\omega\,d\omega = \pi,$$

on aura

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} \Sigma\xi &= X = \frac{\mu i\pi r^2}{D^3}(1 - 3\cos^2\varphi), \\ \Sigma\zeta &= Z = -\frac{\mu i\pi r^2}{D^4}\,3\sin\varphi\cos\varphi. \end{aligned}\right.$$

Action d'un aimant sur une molécule de fluide magnétique très-éloignée. — Cette question se trouve traitée dans le présent volume, p. 103 [1]. On est arrivé aux formules suivantes :

$$(6)\quad \begin{cases} X = \dfrac{(2ml)\mu}{D^3}(1 - 3\cos^2\varphi), \\ Z = -\dfrac{(2ml)\mu}{D^3}\, 3\sin\varphi\cos\varphi. \end{cases}$$

Analogie entre des courants circulaires et des aimants; intensité électro-magnétique des courants. — En comparant les formules (5) et (6), on reconnaît leur identité, sauf la substitution de $\pi r^2 i$ à $2ml$. On peut donc remplacer un courant circulaire agissant sur une molécule magnétique infiniment éloignée par un aimant infiniment petit, perpendiculaire au plan du courant circulaire. Soit $2ml$ le moment magnétique absolu de cet aimant exprimé à l'aide des unités adoptées par Gauss, moment choisi de telle sorte que l'action de l'aimant soit la même que celle du courant circulaire, l'intensité du courant sera $\dfrac{2ml}{\pi r^2}$, c'est-à-dire le quotient de ce moment magnétique par la surface autour de laquelle circule le courant.

Le courant dont l'intensité est égale à 1 est donc celui qui, formant un courant circulaire dont la surface égale 1 millimètre carré, exercerait sur une molécule magnétique très-éloignée la même action qu'un aimant dont le moment absolu serait égal à l'unité, c'est-à-dire égal à l'unité de magnétisme multipliée par l'unité de longueur.

Si l'on se reporte à ce qui a été dit dans l'article précédent sur les relations qui existent entre le moment magnétique absolu et les unités de force et de longueur, on verra que ce dernier moment est exprimé par un nombre variant en raison inverse de la racine carrée de l'unité de force et du carré de l'unité de longueur. L'inten-

---

(1) Je profiterai de cette circonstance pour corriger une faute qui s'est glissée dans la rédaction de cette Note. La résultante est représentée en direction seulement par PV, son intensité est $\dfrac{(2ml)\mu}{D^3}\dfrac{PV}{OV}$. Cette construction a été donnée par Gauss dans les *Résultats des observations de l'union magnétique*, et M. Weber en a déduit diverses conséquences dans un travail inséré dans les *Annales de Poggendorff*, t. LV, p. 33 (1842).

sité d'un courant, étant égale au quotient d'un moment magnétique absolu par une surface, sera donc indépendante de l'unité de longueur, et sera exprimée par un nombre variant seulement en raison inverse de la racine carrée de l'unité de force.

Identité de l'action d'un courant fermé et de surfaces magnétiques. — Un courant circulaire infiniment petit peut donc être remplacé par un petit aimant perpendiculaire à sa surface, et dont les deux pôles seraient situés de part et d'autre de cette surface. Si l'on a un courant fermé de dimensions finies, on peut lui substituer une infinité de courants circulaires infiniment petits, remplissant toute l'aire embrassée par le courant, puisque les parties voisines des courants intérieurs se détruisent; chaque courant circulaire à son tour pourra être remplacé par un aimant infiniment petit perpendiculaire à son plan. Tous les pôles N et S de ces aimants infiniment petits seront situés respectivement sur deux surfaces limitées au contour du courant, et infiniment rapprochées. On démontre donc très-simplement ce principe énoncé par Ampère, que : *l'action d'un courant fermé est la même que celle de deux surfaces magnétiques infiniment voisines, chargées de fluides contraires et limitées au contour du courant*. Le moment magnétique absolu de cet aimant d'un nouveau genre ayant une grande surface et une longueur infiniment petite serait Si, S étant la surface renfermée dans le courant, et i l'intensité électro-magnétique de ce dernier.

Nous examinerons dans le prochain article les méthodes employées pour obtenir l'intensité absolue d'un courant et la comparaison de cette unité aux autres unités dont on se sert également pour exprimer l'intensité des courants.

CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES SUR LES ÉCHELLES DE TEMPÉRATURES;

PAR M. A. CROVA.

On connaît la théorie remarquable de Daniel Bernoulli sur la constitution des gaz; elle est exposée dans le *Traité d'hydrodynamique* publié par ce savant, en 1738. Depuis, elle a été reprise

par M. Krönig, de Berlin, et par M. Clausius, qui lui a donné de grands développements [1].

D'après cette théorie, toutes les propriétés des gaz permanents s'expliquent facilement, si l'on donne à la molécule de chaque gaz une force vive $\frac{mu^2}{2}$ proportionnelle à sa température absolue. On arrive ainsi à la relation

$$pv = \frac{2}{3}\sum \frac{mu^2}{2};$$

c'est-à-dire que le produit du volume d'une masse gazeuse par la pression qu'elle supporte est égal aux deux tiers de la somme des forces vives des mouvements de ses molécules.

Soit une masse constante d'un gaz parfait, contenue dans un vase à parois inextensibles. A une température déterminée, celle de la fusion de la glace, par exemple, ce gaz exerce sur les parois du vase une pression qui est la résultante des composantes normales des chocs moléculaires qui se produisent toutes les fois qu'une molécule gazeuse se réfléchit sur ses parois.

Or, les expériences de M. Regnault sur la dilatation des gaz permanents sous volume constant conduisent à cette conclusion, que : pour chaque degré centigrade d'élévation de température au-dessus du point de fusion de la glace, la force élastique du gaz augmente de $\frac{1}{273}$ de sa valeur à 0° C.

La régularité presque parfaite de la dilatation de l'air et des gaz permanents a conduit les physiciens à substituer à l'échelle centigrade du thermomètre à mercure l'échelle centigrade du thermomètre à air, chaque degré de cette échelle correspondant à un accroissement constant de la force élastique qu'avait la masse gazeuse à 0° C.

Il est donc évident que si, au lieu d'échauffer le gaz de 1° C, on le refroidit de 1° C au-dessous de 0° C, sa force élastique diminuera de $\frac{1}{273}$ de sa valeur à 0° C, et que, par conséquent, si le gaz continue à conserver les propriétés des gaz parfaits, sa force élastique sera nulle à 273° C au-dessous de zéro.

---

(1) Verdet, *Théorie mécanique de la Chaleur*, t. II.

En appelant T la température absolue comptée à partir de ce point, la température absolue du zéro centigrade sera donc 273° C.

Si donc nous prenons provisoirement pour unité la force élastique du gaz à la température de 0° C, sa force élastique à t° de la même échelle sera

$$1 + \alpha t = 1 + \frac{t}{273} = \frac{273 + t}{273} = \frac{T}{273}.$$

Ainsi, toute élévation de 1° C augmentera d'une fraction constante et égale à $\frac{1}{273}$ la force élastique primitive du gaz à 0° C.

Au lieu de prendre pour unité la force élastique du gaz à 0° C, prenons pour unité la force élastique du gaz à toute autre température de l'échelle centigrade, par exemple à 100° C.

A 0° C, sa force élastique serait

$$\frac{1}{1 + \frac{100}{273}} = \frac{273}{373},$$

et pour chaque degré d'élévation de température, sa force élastique s'accroîtra, non plus de $\frac{1}{273}$, mais de $\frac{1}{373}$. En général, si l'on prend pour unité la force élastique du gaz à t° C, l'accroissement de force élastique correspondant à une élévation de température de 1° C sera $\frac{1}{273 + t} = \frac{1}{T}$ de sa valeur primitive à t° C.

Ce résultat était facile à prévoir; en effet, si maintenant nous prenons pour unité la force vive qu'il faut communiquer à une molécule gazeuse pour l'élever du zéro absolu à 1 degré de l'échelle absolue, le coefficient de dilatation de ce gaz sera égal à l'unité, puisqu'il est égal à l'augmentation de la force élastique du gaz sous volume constant, c'est-à-dire proportionnel à l'augmentation de son énergie intérieure. Mais on mesure toujours le coefficient de dilatation relatif, c'est-à-dire le rapport de l'augmentation de la tension du gaz pour une élévation de température de 1 degré à sa tension à une température définie.

On voit donc que, si le numérateur de la fraction qui représente le coefficient de dilatation est constant, son dénominateur dépend

de la température absolue que l'on prend pour point de départ. En général, si ce point de départ est à t° C, le coefficient de dilatation relatif est

$$\frac{1}{273+t}=\frac{1}{T}.$$

Les gaz parfaits contenant à volume égal le même nombre de molécules, leur température et leur pression étant les mêmes, nous pourrons dire que le coefficient absolu de dilatation d'un gaz parfait est proportionnel à l'accroissement de force vive qu'il faut communiquer à une masse constante de ce gaz contenue dans un vase à parois inextensibles, pour élever sa température de 1 degré.

On mesure cet accroissement par l'augmentation de la force élastique d'une masse constante de gaz sous volume constant, quand on élève sa température de 1 degré.

Ainsi, en adoptant une échelle arbitraire dans laquelle les variations de volume d'une masse invariable d'un gaz parfait sous pression constante, ou de pression sous volume constant, sont proportionnelles aux variations de température, l'accroissement d'énergie d'une molécule gazeuse est proportionnel à l'élévation de température. Dans ces circonstances, l'équivalent mécanique de la chaleur est une quantité invariable, quelle que soit la température à laquelle on la détermine; il n'en serait pas de même pour tout autre genre d'échelle thermométrique.

Il résulte aussi de ce qui précède que le zéro absolu occupera toujours la même position sur l'échelle centigrade qui, tout arbitraire qu'elle est, jouit cependant de cette propriété, que la place du zéro sur cette échelle est indépendante de la nature du gaz parfait servant de corps thermométrique, et de la température que l'on aura prise arbitrairement pour point de départ. Il y a plus, la position de ce zéro est aussi indépendante de l'échelle arbitraire des températures que l'on emploiera, pourvu que l'on convertisse les degrés de ces échelles en degrés centigrades.

Exemples. — Nous avons déjà vu qu'en prenant pour point de départ le zéro centigrade, le zéro absolu se place à -273° C.

Prenons pour point de départ t° C. Pour chaque degré d'abais-

sement de température, la force élastique du gaz à t° C diminue de $\frac{1}{273+t}$. Elle sera donc nulle à $-(273+t)$ au-dessous de t° C, c'est-à-dire à -273° C.

Si l'on se sert de l'échelle Réaumur, le coefficient de dilatation compté à partir de 0° R est pour 1° R $\frac{1}{218,5}$, et le zéro absolu est à $-218^\circ,5$ R. En convertissant $-218^\circ,5$ R en degrés centigrades, on trouve -273° C.

Dans l'échelle Fahrenheit, le coefficient de dilatation compté à partir du zéro Fahrenheit est

$$\frac{1}{273-17,77}\,\frac{5}{9}=\frac{1}{459,41},$$

et le zéro absolu est à $-459^\circ,41$ F.

Or $459^\circ,41$ F valent $255^\circ,23$ C, et comme le zéro Fahrenheit est à $-17^\circ,77$ C, le zéro absolu se placera à

$$-(255,23+17,77)=-273^\circ\,\mathrm{C}.$$

Quelle que soit l'échelle arbitraire employée, pourvu qu'elle soit telle qu'à des accroissements égaux de température correspondent des degrés égaux, elle offre toujours une particularité facile à prévoir. La température à laquelle le volume d'un gaz à o degré sous pression constante est doublé est égale et de signe contraire à celle du zéro absolu. En effet, si le zéro de l'échelle est à T° comptés à partir du zéro absolu, le volume du gaz sera doublé à 2 T°, ce qui est évident.

INFLUENCE DE LA SURFACE DES CONDUCTEURS SUR LA PROPAGATION DES COURANTS INSTANTANÉS;

PAR M. C.-M. GUILLEMIN,
Professeur à l'École spéciale militaire de Saint-Cyr.

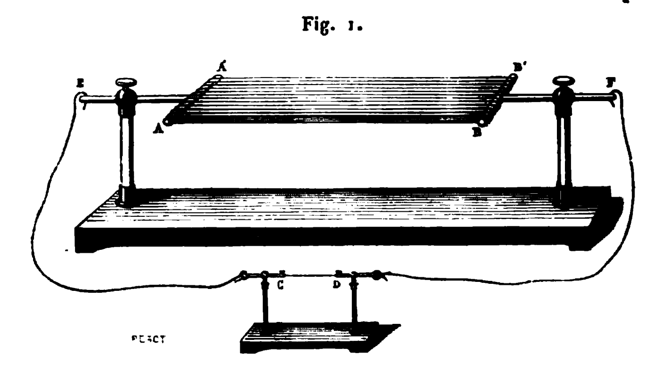
Il est bien démontré que la surface des conducteurs n'a aucune influence sur le courant de la pile quand il est constant; la formule qui exprime l'intensité du courant ne contient aucune fonction de

la surface : les dimensions des conducteurs, la force électro-motrice et la résistance de la pile suffisent, dans tous les cas, pour exprimer l'intensité du courant stable.

Il n'en est plus de même pour le courant instantané de la batterie ou de la bouteille de Leyde. L'expérience suivante démontre nettement qu'un conducteur transmet mieux le courant instantané lorsqu'on augmente sa surface, sans changer sa longueur ni sa section.

Deux barreaux de métal AA′ et BB′ (*fig.* 1), de 15 millimètres de diamètre et de 25 centimètres de longueur, sont isolés sur des pieds

Fig. 1.



de verre, lesquels sont fixés solidement sur deux extrémités d'une planche de 2 mètres de longueur. On tend d'un barreau à l'autre un fil métallique de $\frac{1}{3}$ de millimètre de diamètre, en l'enroulant comme sur une bobine, de manière à avoir 50 ou 60 fils; puis on fait communiquer par des fils métalliques EC et FD les deux bouts de ce système de conducteurs avec un excitateur entre les pinces duquel on a tendu un fil de fer CD de $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre et de 8 centimètres de longueur.

L'appareil étant ainsi disposé, on fait passer dans tous ces fils le courant instantané de six grandes jarres, chargées avec la bobine Ruhmkorff ou la machine de Holtz, de façon que le fil CD rougisse sans fondre.

Alors on réunit tous les fils de A en B vers le milieu du barreau, et l'on en fait un seul faisceau en les liant avec un fil de soie. Après cette modification, si l'on fait passer une décharge de la

batterie, égale à la première, le fil CD tombe immédiatement en fusion.

Ici rien n'a été changé dans la section ni dans la longueur du système de conducteurs AB; il a suffi de rapprocher les fils pour déterminer une plus grande partie de la charge de la batterie à passer en CD.

Au lieu de 50 fils parallèles, on peut étendre de A en B une feuille d'étain de 20 centimètres de largeur, isolée sur des lames de verre vernies à la gomme laque. En faisant passer des décharges égales, comme il vient d'être dit, on voit le fil CD s'échauffer d'autant plus que la lame d'étain a été un plus grand nombre de fois pliée sur elle-même dans le sens de sa longueur. Quand l'expérience est bien faite, les différences sont bien marquées : de la température rouge sombre, le fil CD passe à une fusion rapide, lorsqu'on réduit la surface de la lame à la huitième partie de sa dimension primitive.

L'emploi de la bobine permet facilement d'avoir des charges égales de batterie; il faut pour cela intercaler dans le conducteur qui va à l'armature interne deux pointes de métal séparées par une couche d'air ayant au moins 12 centimètres d'épaisseur. En réglant à la main le nombre des étincelles, on a sensiblement la même charge pour un même nombre d'étincelles, pourvu qu'entre deux expériences on décharge complétement la batterie.

L'électromètre à cadran donne aussi un bon moyen de charger la batterie de la même manière dans tous les essais.

La première forme de l'expérience indique assez clairement que les effets observés sont dus à des phénomènes d'induction. Cependant il m'a paru bon de démontrer cette proposition d'une manière plus directe.

C'est à quoi je suis parvenu en disposant sur une table trois fils parallèles, séparés entre eux par une distance de 50 centimètres. Les deux fils extrêmes contiennent chacun dans leur longueur 8 centimètres de fil de fer fin. Le conducteur qui va à l'armature externe de la batterie passe sous la table verticalement au-dessous du fil du milieu.

Quand tout est bien symétrique dans la disposition de l'expérience, le courant de la batterie échauffe également les deux fils fins. Mais si l'on détruit cette symétrie, le rapprochement de

deux conducteurs où le courant va dans le même sens diminue la chaleur que le fil fin reçoit de la batterie.

Au contraire, le rapprochement de deux conducteurs où le courant marche en sens inverse augmente la quantité de chaleur que le fil fin reçoit. Je peux donc énoncer les deux propositions qui suivent :

1° Deux courants instantanés qui se propagent dans le même sens se nuisent et se ralentissent mutuellement;

2° Deux courants instantanés qui vont en sens contraire accélèrent mutuellement leur marche.

Il résulte de là que la forme qu'on donne à un même fil retardera ou accélérera la propagation du courant qui le traverse, suivant que dans les parties voisines les courants vont dans le même sens ou en sens contraire. C'est ainsi que la disposition en hélice augmente généralement la résistance au courant de la batterie et que la disposition en sinusoïde l'accélère. Mais ce qui ne paraît pas aussi évident, c'est qu'une hélice d'un petit diamètre, allongée dans le sens de son axe, facilite le passage du courant instantané.

Pour ces derniers essais, il convient de prendre un fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre et de 12 à 15 mètres de longueur, couvert de gutta-percha.

Le courant de la batterie est pour ainsi dire l'exagération de l'état variable; aussi il ne faut pas s'étonner de voir les phénomènes d'induction se produire ici avec beaucoup d'intensité.

Bien que j'aie obtenu quelques faits analogues avec le courant de la pile, où l'état permanent prédomine souvent sur l'état variable, je ne développerai que plus tard, dans un autre Mémoire, les résultats que je possède déjà et qui ont besoin d'être complétés.

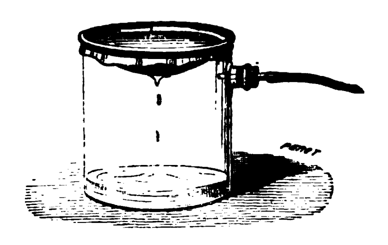
APPLICATION DU VIDE A LA FILTRATION RAPIDE;

PAR M. N. GRÉHANT,
Aide-naturaliste au Muséum.

On accélère beaucoup la filtration en diminuant la pression audessous du liquide versé sur le filtre; mais l'établissement d'une

différence de pression qui rende le passage du liquide plus rapide offre dans les laboratoires un grave inconvénient, la rupture presque inévitable du filtre de papier. Plusieurs procédés permettent d'éviter cet accident; en voici un qui est très-simple et que j'emploie constamment.

La partie supérieure d'un bocal cylindrique de verre d'un diamètre de 10 à 15 centimètres présente un rebord circulaire légèrement saillant sur lequel on fixe, à l'aide d'une bande de caoutchouc, un morceau de toile trempé d'abord dans l'eau distillée; on applique sur la toile bien tendue une feuille de papier à filtre trempée aussi dans l'eau distillée. Le bocal porte à sa partie supérieure une tubulure latérale que ferme un bouchon de caoutchouc traversé par un



tube de verre; ce tube est réuni par un caoutchouc épais au robinet d'aspiration d'une trompe construite par M. Wissnegg, déterminant un appel d'air très-énergique; aussitôt la toile et le papier prennent la forme concave d'un grand verre de montre, et le papier, soutenu par le tissu en tous ses points, ne se rompt jamais. Dans ces conditions, si l'on verse un liquide sur le filtre, le passage du liquide a lieu très-rapidement et l'on peut même filtrer certains liquides albumineux qui ne passent point à travers un filtre ordinaire.

La trompe qui est installée au laboratoire de physiologie du Muséum et qui me sert habituellement peut soulever une colonne de mercure de 25 centimètres : c'est la mesure de sa puissance d'aspiration.

J. E. GORDON and W. NEWALL. — On the effect of small variations of temperature on steel magnets (Effet de petites variations de température sur les barreaux aimantés); *Philosophical Magazine*, t. XLII, p. 335; 1871.

L'étude des variations diurnes et annuelles du magnétisme terrestre est l'une des branches les plus importantes de la physique du globe; ces variations sont très-petites et, malheureusement, les changements de la température font varier les constantes magnétiques des aimants qui les mesurent : de là des sources d'erreur qu'il est nécessaire de corriger. Les expériences faites par les auteurs tendent à prouver que l'on arrivera à opérer cette correction avec une grande sécurité. Ils ont mesuré la valeur variable du moment magnétique de barreaux chauffés à des températures connues par les déviations d'un magnétomètre (aimant suspendu muni d'un miroir, suivant la méthode de Gauss).

Ces expériences sont résumées par la formule empirique suivante, qui donne la diminution du pouvoir magnétique F correspondant à 1 degré C, le pouvoir magnétique à 20 degrés C étant pris pour unité

$$\frac{FG^3}{eP^\alpha} = 4{,}714 \qquad \alpha = \frac{7}{9} \text{ (1)},$$

dans laquelle G est le poids spécifique à 20 degrés C; *e* la diminution de poids spécifique pour 1 degré C, rapportée au poids spécifique à 20 degrés C; P le nombre de parties de matières étrangères au fer sur 100000 renfermées dans l'acier.

L'ordre de grandeur de F est environ 1 pour 1000 par degré centigrade : il est à peine utile de rappeler que, si l'acier perd cette fraction de son magnétisme par échauffement, il la reprend par refroidissement.

Cette formule empirique ne se rapporte qu'à des barreaux d'acier trempés au rouge sombre et recuits à 80 degrés après aimantation : les auteurs font remarquer que, pour une trempe donnée, le coefficient numérique présente une certaine valeur qu'on peut appeler la *constante thermomagnétique de l'acier*.

A. CORNU.

(1) L'exposant α, que nous substituons au symbole du Mémoire, nous paraît être égal exactement à la fraction $\frac{7}{9}$, d'après l'examen des valeurs numériques.

DUPUY DE LOME. — Navigation aérienne; *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXI, p. 502, 545, 549, et t. LXXIV, p. 337, 345.

Le problème de la navigation aérienne a donné lieu à bien des recherches. La variété des projets qui sont nés durant le siége de Paris prouve assez l'impression d'insuffisance qu'ils ont laissée soit dans les dispositions, soit dans les calculs. C'est donc avec un vif sentiment d'attention qu'on a vu M. Dupuy de Lôme aborder la question de la direction des aérostats, et soumettre au jugement de l'Académie, en octobre 1870, un avant-projet complétement étudié. Il y analyse les difficultés de stabilité, d'orientation, d'évaluation de résistance, qui sont inhérentes à la navigation aérienne; toutes difficultés dont la solution est nécessaire, si l'on veut que le fait de s'élever avec un moteur ait le caractère d'un progrès. Il y établit que, pour obtenir une vitesse de 8 kilomètres à l'heure en air calme, avec les dimensions du ballon projeté, une puissance motrice d'environ 30 kilogrammètres par seconde lui suffit, et propose, vu la nature spéciale de sa première expérimentation, de s'en tenir, cette fois, à l'emploi des hommes comme moteur. Le savant ingénieur reçut la mission d'exécuter son projet pour le compte de l'État. L'appareil achevé, dans le courant de décembre 1871, il en remit les plans d'exécution, avec rapport à l'appui, à une commission chargée par le Ministre de l'Instruction publique d'en suivre l'essai, qui eut lieu le 2 février 1872.

« Pour bien naviguer, dit M. Dupuy de Lôme, le ballon doit être gonflé à tout instant du voyage aussi bien qu'au départ : autrement, la résistance à vaincre échappe à une évaluation définie. » En outre, l'ensemble de l'aérostat doit offrir un axe de moindre résistance dans le sens horizontal, et dans une direction sensiblement parallèle à celle de la force poussante; d'où le choix de la forme ovalaire, également favorable en vue de la résistance. Dimensions adoptées : longueur $36^{m},12$, diamètre au milieu $14^{m},84$, section en ce point $172^{mq},96$, volume 3454^{mc}.

Le ballon est parti entièrement gonflé d'hydrogène. Deux tuyaux *pendentifs* descendent à 8 mètres au-dessous du ballon; librement ouverts, ils permettent au gaz de s'échapper à mesure de sa dilatation, tout en gardant un excès de pression intérieure qui prévienne

toute déformation sous l'action du vent. Pour obtenir la permanence de la forme, en dépit des causes de déperdition de gaz et des diminutions de pressions dans les descentes partielles ou totales, l'auteur a recours au jeu d'un *ballonnet* interne dans lequel on peut, à volonté, envoyer de l'air à l'aide d'un ventilateur. Une soupape est réglée de telle sorte que de l'air insufflé mal à propos doit s'échapper plutôt que de refouler l'hydrogène au delà du bas des pendentifs : au cas où le ballon aurait à remonter après une descente partielle, le gaz, plutôt que de se dégager par les pendentifs en se dilatant, chasserait l'air du ballonnet par cette soupape. En volume, le ballonnet est $\frac{1}{10}$ du ballon ; son jeu permet donc d'atterrir, avec le ballon toujours gonflé, en partant d'une hauteur où la pression barométrique ne serait environ que les 0,9 de $0^m,76$, soit d'une hauteur de 866 mètres.

Le propulseur est une hélice à deux ailes. Appelons R la résistance de l'air pour la vitesse u de l'aérostat ; d, p, n le diamètre de l'hélice, son pas, son nombre de tours par minute. En posant

$$\frac{pn}{60} = (1+\alpha)u,$$

le travail de l'hélice, par seconde, s'écrira

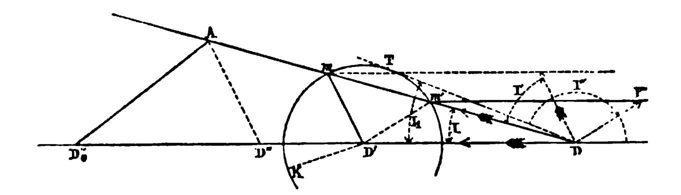
$$R\frac{pn}{60} = (1+\alpha)Ru;$$

et le travail T à dépenser dans le même temps dépassera cette dernière quantité de la valeur des frottements. L'expérience de l'éminent ingénieur a triomphé ici de grandes incertitudes d'appréciation. La résistance d'un plan mince étant prise égale à $0^k,665$ par mètre carré pour la vitesse de $2^m,22$ par seconde, il estime celle du ballon seul à 6 kilogrammes et celle de l'appareil entier à 11 kilogrammes. Ayant adopté les valeurs $d = 9^m$, $p = 8^m$, la théorie de l'hélice conduit à supposer $\alpha = 0,26$. Il obtient ainsi, pour n et T, des valeurs qui justifient l'emploi de quelques hommes actionnant directement l'arbre de l'hélice : 4 hommes pour la vitesse de $2^m,22$, le double pour une vitesse de $2^m,22\sqrt[3]{2} = 2^m,80$ environ ([1]).

([1]) La théorie et les conditions admises par Navier (*Mémoires de l'Institut*, t. XI) donneraient un nombre d'hommes tout à fait décourageant.

La solidarité entre le ballon et la nacelle qui reçoit la poussée de l'hélice est à obtenir impérieusement. Un ballon de forme oblongue, surtout s'il vient à se dégonfler, a tendance à *cabaner* de manière à dresser verticalement son grand axe. Là est donc un danger imminent à conjurer. M. Dupuy de Lôme relie la nacelle au ballon par un système de deux filets; ou plutôt, indépendamment du *filet porteur* proprement dit, il a eu la lumineuse idée de disposer un second filet, qu'il appelle *filet de balancines*, dont les cordages se croisent à l'intérieur du premier suivant des règles qu'il tire de la théorie des systèmes funiculaires. Ce filet de balancines est l'un des traits dominants de la solution de M. Dupuy de Lôme : avec le ballonnet, il défie la possibilité du danger dont nous parlions et dont l'histoire de l'aérostation n'est pas sans exemple ([1]).

Une voile triangulaire de 15 mètres carrés placée sous le ballon, près de la pointe arrière, sert de gouvernail. La discussion du parallélogramme des vitesses V du vent et u du ballon fait connaître l'angle I de la route résultante sur la direction du vent, ainsi que la



A destination à atteindre en partant d'une station D. — DD' direction du vent, $V = DD'$. — D'K cercle décrit avec u pour rayon. — Si DA coupe ce cercle : I' ou I'', angle du cap sur la route; durée du voyage, $\frac{D''D}{D'D}$ avec I', $\frac{D''_0 D}{D'D}$ avec I''. — I est maximum pour la route DT tangente au cercle.

possibilité ou le moyen d'atteindre une destination donnée. On reconnaît que le maximum I_1 de I répond au cas où l'on oriente le cap perpendiculairement à la route suivie sur le sol. Ces considérations seront pour l'aéronaute d'un secours d'autant plus précieux que u sera relativement plus faible.

Le gaz employé a été l'hydrogène provenant de l'action de l'acide

---

([1]) Ascension faite en 1855, avec un ballon oblong, par M. Giffard, en compagnie de M. Yon (*Moniteur universel* du 13 mars 1872).

sulfurique et de l'eau sur la tournure de fer, puis lavé et séché. L'étoffe du ballon se compose d'un taffetas de soie blanche doublé en nanzouk avec interposition de caoutchouc : un vernis à base de gélatine, recherché selon le conseil de M. Dumas, et dû à M. Troost, donne une imperméabilité aussi complète qu'on puisse l'espérer.

L'ascension s'est faite au fort neuf de Vincennes. Gonflé (avec le ballonnet affaissé, pour simplifier l'opération) et lesté en équilibre au ras du sol, le ballon avait une force ascensionnelle de 3799 kilogrammes, égale au total des poids :

Aérostat proprement dit, avec tous ses accessoires et instruments d'observation	1776^{kg}	Ensemble 3799^{kg}.
14 hommes d'équipage, bagages et vivres	1148	
Colis à porter à destination	275	
Lest disponible	600	

Il est parti en abandonnant 150 kilogrammes de lest. Étaient à bord : M. Dupuy de Lôme, MM. Zédé, ingénieur de la marine, Yon et Dartois, aéronautes, Bouron, contre-maître de la maison Claparède. Un anémomètre spécial donnait la vitesse propre de l'aérostat dès que l'hélice entrait en mouvement. Divers procédés, empruntés à la pratique des marins ou imaginés pour les besoins de la navigation aérienne, permettaient de rapporter la route sur une carte. Voici les éléments mesurés entre 560 mètres et 910 mètres d'élévation, 8 hommes agissant sur l'hélice et développant un travail qu'on ne saurait estimer à plus de 60 kilogrammètres par seconde.

ANGLE, SUR LA DIRECTION QU'IMPRIMERAIT L'ACTION SEULE DU VENT,		VITESSE PAR SECONDE		NOMBRE de tours de l'hélice.
de l'orientation donnée au cap.	de la route résultante suivie.	propre à l'aérostat.	résultante.	
97°	12°	$2^m,35$	12^m	25
85	10	2,45	16	26
84	11	2,82	17	27,5

OBSERVATION. — Vent fort, d'une intensité croissante; vitesse avec l'hélice stoppée comprise entre 12^m et 17^m.

En lâchant 300 kilogrammes de lest, on s'est élevé jusqu'à 1020 mètres.

Au moment d'atterrir, le lieu désigné par le *point*, Mondécourt, près de Noyon, s'est trouvé vrai : les observations de vitesses et d'orientations de routes étaient donc bien exactes. La stabilité a été merveilleuse. Plusieurs personnes pouvaient se placer à la fois dans la nacelle sans produire aucune oscillation. Intentionnellement, on descendit de 1020 mètres à 600 mètres sans user encore du ballonnet : les plis du ballon étaient alors très-accentués, et il devint intéressant de voir la tension de telle ou telle balancine maintenir l'horizontalité du grand axe du ballon. La descente a été fort belle, sans choc, malgré le vent.

L'accord complet des résultats de l'essai et des prévisions de l'auteur n'échappera à personne. « Maintenant, dit M. Dupuy de Lôme, que des huit hommes affectés à l'hélice, l'un soit gardé comme mécanicien, qu'on fasse, ce qui se peut, avec le poids des sept autres et du treuil à bras une machine de 8 chevaux, et alors l'aérostat, doué d'une vitesse propre de 22 kilomètres à l'heure, pourra se dévier du vent d'un angle considérable par les temps ordinaires, et souvent même suivre toute route de son choix. » Désormais la navigation aérienne possède ses principes de stabilité et de propulsion. L'histoire de l'aérostation datera donc du 2 février 1872 une ère nouvelle.

ÉMILE LECLERT,
Ingénieur des constructions navales.

A. NYLAND. — Sur la durée de la marche des courants galvaniques d'induction ; *Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. V, p. 292.

M. Nyland a étudié les propriétés mécaniques de l'étincelle d'induction obtenue soit à la fermeture, soit à l'ouverture du circuit inducteur. Ses expériences démontrent, comme celles de M. Feddersen [1] sur l'étincelle de la bouteille de Leyde, de M. Helmholtz [2]

---

(1) FEDDERSEN : *Annales de Poggendorff*, t. CIII, p. 69; t. CVIII, p. 497; t. CXII, p. 452, et *Annales de Chimie et de Physique* (3e série), t. LIV, p. 435; t. LXIX, p. 178.

(2) HELMHOLTZ : *Ueber die electrische Oscillationen. — Verhandlung des naturhistorischen medizinischen Vereins zu Heidelberg*; 1869.

sur l'excitation des nerfs d'une grenouille, que la décharge est *oscillante*. La nouvelle méthode nous paraît très-simple : nous espérons que quelques-uns de nos lecteurs voudront répéter les expériences, et chercher à étendre nos connaissances sur cet intéressant sujet.

On doit l'idée de cette méthode à M. le professeur Donders. On trouve un résumé de ses observations dans les *Onderzoekingen gedaan in het Physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool* 1868-69. C'est avec l'autorisation de ce savant que M. Nyland a continué ses recherches. Voici quel en est le principe : une des extrémités du fil induit communique avec un diapason muni d'une pointe d'acier qui touche légèrement un cylindre de métal semblable à celui du *vibroscope;* l'autre extrémité du fil induit communique avec le cylindre. Ce cylindre est recouvert de papier noirci à la fumée.

Si le diapason est au repos, il trace une ligne héliçoïdale pendant la rotation du cylindre. Sur la figure, cette ligne héliçoïdale est rectifiée, et c'est la droite *ab* qui la représente. Si le diapason est mis en vibration par l'archet, il trace une sinusoïde héliçoïdale. Voici alors ce qu'on observe, lorsque le cylindre effectue trois ou quatre tours par seconde. A la fermeture et à l'ouverture du circuit inducteur, la décharge de la bobine perce le long de la sinusoïde une série de trous, comme on le voit sur la figure. Le nombre des spires marquées par la décharge fait connaître la durée totale de l'action mécanique; les intervalles des trous donnent la loi de l'*oscillation*.

L'auteur a en outre étudié ce qu'il appelle le *retard* de la décharge. Dans ce but, on tourne d'abord lentement le cylindre, la décharge de fermeture perce un trou unique en *c* et la décharge d'ouverture un trou en *d* sur la ligne *ab*; toutes les étincelles dues à l'une de ces décharges se produisent avant que le cylindre ait subi un déplacement sensible. L'appareil enregistre de cette manière les instants précis des fermetures et des ouvertures du courant inducteur. Lorsqu'on a eu soin, après l'enregistrement des points de fermeture et d'ouverture *c*, *d*, de ramener le cylindre à sa position initiale, de façon que la pointe du diapason se retrouve sur la ligne héliçoïdale *ab*, la seconde expérience, avec vibration du diapason et rotation rapide, fait connaître le temps qui s'écoule entre la première étincelle de décharge et l'instant précis de la fermeture ou de

l'ouverture qui lui correspond. Ce temps, qui est le retard de la décharge, est représenté par les intervalles *cf*, *do* sur la figure.



La figure reproduit en grandeur naturelle les traces d'une spire pour ce qui concerne les décharges de fermeture, dans les circonstances suivantes : le diapason effectuait 246 vibrations par seconde; le cylindre était couvert de papier à lettre très-fin, dit *mailpapier;* le courant inducteur était produit par 10 éléments de Grove; la bobine d'induction pouvait donner des étincelles de 10 centimètres : c'est une des premières bobines de Ruhmkorff, non cloisonnées. Le condensateur était supprimé.

Le Mémoire contient plusieurs photographies des tracés obtenus dans diverses conditions.

M. Nyland a encore fait usage d'un autre mode d'expérimentation. Les extrémités de la bobine induite communiquent avec deux pointes fixes, appuyées légèrement sur le cylindre. Lorsque leur distance est convenable, il y a deux traînées de trous percés simultanément dans le papier à chacune des pointes. Lorsque la distance est assez petite, et le papier assez épais, la décharge se fait entre les pointes à la surface du papier enfumé, et l'on obtient des figures de l'étincelle analogues à celles que M. Feddersen a observées en projetant sur un papier photographique les rayons de l'étincelle réfléchis par un miroir tournant. L'auteur a encore étudié la décharge de la bobine en mettant les extrémités du fil induit en communication avec les armatures d'une bouteille de Leyde. Les effets généraux sont analogues aux précédents.

Nous renvoyons le lecteur au Mémoire original pour les conclusions que M. Nyland a tirées de ses nombreuses expériences, en faisant remarquer qu'il a eu soin d'expérimenter avec diverses bobines d'induction, afin qu'on ne lui objecte pas qu'il a observé les effets d'un appareil particulier.

A. Cazin.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris.

Tome LXXIV. — N° 12. — 18 mars 1872.

De Saint-Venant. — *Sur l'hydrodynamique des cours d'eau*, p. 770.

Ch. Sainte-Claire Deville. — *Remarques sur la Note présentée par M. le maréchal Vaillant au sujet des aurores boréales*, p. 784.

H. Tarry. — *Sur l'extension extraordinaire de la lumière zodiacale et sa coïncidence avec la reprise des apparitions d'aurores polaires*, p. 795.

D. Gernez. — *Sur les spectres d'absorption des vapeurs de soufre, d'acide sélénieux et d'acide hypochloreux*, p. 803.

Denza. — *L'aurore boréale observée en Italie*, p. 823.

Denza. — *Pluie de sable et phénomènes cosmiques observés en Italie dans la première décade de mars 1872*, p. 826.

Mohn. — *Aurore boréale du 4 février*, p. 827.

Coumbary. — *Aurore boréale du 4 février*, p. 828.

Tome LXXIV. — N° 13. — 25 mars 1872.

Morin. — *Note sur l'emploi simultané des appareils électriques à induction et des appareils de déformation des solides pour l'étude des lois de mouvement des projectiles et de la variation des pressions dans l'âme des bouches à feu*, p. 834.

Secchi. — *Sur les dégâts produits par la foudre à Alatri en frappant un paratonnerre*, p. 850.

V. Albenque. — *Considérations théoriques ayant trait à l'artillerie rayée. Effets de la résistance de l'air sur un solide de révolution animé d'un mouvement de rotation simultané*, p. 852.

Gauldrée-Boilleau. — *Tremblement de terre au Pérou*, p. 854.

Bresse. — *Sur la détermination des brachistochrones*, p. 854.

Volpicelli. — *Étude physique du plan d'épreuve*, p. 860.

G. Salet. — *Sur le spectre d'absorption de la vapeur de soufre*, p. 865.

Donati. — *Des aurores boréales et leur origine cosmique*, p. 884.

Tome LXXIV. — N° 14. — 1er avril 1872.

De la Rive. — *De la théorie des aurores polaires*, p. 893.

Faye. — *De l'hypothèse des vents alizés sur le soleil*, p. 918.

Consuls de France a Corfou et a Janina. — *Tremblements de terre*, p. 927.

A. Crova. — *Sur les phénomènes d'interférences produits par les réseaux parallèles*, p. 932.

C. Decharme. — *Du mouvement ascensionnel spontané des liquides dans les tubes capillaires*, p. 936.

Tome LXXIV. — N° 15. — 8 avril 1872.

J.-J. Silbermann. — *Suite au Mémoire sur les lois des marées atmosphériques et les conséquences qu'on peut en tirer au point de vue du système du monde*, p. 959.

B. Renault. — *Sur les propriétés réductrices de l'hydrogène et des vapeurs de phosphore, et de leur application à la reproduction des dessins*, p. 984.

O. Silvestri. — *Analyse chimique et microscopique de la pluie de sable météorique tombée en Sicile les* 9, 10 *et* 11 *mars* 1872, p. 991.

Diamilla-Muller. — *Magnétisme terrestre*, p. 1001.

Diamilla-Muller. — *Sur l'origine cosmique des aurores boréales*, p. 1002.

Tome LXXIV. — N° 16. — 15 avril 1872.

De Saint-Venant. — *Sur l'intensité des forces capables de déformer, avec continuité, des blocs ductiles, cylindriques, pleins ou évidés, et placés dans diverses circonstances*, p. 1009.

P.-A. Favre et C.-A. Valson. — *Recherches sur la dissociation cristalline* (suite), p. 1016.

J. Boussinesq. — *De l'influence des forces centrifuges sur l'écoulement permanent varié de l'eau dans les canaux prismatiques de grande largeur*, p. 1026.

Agence consulaire de France a Mostar. — *Tremblement de terre*, p. 1039.

Berthelot. — *Sur la chaleur de formation des composés oxygénés de l'azote*, p. 1045.

Lecoq de Boisbaudran. — *Sur le spectre de la vapeur d'eau*, p. 1050.

Chapelas. — *Lueurs polaires observées à Paris dans la soirée du* 10 *avril*, p. 1065.

Tarry. — *De la prévision des aurores magnétiques à l'aide des courants terrestres; application à l'aurore du* 10 *avril par M. Sureau*, p. 1066.

Heis. — *Étude sur les aurores boréales en général, à propos de l'aurore du* 4 *février dernier*, p. 1070.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXV. — Janvier 1872.

A. Merget. — *Sur la diffusion des vapeurs mercurielles*, p. 121.

V. Regnault. — *Note sur la tension sensible de la vapeur de mercure*, p. 131.

4e série. — Tome XXV. — Février 1872.

J. Plateau. — *Une expérience relative à la question de la vapeur vésiculaire*, p. 284.

4e série. — Tome XXV. — Mars 1872.

F. Leblanc. — *Rapport, au nom du Comité de chimie et de physique de l'École Polytechnique, sur une modification proposée pour la pile de Bunsen*, p. 289.

F. Leblanc. — *Observations sur la pile à deux liquides et sur les modifications qui peuvent faire varier l'énergie de la pile de Bunsen*, p. 323.

De Saint-Venant. — *Sur les diverses manières de présenter la théorie des ondes lumineuses*, p. 335.

Dr Jeannel. — *Régulateur thermostatique à gaz*, p. 386.

Milne Edwards. — *Note sur le régulateur thermostatique à gaz*, p. 390.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIII. — Avril 1872.

E. Edlung. — *Recherches sur la force électromotrice développée au contact des métaux et sur les modifications de cette force par la chaleur*, p. 264.

A.-M. Mayer. — *Expériences d'acoustique montrant qu'un corps vibrant animé d'un mouvement de translation donne des longueurs d'onde différentes de celles qu'il produit au repos*, p. 278.

M.-S. Lamansky. — *Sur le spectre calorifique du soleil et sur la lumière de la chaux incandescente*, p. 282.

Challis. — *Sur la théorie de l'aberration de la lumière*, p. 289.

O.-E. Meyer. — *Essai d'explication de la dispersion anomale de la lumière*, p. 295.

G.-B. Airy. — *Sur l'altération supposée de la valeur de l'aberration astronomique de la lumière produite par le passage de la lumière à travers une épaisseur considérable du milieu réfringent*, p. 310.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLV. — N° 2. — Mars 1872.

H. Burkhart-Jezler. — *Le crépuscule sur la côte orientale de l'Amérique du Sud*, p. 196.

E. Riecke. — *Substitution d'une double surface magnétique à un courant galvanique fermé et particulièrement substitution de masses magnétiques à un courant enveloppant en hélice une surface quelconque*, p. 218.

G. Wiedemann et R. Ruhlmann. — *Passage de l'électricité à travers les gaz*, p. 235.

H.-G. van de Sande Backhuysen. — *Sur la théorie du polaristrobomètre et du Nicol analyseur*, p. 259.

Fr. Rudorff. — *Détermination de la température de fusion et de solidification des corps gras*, p. 279.

V. von Lang. — *Sur la théorie dynamique des gaz*, p. 290.

C. Szily. — *Le principe d'Hamilton et le second principe de la théorie mécanique de la chaleur*, p. 295.

S. Subic. — *Sur les constantes des gaz*, p. 302.

Ph. Gladbach. — *Recherches sur les lois des gaz et des vapeurs*, p. 318.

H. Schneebeli. — *Expériences sur le choc faites avec des sphères de différents métaux*, p. 328.

H. Emsmann. — *Collecteur pour les machines électriques à friction*, p. 332.

P. Riess. — *Sur les machines électrophores*, p. 333.

DE LA PROPAGATION DE LA CHALEUR ET DE LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ;

PAR M. A. POTIER.

La distribution de l'électricité à la surface des conducteurs soumis à leur influence mutuelle est un problème complétement résolu pour les physiciens; la loi trouvée par Coulomb permettant de mettre ce problème en équation, il ne reste plus qu'une question de pure analyse; mais, en dehors d'un nombre de cas très-restreint, les formules analytiques auxquelles on arrive ne se laissent traduire en nombre que difficilement et péniblement; sous leur complication il est impossible de voir, même en gros, l'allure des phénomènes, ce qui est souvent pour les physiciens le point important; tandis qu'en se laissant guider par l'analogie, il est possible, le plus souvent, de se rendre compte complétement de cette distribution, en comparant l'état électrique d'un système composé de conducteurs séparés par un milieu isolant avec l'état thermique permanent d'un corps conducteur ayant la même forme que le milieu isolant, et dans lequel les conducteurs seraient remplacés par des sources de chaleur à température constante.

L'identité des équations auxquelles Poisson, Green et Fourier ont été conduits en cherchant à appliquer l'analyse à ces deux problèmes implique nécessairement une relation entre les données et le résultat de l'un et les données et le résultat de l'autre. Je me suis proposé de montrer, ainsi que M. W. Thomson l'avait déjà fait [1], mais d'une manière plus élémentaire et en quelque sorte géométrique, qu'il n'est pas nécessaire de mettre ces problèmes en équation pour voir qu'ils sont identiques au fond, et que de leur comparaison seule résultent les théorèmes principaux de la théorie de l'électricité.

§ I.

Considérons un milieu homogène indéfini, conducteur de la chaleur, et dont la température uniforme sera prise comme zéro [2].

---

[1] *Cambridge Mathematical Journal*, t. III, p. 71 et 189.

[2] Cette supposition ayant pour but de permettre de dire « la température d'un point du milieu », au lieu de « la différence entre la température de ce point et la température initiale ».

Distribuons dans ce milieu différentes sources de chaleur à température constante, et proposons-nous de trouver l'état thermique permanent, vers lequel tendra le milieu, état thermique qui, théoriquement, ne serait atteint qu'au bout d'un temps infini.

La température des points très-éloignés des sources de chaleur sera toujours zéro, et, à mesure qu'on se rapprochera des sources, cette température variera en passant d'un point à un autre, et prendra enfin, sur les surfaces par lesquelles la chaleur se répand dans le milieu, les différentes valeurs V_1, V_2,..., particulières à chacune des sources. Le lieu des points dont la température est la même sera une *surface isotherme*. Une sphère de rayon infini sera l'isotherme à température zéro; les surfaces des sources feront partie des isothermes V_1, V_2,.... Les lignes qui coupent à angle droit toutes ces surfaces seront les lignes de propagation de la chaleur ou, pour être plus bref, les *lignes de propagation*. Si, sur une surface isotherme, nous découpons une petite surface ω, et que par tous les points du contour de ω nous menons les lignes de propagation correspondantes, nous obtiendrons ainsi un filet qui ne recevra ni ne perdra de chaleur latéralement, puisque latéralement il ne se trouve en contact qu'avec des portions du milieu à la même température que lui. Si nous limitons ce filet dans le sens de sa longueur par deux sections normales, c'est-à-dire faisant partie de deux surfaces isothermes, il recevra de la chaleur par une de ses bases et en perdra par l'autre une quantité égale, puisque, l'état permanent étant atteint, la température de chaque point du filet reste invariable.

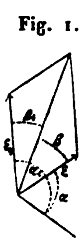
Cette quantité de chaleur, qui s'écoule ainsi par chaque section du filet dans l'unité de temps, est le produit de la surface ω de la section par la variation de la température suivant l'axe du filet, et par un certain coefficient k dépendant de la nature du milieu, et qui est son coefficient de conductibilité absolu. Par *variation* de température, nous entendrons la différence de température de deux points situés sur l'axe du filet, et dont la distance est l'unité (celle-ci étant supposée assez petite) ou le rapport de la différence de température de deux points de l'axe très-voisins à leur distance [1]. En désignant par ε cette variation, nous dirons que le *flux* de chaleur à

[1] C'est la dérivée $\frac{dV}{dn}$ de la température prise suivant la normale aux surfaces isothermes.

travers un élément ω découpé sur une surface isotherme est $\varepsilon\omega k$, et ce flux sera le même pour toutes les sections du filet ayant ω pour base. Le flux de chaleur à travers une section du filet orientée d'une manière quelconque, ayant même centre que ω, serait encore le même. Si ω' désigne cette section, α l'angle qu'elle fait avec la surface isotherme, ou l'angle de sa normale avec la ligne de propagation, comme $\omega = \omega' \cos\alpha$, le flux pourra s'écrire $\varepsilon\omega' k \cos\alpha$. Il est nul, comme on devait s'y attendre, pour toute surface ω' passant par une ligne de propagation.

Les éléments de l'état thermique étant maintenant définis, il s'agit de calculer leur valeur. Or, si nous supposons les sources de chaleur divisées en deux groupes A et B, la température d'un point quelconque du milieu sera la somme des températures qu'aurait ce point si les groupes A et B existaient seuls. L'échange de chaleur entre deux points quelconques, et par suite le flux à travers une surface quelconque, sera la somme algébrique des flux dus au groupe A seul et au groupe B seul. Ce flux sera donc nul si la normale à la surface fait avec la ligne de propagation du groupe A et avec celle du groupe B deux angles α, α_1 (*fig.* 1) dont les cosinus soient en raison inverse

Fig. 1.



des variations ε, ε_1, correspondant à ces deux groupes, et de signe contraire, tels que l'on ait $\varepsilon \cos\alpha + \varepsilon_1 \cos\alpha_1 = 0$, d'où résulte la construction suivante : portez sur la ligne de propagation appartenant au groupe A une longueur égale à ε ; sur la ligne de propagation correspondant au groupe B, une longueur égale à ε_1 ; composez ces deux lignes comme des forces ; le flux sera nul pour tout élément passant par leur résultante. Celle-ci est donc dirigée suivant la ligne de propagation de l'ensemble des groupes A, B.

Quant à la variation de cette température suivant cette ligne de chaleur, elle est précisément égale à cette résultante. En effet, le flux correspondant à un élément normal à cette ligne, de surface ω,

sera $k\omega(\varepsilon \cos\beta + \varepsilon_1 \cos\beta_1)$, β et β_1 désignant les angles que forme cette résultante avec chacune des composantes. Les longueurs de celles-ci étant ε et ε_1, la quantité entre parenthèses est bien la résultante elle-même, et, puisque le flux est le produit $k\omega$ par cette résultante, celle-ci doit être la variation dans le système résultant de l'ensemble des deux groupes.

Donc l'état thermique dû au groupe A et celui dû au groupe B étant connus, on connaitra dans tous ses éléments l'état thermique dû au groupe A + B. On peut diviser de même chacun des groupes A et B. En continuant ainsi indéfiniment, nous arriverons à décomposer l'ensemble des sources de chaleur donné en une infinité de sources de surfaces infiniment petites, et, pour obtenir l'état thermique final, on devra : 1° ajouter les températures et les flux dus à chacune de ces sources infiniment petites; 2° composer comme des forces les variations (ε) supposées dirigées suivant les lignes de propagation. On pourra suivre le premier procédé ou le deuxième; car de la connaissance des températures il est facile de déduire celle des lignes de propagation et de la variation, et réciproquement. Le second procédé est celui que je suivrai.

Il faut commencer par déterminer les lignes de propagation et la variation quand la source de chaleur se réduit à un élément infiniment petit unique. Les surfaces isothermes sont alors des sphères, les lignes de propagation des lignes droites convergentes. Les filets orthogonaux aux surfaces isothermes sont des cônes d'une petite ouverture angulaire. Le flux $\varepsilon\omega k$ est le même pour un de ces petits cônes, à quelque distance du sommet que se fasse la section. Si σ désigne la surface de la section faite à l'unité de distance du sommet, r la distance à laquelle est faite la section ω, on a $\omega = \sigma r^2$, et le flux est $\varepsilon r^2 \times \sigma k$. Ce flux étant indépendant de r, on voit que ε doit varier en raison inverse du carré de la distance.

Si nous désignons par F la quantité totale de chaleur que perd notre source infiniment petite pendant l'unité de temps, cette quantité est encore égale à la somme des flux qui traversent les éléments d'une sphère de rayon quelconque, c'est-à-dire $\varepsilon k \times$ la surface de cette sphère, ou $4\pi r^2 \varepsilon k$. Le produit εr^2 est donc $\frac{F}{4\pi k}$, et ε vaut $\frac{F}{4\pi k r^2}$ lorsque la source se réduit à un élément.

Donc, si l'on connaissait pour chaque élément infiniment petit

des surfaces des sources de chaleur la quantité F de chaleur qu'il perd dans l'unité de temps, il faudrait joindre un point quelconque M du milieu à chacun de ces éléments, porter sur chacune de ces droites une longueur égale à $\frac{F}{4\pi k r^2}$, puis composer toutes ces droites comme des forces : la direction de la résultante serait celle de la ligne de propagation au point M, et sa grandeur donnerait la valeur de la variation ε en ce point.

§ II.

Considérons maintenant, en même temps que le milieu qui nous occupe, un autre milieu, mauvais conducteur de l'électricité et dans lequel nous placerons différents corps ayant mêmes surfaces que nos sources de chaleur, et chargeons chacun des éléments de ces surfaces d'une quantité d'électricité égale à $\frac{F}{4\pi k}$. Cette quantité d'électricité repousserait une masse d'électricité positive égale à l'unité placée au point M avec une force égale à $\frac{F}{4\pi k r^2}$, dirigée suivant la droite qui joint le point M à l'élément considéré, et la force totale qui agirait sur cette masse égale à l'unité s'obtiendrait en composant ces diverses forces. Par suite, cette force aura même direction que la ligne de propagation, et sa grandeur sera précisément ε.

Il est facile de voir à quoi répond cette distribution de l'électricité. Considérons, en effet, un élément de la surface d'une de nos sources. En ce point, comme au point M, la direction de la résultante des actions électriques est celle de la ligne de propagation. La surface de la source étant une surface isotherme, cette résultante lui est perpendiculaire : l'électricité accumulée sur l'élément σ sera donc sollicitée à sortir [1] de la surface sur laquelle elle est retenue

---

[1] Si nous représentons par $\frac{f}{4\pi k}$ la quantité d'électricité accumulée sur l'unité de surface de l'élément σ, de telle sorte que $F = f\sigma$, la force qui sollicite la quantité $\frac{F}{4\pi k}$ d'électricité sera $\frac{f\sigma\varepsilon}{4\pi k}$, ε étant le flux de chaleur qui passe à travers l'unité de surface de σ dans le problème thermique, c'est-à-dire $\frac{F}{\sigma}$ ou f; par suite, la force est $\frac{F^2}{4\pi k\sigma}$ ou $\sigma\frac{f^2}{4\pi k}$; ce qui est toujours positif, quel que soit le signe de F ou f, c'est-à-dire la nature de l'électricité. La force est donc toujours dirigée vers l'extérieur de la source.

par le pouvoir isolant, mais non à se mouvoir dans un sens ou dans l'autre sur cette surface. Cette électricité sera donc en équilibre, et la distribution électrique que nous avons imaginée est précisément celle qui se produirait si les différents corps étaient chargés chacun d'une quantité d'électricité égale à la somme des valeurs de F pour ses éléments, et soumis à leur influence mutuelle.

On peut aller plus loin et chercher à quoi correspond, dans le problème électrique, la température V de chacune de nos sources.

Considérons, en effet, une molécule électrique de masse $= 1$ placée en un point quelconque sur la surface isotherme de température v_0, et donnons-lui un mouvement qui la fasse passer sur la surface isotherme voisine de température v_1 : la force qui la sollicite est ε; la projection de chemin parcouru sur la direction de la force, qui est normale aux surfaces isothermes, est la distance h de ces deux surfaces au point considéré : le travail effectué par les forces électriques sera donc εh. Mais, par définition $\varepsilon = \frac{v_1 - v_0}{h}$, ce travail est donc $v_1 - v_0$; donc, si l'on fait arriver d'un point situé à l'infini une molécule électrique de masse 1 jusque sur la surface isotherme de température v, le travail des forces électriques sera la somme des accroissements successifs de v, et comme la température est zéro pour les points situés à l'infini, ce travail sera simplement v. Si nous faisons arriver cette molécule jusqu'à la surface de la source à température V_1, par exemple, on trouverait V_1 pour le travail total, c'est-à-dire pour le *potentiel* de l'électricité sur cette surface [1].

La distribution électrique considérée est donc celle que prendront les différentes surfaces des sources considérées si elles étaient chargées d'électricité, de telle manière que le potentiel soit V_1, $V_2, \ldots$, c'est-à-dire représenté par le même nombre que la température.

En résumé, nous avons ramené l'un à l'autre les deux problèmes suivants :

I. Un système de corps, à températures fixes, $V_1, V_2, \ldots$, étant plongé dans un milieu conducteur, de conductibilité k, homogène et indéfini, dont la température est zéro pour les régions infini-

(1) Voir ce Journal, même tome, p. 90.

ment éloignées, trouver la distribution de la température et les quantités de chaleur qui passent par un élément superficiel du milieu.

II. Un système de corps chargés d'électricité, de potentiel V_1, $V_2, \ldots$, étant séparés par un milieu isolant, trouver la valeur du potentiel en un point quelconque et la distribution de l'électricité sur ces différents corps.

Les surfaces isothermes du problème I sont les surfaces d'égal potentiel du problème II; le nombre qui exprime la *température* dans le premier exprime le *potentiel* dans le second; les lignes de *propagation* du premier sont *tangentes à la direction de la force* que solliciterait une molécule électrique dans le second; et la *grandeur* de cette force est précisément *la variation* ε de la température ou $\frac{1}{k}$ *du flux de chaleur* à travers l'unité de surface isotherme. La quantité d'électricité existant en chaque point des surfaces données sur l'unité de surface (ou la densité électrique) est $\frac{1}{4\pi}\varepsilon$ (ε étant pris pour ce point en particulier et extérieurement à la surface), tandis que la perte de chaleur de cette même surface est $k\varepsilon$.

§ III.

Tout théorème relatif à l'état calorifique a donc son correspondant dans l'état électrique, et inversement; tel résultat que suggère l'évidence physique dans l'un d'eux se traduit immédiatement pour l'autre en un énoncé que le calcul n'aurait tiré qu'avec peine de la loi de l'attraction : tel est, par exemple, le pouvoir des pointes. Il est clair qu'un corps d'une forme voisine de l'ellipsoïde et maintenu à une température constante laissera s'échapper, par chacun des éléments de sa surface, une quantité de chaleur d'autant plus grande que la courbure sera plus prononcée, et que l'élément considéré *verra* une plus grande portion de l'espace. La loi de distribution de l'électricité étant la même que celle des flux de chaleur, la densité électrique sera aussi d'autant plus grande que la courbure de la portion de la surface sera plus grande.

Si l'on considère une cage dont tous les barreaux soient chauffés et maintenus à une température constante au sein d'un milieu con-

ducteur, il est clair que, lorsque l'état permanent sera atteint, la température sera forcément constante dans la plus grande partie de cette cage.

Si, en effet, on essaye de tracer autour des barreaux la surface isotherme correspondant à une température (correspondant à la température des points également distants des barreaux) un peu inférieure à la leur, on verra que cette surface doit être tout entière à l'extérieur de la cage, sans quoi il entrerait dans celle-ci un flux continu de chaleur, et par suite la température ne saurait s'y maintenir constante. Il n'y a donc sur tout le côté interne des barreaux qu'un flux de chaleur très-faible, et par suite, si on les suppose chargés d'électricité, presque toute celle-ci se portera vers leur côté externe, d'autant plus complétement qu'ils seront plus rapprochés.

C'est l'expérience bien connue de la chambre de Faraday, à laquelle M. Terquem a récemment donné une forme très-élégante (*voir* même tome, p. 29), et que M. W. Thomson a répétée pour les forces magnétiques.

§ IV.

Nous avons vu que, dans tout filet orthogonal aux surfaces isothermes, la quantité de chaleur $k\omega\varepsilon$ qui entrait par une des bases était égale à celle qui sortait par l'autre base. Le produit $\omega\varepsilon$ est donc constant pour un même filet dans toute sa longueur, et ce produit n'est autre chose, dans le problème électrique, que la force qui agirait sur de l'électricité répandue avec la densité 1 sur la surface de l'élément ω. Donc, si l'on considère deux surfaces isothermes couvertes d'électricité de densité 1, la somme des forces appliquées sur les différents éléments de l'une sera égale à la somme correspondante pour l'autre surface. Cette somme étant constante, quel que soit l'épanouissement de la surface isotherme considérée, celle-ci ne diffère des autres que par la manière dont cette somme de forces s'y distribue.

Découpons l'une de ces surfaces en un grand nombre d'éléments d'inégale grandeur, tels, que le produit $\omega\varepsilon$ soit le même pour chacun d'eux et égal à l'unité. Considérons les filets ayant pour base

ces différents éléments et les lignes de propagation passant par leurs centres; si nous coupons un de ces filets en un point quelconque par un plan, le flux de chaleur à travers la section obtenue sera le même et égal à la valeur de $\omega\varepsilon$ qui nous a servi de point de départ. Donc, pour connaître la quantité de chaleur qui passera à travers une surface quelconque, il suffira de compter combien elle coupe de ces filets, ou combien de lignes de propagation qui leur servent d'axe, et ce nombre donnerait en même temps la force qui agirait sur une petite surface chargée d'électricité de densité 1.

Ces lignes, dirigées de telle sorte que la force qui sollicite une molécule attirable leur est toujours tangente, et dont le nombre par unité de surface est proportionnel à l'intensité, sont *les lignes de force* de *Faraday;* leur ensemble constitue le *champ* (électrique ou magnétique suivant que l'on s'occupe d'électricité ou de magnétisme), l'emploi d'un pareil système de lignes supposant toujours que les forces mises en jeu varient en raison inverse du carré de la distance, cette condition étant indispensable pour que le produit $\omega\varepsilon$ soit constant pour un même filet.

La considération de ces lignes ou des surfaces auxquelles elles sont normales est si importante et si utile dans toutes les questions d'électricité (statique et dynamique) et de magnétisme, qu'il est bon d'indiquer ici les plus simples de ces surfaces. La température ou le potentiel est toujours représenté par V.

I. *Plans.*

Si on les prend parallèles au plan des xy, $V = az + b$, $\varepsilon = a$.

II. *Cylindres.*

1° Les cylindres de révolution autour d'un même axe. $V = a \log r + b$, $\varepsilon = \frac{a}{r}$, r étant le rayon.

2° Les cylindres de révolution ayant pour base les cercles $V = \log r - \log r'$, r et r' représentant les distances à deux points fixes; les lignes de force sont des cercles, lieux des points d'où l'on voit ces deux points sous un angle constant.

3° Les cylindres ayant pour bases des ellipses ou des hyperboles homofocales.

III. *Surfaces de révolution.*

1° Des sphères concentriques $V = \frac{a}{r}$, $\varepsilon = -\frac{a}{r^2}$.

2° Les surfaces de révolution $V = \frac{A}{r} - \frac{B}{r'}$; r et r' étant les distances à deux points fixes.

On trouvera dans les ouvrages de M. Lamé (*Théorie de la chaleur* et *Théorie des coordonnées curvilignes*) tous les détails relatifs à la théorie de ces surfaces.

LA TEMPÉRATURE DU SOLEIL (1);

PAR M. A. BOUTAN.

La question relative à la température du Soleil a occupé, dans ces derniers temps, les Recueils scientifiques et les Académies. Astronomes et physiciens ont dit leur mot en cette occasion, et pourtant les résultats obtenus sont tellement discordants qu'il est impossible, à l'heure qu'il est, de se faire sur ce point une opinion qui s'appuie sur quelque fait concluant.

Le P. Secchi et M. Watterston ont été conduits, par leurs expériences, à évaluer cette température à 9 *ou* 10 *millions de degrés*. Celles de M. Soret conduiraient à 5 *millions* 300 000 *degrés*. Après un examen plus attentif de la question, le P. Secchi estime qu'en fixant, comme limite inférieure, 5 *ou* 6 *millions de degrés*, il se place dans des conditions telles *qu'on ne peut l'accuser d'exagération*. M. Ericsson déduit de ses essais un chiffre compris entre 2 *et* 3 *millions de degrés*. M. Zöllner est plus modéré dans son estimation; selon lui, la température interne du Soleil serait comprise *entre* 68 000 *et* 102 000 *degrés*. M. Spœrer adopte le *nombre* 27 000 *degrés*. M. H. Sainte-Claire Deville, prenant, comme point de départ, ses propres déterminations et celles de M. Debray sur la combustion de l'hydrogène, inclinerait à penser que la température de la surface du Soleil ne doit pas s'éloigner *beaucoup de* 2500 *à* 2800 *degrés*. Enfin, M. E. Vicaire, soumettant à une critique sérieuse, et parfaitement fondée suivant nous, la méthode employée par le P. Secchi pour le calcul de ses expériences, et la

(1) P. A. SECCHI : *Le Soleil*, p. 264 et suiv. — J. ERICSSON : (*Solar Heat*) *Nature*, t. VI, p. 344; 1872. — FAYE : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIII, p. 1123; 1871. — E. VICAIRE : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIV, p. 31; 1872. — H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIV, p. 145; 1872. — G. RAYET : *Revue des cours scientifiques*. Article sur Zöllner. 1872, n° 21, p. 501.

réformant d'après les données les plus sûres de la Physique, arrive au chiffre *de* 1398 *degrés,* peu différent de celui qu'avait anciennement obtenu Pouillet : 1461 *et* 1761 *degrés.*

Parmi tous ces nombres, quel est celui qu'il serait permis de considérer comme le plus près de la vérité ?

Il y a bien loin de 10 *millions de degrés à* 1400 *degrés.* Nous n'avons pas la prétention de trancher une question aussi délicate; nous nous bornerons à un simple exposé des points de vue et des méthodes qui ont guidé dans leurs recherches les savants dont nous venons de rappeler les noms. Nous insisterons plus particulièrement sur les expériences du P. Secchi et de MM. Watterston et Soret, expériences qui ont eu un certain retentissement.

L'analyse spectrale devait être mise à contribution pour la solution de la question qui nous occupe; elle l'a été en effet. Le spectre discontinu fourni par les rayons solaires qui ont subi une réfraction dans le prisme a conduit à admettre l'existence, à la surface du Soleil : 1° d'une couche incandescente, nommée *photosphère,* constituée, dans les idées de MM. Wilson et Faye, par des brouillards ou des nuages que donneraient, en se condensant, les vapeurs métalliques; ce serait, comme le dit le P. Secchi, *un amas de gouttelettes liquides, ou même une poussière solide extrêmement fine possédant, en vertu de sa condensation même, un grand pouvoir émissif;* si cette couche existait seule, le spectre solaire que nous observerions serait continu; 2° d'une atmosphère véritable contenant les mêmes métaux que la photosphère, mais à l'état de vapeurs ou de gaz; ce serait elle qui, par une absorption élective, exercée sur les radiations lumineuses provenant de la photosphère, amènerait dans le spectre la discontinuité que nous connaissons.

Si cette hypothèse est exacte, si la photosphère est formée, en réalité, par des vapeurs métalliques qui se condensent, le problème de la température de la surface solaire serait bien près de sa solution; car elle serait évidemment la même que la température de liquéfaction des vapeurs de sodium, de magnésium, etc., que nous pourrions, au moins approximativement, mesurer dans nos laboratoires.

Nous le craignons fort, il n'y a rien à déduire de positif d'hypo-

thèses de ce genre. Comment concevoir qu'il puisse exister, en même temps, dans une même région de la photosphère, des nuages de sodium et de fer, par exemple. Les températures de condensation des vapeurs de ces deux corps diffèrent énormément l'une de l'autre. A la température à laquelle la vapeur du fer se liquéfie, le sodium est nécessairement à l'état gazeux ([1]). D'ailleurs, rien ne prouve que la photosphère ait la constitution de nuage ou de brouillard que quelques-uns lui attribuent. On peut imaginer tout aussi bien qu'elle est gazeuse et qu'elle doit sa propriété d'émettre des rayons lumineux donnant un spectre continu à la forte pression qu'elle subit.

M. H. Sainte-Claire Deville propose une autre solution : « Les raies de l'hydrogène, dit-il, qu'émettent certains points de la matière du Soleil, sont déterminées par les observations astronomiques. MM. Frankland et Lockyer les ont retrouvées dans la flamme de l'hydrogène, soumis à une certaine pression. On pourrait, par la méthode que j'ai décrite, déterminer la température de combustion de l'hydrogène à cette même pression, et par suite la température et la pression du gaz dans les points de l'atmosphère solaire où les raies de l'hydrogène ont été observées. » Sans doute, cette détermination est possible; mais ce ne serait point la température de la surface solaire que fourniraient les expériences dont il s'agit, mais seulement la température de quelques points de cette surface, de ceux où l'hydrogène apparaîtrait avec les raies en question. Des observateurs qui, placés sur la Lune, estimeraient assez exactement la température de la lave incandescente qui sort de nos volcans, seraient-ils en droit de considérer la température moyenne de la surface de la Terre comme voisine de celle de la lave?

M. Zöllner a cherché, dans l'étude du phénomène des protubérances, un moyen de mesurer la température interne du Soleil. L'idée qui lui a servi de point de départ est certainement fort ingénieuse. Il admet que quelques-unes de ces protubérances, dont on étudie maintenant tous les jours la forme et le développement, sont dues à des jets de gaz hydrogène qui s'échapperaient de l'intérieur

([1]) A la température de liquéfaction de la vapeur de sodium, le fer serait solide.

du Soleil, en traversant avec une énorme vitesse la couche liquide qui leur faisait obstacle. Cette couche, dont M. Zöllner admet, sans preuves, l'existence dans la photosphère, aurait une profondeur de 8″ au-dessous de la surface extérieure. De la hauteur de la protubérance mesurée par des observations directes, il déduit la vitesse initiale d'écoulement de l'hydrogène. En appliquant ensuite les formules relatives à l'écoulement des gaz que donne la théorie mécanique de la chaleur, il calcule la différence des températures de l'hydrogène à l'intérieur et à l'extérieur de la couche liquide. Suivant que le calcul s'est adressé à telle ou à telle protubérance, la différence des températures a été trouvée égale à 41 000 degrés ou à 75 000 degrés. Il ne reste plus alors qu'à ajouter à ces nombres le nombre 27 000 degrés, qui représente la température de la surface solaire, déduite par M. Zöllner de considérations sur le spectre de l'hydrogène, pour obtenir la température interne de l'astre. Elle se trouverait ainsi finalement exprimée par 68 000 ou 102 000 degrés.

Malheureusement les hypothèses de M. Zöllner ne sont nullement justifiées. Rien ne prouve l'existence d'une couche liquide au-dessous de la photosphère lumineuse; et, d'autre part, cette idée que les protubérances sont produites par des jets de matières gazeuses s'échappant, sous une forte pression, de l'intérieur du Soleil, est loin d'être confirmée par les observations les plus récentes.

Il restait à trouver, dans l'étude des radiations caloriques du Soleil, la mesure de la température. La Terre reçoit du Soleil, en un temps donné, une quantité déterminée de chaleur. Voilà un fait certain, incontestable. Cette quantité de chaleur est évidemment en relation avec la température de l'astre. L'évaluation de la première ne pourrait-elle pas conduire à la fixation de la seconde?

Il y aurait tout d'abord, ce nous semble, à s'entendre sur ce que l'on doit appeler la température du Soleil. Donnera-t-on ce nom à la température que marquerait un thermomètre placé à la surface lumineuse de la photosphère? Mais rappelons, en premier lieu, que la température est variable d'un point à l'autre de cette surface. Les expériences du P. Secchi établissent, en effet, que l'intensité de la radiation calorifique va décroissant du centre à la circonférence du disque solaire; qu'en second lieu, la chaleur n'est pas symétri-

quement répartie dans les deux hémisphères. Ce n'est pas tout : le thermomètre dont il s'agit ne serait pas seulement influencé, dans son indication, par le milieu dans lequel il serait plongé, mais encore et surtout par les radiations calorifiques venant du centre de l'astre, qui lui seraient transmises par les milieux plus ou moins diathermanes interposés sur leur passage. Il ne marquerait donc ni la température de la surface photosphérique, ni celle des couches plus profondes. Aucun sens précis ne pourrait être attaché à ses indications.

Nous ne voyons d'autre moyen de sortir d'embarras que d'adopter, pour la *température du Soleil*, une définition basée, si l'on veut, sur une convention, mais qui, du moins, permettra de donner aux résultats des expériences une interprétation vraiment scientifique. Nous imaginerons un Soleil fictif, formé d'une substance homogène, d'un pouvoir émissif égal à l'unité, dont toutes les couches auraient même température, qui occuperait dans l'espace la même position que le Soleil réel, aurait le même volume que lui et enverrait à la Terre exactement la même quantité de chaleur. C'est la température de ce Soleil fictif qu'on appellerait la *température du Soleil*.

Du reste, toutes les fois qu'on a recours à la mesure des radiations calorifiques pour résoudre le problème que nous discutons, on admet implicitement une définition de ce genre.

Le P. Secchi, M. Watterston et M. Soret ont imaginé le procédé suivant : Un thermomètre à boule noircie est placé dans une enceinte recouverte de noir de fumée, entretenue à une température constante et connue. La boule du thermomètre reçoit les rayons solaires par une ouverture de diamètre convenable, pratiquée dans la paroi de l'enceinte. Elle voit le Soleil sous l'angle de $31'3'',6$, qui représente le diamètre apparent moyen de l'astre. Lorsque, dans ces conditions, la température du thermomètre devient stationnaire, on doit admettre que la quantité de chaleur qu'il dégage à chaque instant, par le fait de la radiation solaire, est exactement égale à celle qu'il perd par son rayonnement vers l'enceinte plus froide au milieu de laquelle il est placé. Le P. Secchi suppose que la loi de Newton est applicable au cas actuel. Dès lors, la quantité de chaleur gagnée par le thermomètre sera proportionnelle à l'excès T de la température du Soleil sur celle de la boule noircie, ou, ce qui revient au même, à la température même du Soleil; la quantité de

chaleur perdue sera, de son côté, proportionnelle à l'excès $(t-\theta)$ de la température du thermomètre sur celle de l'enceinte. Par conséquent, si l'on appelle Σ la surface totale de l'enceinte qui enveloppe le thermomètre, et S l'étendue superficielle qui correspond, sur cette même enceinte, à la surface apparente du Soleil, S étant, dans les conditions de l'expérience, très-petit par rapport à Σ; si l'on suppose de plus le pouvoir émissif du Soleil égal à 1, on aura

$$t-\theta=\frac{S}{\Sigma}T \quad \text{ou} \quad t-\theta=\alpha T,$$

en désignant par α la valeur très-petite $\frac{1}{183960}$ du rapport $\frac{S}{\Sigma}$.

Dans un grand nombre d'observations faites à Rome, $(t-\theta)$ a été trouvé égal à 12°,06, et, chose fort remarquable, s'il n'y a pas eu d'erreurs commises dans les mesures effectuées, cette valeur de $(t-\theta)$ est demeurée constante, alors que θ variait dans des limites très-étendues, depuis 0 degré jusqu'à 220 degrés.

Au sommet du mont Blanc, à l'altitude de 4800 mètres, M. Soret a trouvé pour valeur de $(t-\theta)$, 21°,13. C'est cette dernière valeur qu'a choisie le P. Secchi pour l'introduire dans le calcul. Il a tenu compte de l'absorption de chaleur produite par l'atmosphère, en ajoutant 7°,85 au nombre donné par les expériences de M. Soret. Alors $t-\theta$ devenait égal à 29,02. Il en a déduit

$$T=183960\times 29,02,$$

environ 5 *millions* 300000 *degrés*.

En partant de la valeur de $(t-\theta)$ trouvée par M. Watterston, on obtient une évaluation qui n'est pas éloignée de 5 à 10 *millions de degrés*.

Les expériences du P. Secchi et le mode de calcul qu'il a adopté ont été critiqués : les expériences, par M. Ericsson; le calcul, par M. Vicaire.

M. Ericsson a repris les expériences du P. Secchi avec un appareil identique au sien, et qui avait été fourni par le même constructeur. Cet appareil se composait de deux cylindres concentriques renfermant dans la partie annulaire un liquide, eau ou huile, dont la température était, aussi bien que possible, maintenue constante. Le centre de la boule du thermomètre était placé dans l'axe com-

mun des cylindres, où elle recevait directement les rayons solaires. Tout l'appareil était porté par un support, possédant un mouvement parallactique, de manière que son axe de figure suivait exactement le mouvement diurne du Soleil.

Le physicien anglais a expérimenté comme l'avait fait avant lui le P. Secchi, et il n'a pas tardé à reconnaître que le liquide contenu dans l'espace annulaire présentait, à différentes profondeurs, des températures variables qui se communiquaient nécessairement aux régions correspondantes de l'enceinte, de telle sorte que la valeur observée $(t-\theta)$ ne représentait pas, comme le supposait le P. Secchi, la différence des températures du mercure contenu dans la boule noircie et du liquide renfermé dans l'espace annulaire. De plus, l'air de l'enceinte s'échappant dans le cours de l'expérience par l'ouverture supérieure tournée du côté du Soleil était remplacé par l'air extérieur, et celui-ci devait influer d'une manière inconnue sur la température indiquée par le thermomètre. Enfin, il n'est pas jusqu'au volume plus ou moins grand du réservoir thermométrique employé dans les expériences qui n'exerce une influence sensible sur les résultats observés.

M. Vicaire, de son côté, s'attaque à la méthode de calcul employée par le P. Secchi. Il n'admet pas l'équation d'équilibre que nous avons donnée plus haut. La loi de Newton ne saurait être applicable, selon lui, au cas considéré : c'est la loi du refroidissement de Dulong et Petit qui doit être adoptée. L'équation dont il s'agit devient donc

$$a^t - a^\theta = \alpha a^T,$$

dans laquelle $a = 1,0077$. En la résolvant par rapport à T, donnant à $(t-\theta)$ la valeur 29,02 choisie par le P. Secchi, supposant en même temps θ la température de l'enceinte égale à 0 degré, conservant enfin à la constante α la valeur déjà indiquée, M. Vicaire trouva, pour la valeur de T, 1398 degrés, c'est-à-dire un nombre peu différent de celui de M. Pouillet.

M. Vicaire fait remarquer que la loi de Dulong et Petit a été établie par les physiciens jusqu'à 300 degrés, que Pouillet l'a vérifiée jusqu'à 1000, et que, par conséquent, on est en droit, sans s'exposer à de graves erreurs, de la considérer comme vraie jusqu'à 1400 ou 1500 degrés, températures auxquelles on arrive précisément en l'admettant.

Les observations de M. Vicaire nous paraissent tout à fait fondées, au moins en ce qui concerne le second membre de l'équation. Seulement il n'est pas aussi essentiel qu'il paraît le supposer d'appliquer la loi de Dulong et Petit au cas de refroidissement, dans l'enceinte de température θ, du thermomètre à boule noircie. Tant que l'excès de température $(t-\theta)$ ne dépasse pas de beaucoup 20 degrés, la loi de Newton, qui n'est en définitive que la loi de Dulong et Petit approchée, est parfaitement applicable.

En effet, comme la valeur de a diffère peu de l'unité, si, dans l'équation

$$V = a^\theta(a^{t-\theta} - 1)$$

qui donne la vitesse de refroidissement dans le vide d'un corps doué d'un pouvoir émissif égal à 1, on remplace a par $1+6$ dans le facteur $(a^{t-\theta}-1)$ et qu'on développe, on trouve

$$V = a^\theta 6(t-\theta)\left[1 + 6\,\frac{(t-\theta)-1}{2} + 6^2\ldots\right].$$

Si donc l'excès de température $(t-\theta)$ est assez petit pour que le terme $6\,\frac{(t-\theta)-1}{2}$ ou $0{,}0077\,\frac{(t-\theta)-1}{2}$ soit négligeable par rapport à l'unité, on pourra prendre pour valeur suffisamment approchée de V

$$a^\theta 6(t-\theta),$$

qui se déduirait directement de la loi de Newton.

L'équation d'équilibre relative à l'expérience du P. Secchi peut donc être ramenée à la forme

$$a^\theta 6(t-\theta) = \alpha a^{T}.$$

En mettant à la place de a, de 6, de α, de t et de θ les nombres déjà indiqués, on arrive à une valeur numérique de T peu différente de celle qu'a obtenue M. Vicaire.

Il faut remarquer que le P. Secchi néglige en outre, dans son calcul, la part de refroidissement due au contact de l'air, part qui doit être très-notable dans les conditions de son expérience; mais l'erreur qui en résulte est tout à fait négligeable par rapport à celle qui vient d'être signalée.

En somme, et comme conclusion dernière de cet exposé, nous

ajouterons que, avec M. H. Sainte-Claire Deville, M. Vicaire et la plupart des physiciens français, nous sommes porté à penser que la température du Soleil est comparable à celle de nos flammes et n'atteint pas le chiffre énorme de plusieurs millions de degrés; mais nous devons reconnaître qu'il n'existe aucune expérience décisive qui permette de se prononcer catégoriquement sur ce sujet.

EXPÉRIENCES RELATIVES AUX COURANTS INDUITS PAR LES DÉCHARGES ÉLECTRIQUES;

PAR M. CHAUTARD.

Les divers effets que produisent les courants d'induction dus à l'action des décharges des condensateurs ne m'ont pas paru également aptes à être constatés dans un cours. Celui qui m'a le mieux réussi, c'est l'illumination soudaine d'un tube de Geissler par la décharge induite, au moment où jaillit l'étincelle de la jarre inductrice. La contraction du corps d'une grenouille ou bien la faible étincelle qui apparaît entre les pointes d'un petit excitateur offre des résultats certainement très-nets, mais bien moins apparents toutefois que le jet de lumière au sein du tube vide.

En produisant l'induction à l'aide d'une machine électrique de Holtz munie de ses condensateurs, on peut rendre le phénomène continu et lui donner alors un éclat bien supérieur à celui qu'on obtient par la simple décharge d'une bouteille de Leyde.

Enfin, en employant un nombre suffisant de spirales, on obtient des courants d'ordres supérieurs, dont l'existence peut être fort aisément et simultanément démontrée par le même procédé.

Ces divers points établis, il en est un autre encore qu'il n'est pas moins important d'examiner et qui demande une démonstration non équivoque. Quelle est la nature du mouvement électrique qui constitue la décharge induite? Est-ce un mouvement unique, analogue à celui de la décharge inductrice elle-même? Est-ce plutôt la succession de deux décharges induites de direction opposée?

Les soupapes électriques m'ont paru le meilleur moyen de procéder, dans un cours, à l'analyse des courants induits par la dé-

charge et j'ai cru devoir employer pour cela des tubes cloisonnés de Holtz. Je sais bien que l'effet de ces tubes n'est pas interprété de la même manière par tous les physiciens: M. Riess leur refuse le rôle de soupapes; la netteté de mes résultats semble, au contraire, devoir leur faire attribuer des propriétés de ce genre.

Je mets l'une des spirales en rapport avec la machine de Holtz ou celle de Carré, garnie ou non de condensateurs, par l'intermédiaire d'un excitateur permettant de régler la longueur de l'étincelle. L'autre spirale voisine est reliée à un double tube cloisonné. Selon le degré de tension de la décharge, on voit l'illumination des tubes se produire, soit d'un côté, soit de l'autre. Au moment où le changement de sens du courant induit se manifeste, les deux tubes sont sillonnés simultanément par une lueur qui s'accroît ou s'affaiblit d'un côté ou de l'autre, selon que l'un des courants est supérieur ou inférieur en intensité à son congénère.

Les mêmes phénomènes peuvent être obtenus avec les courants induits du second et du troisième ordre; le sens du circuit dans les deux tubes est modifié soit par la tension de la décharge primitive, soit par la distance des plateaux. Je n'ai pas poursuivi l'expérience au delà du troisième ordre, mais il est probable que rien ne s'opposerait à la manifestation des mêmes résultats pour les courants d'ordres supérieurs. J'ai constaté enfin que, lorsqu'une seule des extrémités de la spirale induite était en relation avec le tube de Holtz, les deux branches conservaient la même illumination.

De ces diverses expériences on peut conclure :

1° Que les deux courants, inverse et direct, obtenus au moment d'une décharge, sont généralement inégaux; le plus fort l'emporte et détermine l'illumination du tube correspondant sans que l'on puisse trop spécifier la loi qui préside à cette direction;

2° Que dans le cas où les courants sont égaux, l'extinction des tubes n'a pas lieu, mais au contraire une illumination soudaine des deux branches se produit, attestant ainsi que les courants ne sont pas simultanés et qu'ils se succèdent à des intervalles, très-courts sans doute, mais assez appréciables pour ne pas entraîner leur destruction.

MULLER. — Ueber die Fortpflanzung des Lichtes (Sur la propagation de la lumière); *Annales de Poggendorff*, CXV, 86; 1872.

On s'accorde généralement à admettre que la vitesse de propagation de la lumière est indépendante de la force vive des vibrations lumineuses; et il est certain, par l'ensemble des phénomènes optiques connus, que cette indépendance doit être admise, quand on se borne à une première approximation. Le travail actuel a pour objet de fixer les limites entre lesquelles une telle approximation est légitime. La petitesse des variations qu'il s'agit de mesurer exige l'emploi de méthodes d'une sensibilité extrême : l'auteur a choisi la méthode du déplacement des franges d'interférence ou de diffraction.

Première méthode. — *Déplacement des franges d'interférence produites avec grande différence de marche.* — Un milieu d'épaisseur D et d'indice n, terminé par deux faces parallèles, fournit des interférences par la réflexion normale de la lumière parallèle sur ses deux faces. La différence de phase φ des rayons interférents est, en négligeant la perte de $\frac{\lambda}{2}$ par la réflexion à la première surface,

$$\varphi = 2D\frac{n}{\lambda}.$$

Si λ vient à varier d'une quantité $d\lambda$, on a

$$d\varphi = -2D\frac{n}{\lambda^2}d\lambda = -\varphi\frac{d\lambda}{\lambda}.$$

Les valeurs positives de $d\varphi$ correspondent à un déplacement des franges dans le sens où les déplacerait une diminution d'épaisseur du milieu.

Il est à remarquer qu'une variation de λ n'entraîne une variation correspondante de la vitesse de propagation V que si l'on suppose la durée τ des vibrations invariable ou la source de lumière constante. Dans cette hypothèse, la relation

$$\lambda = V\tau,$$

jointe à la précédente, donne

$$-\frac{d\varphi}{\varphi}=\frac{d\lambda}{\lambda}=\frac{dV}{V},$$

et par conséquent une variation déterminée de V produit une variation de φ et un déplacement des franges d'autant plus grand que φ sera lui-même plus grand en valeur absolue. De là résulte la nécessité d'observer les franges avec la plus grande différence de marche possible. L'auteur estime que, dans ses recherches, on pouvait apprécier une variation de la longueur d'onde ne dépassant pas $\frac{2}{10^6}\lambda$, ce qui correspond à un changement de 600 mètres au plus dans la valeur absolue de la vitesse.

Le phénomène d'interférences choisi par l'auteur est celui des anneaux de Newton, produits avec une différence de marche qui a dû rester comprise entre 10 000 et 25 000 ondulations. On obtient une lumière parfaitement homogène au moyen d'une vapeur ou d'un gaz incandescent, à la condition d'en former un spectre réel et très-pur, et de faire coïncider la raie brillante employée avec la fente étroite d'un écran qui arrête toutes les autres radiations. On dirige la lumière de la fente sur l'appareil d'interférences. La glace plane et la lentille dont celui-ci est formé sont établies une fois pour toutes à la distance convenable, au moyen d'une sorte de niveau à mercure; et l'œil, placé de manière à recevoir l'image réfléchie, aperçoit un champ d'interférence complétement immobile.

Pour mieux s'assurer de la nécessité de n'employer qu'une source constante, l'auteur s'est d'abord préoccupé d'examiner l'influence d'un changement de la masse de la vapeur ou du gaz incandescents. On produisait un tel changement en enfonçant plus ou moins dans la flamme invisible d'un brûleur de Bunsen une perle de la substance employée (sodium, lithium, thallium). On a ainsi obtenu un déplacement des franges, qui a atteint la totalité de la distance de deux franges sombres consécutives. Mais si l'on emploie une plus grande masse de vapeurs, la plus grande possible, et qu'on ramène l'intensité à ce qu'elle était précédemment, au moyen d'un verre absorbant, le déplacement des franges est réduit au $\frac{1}{4}$ de la distance de deux franges. Le phénomène observé tout d'abord tient donc surtout à un changement de la période de vibration, non à un changement de la vitesse de la lumière.

On comprend d'ailleurs pourquoi il en est ainsi : en effet, on sait déjà que, par l'augmentation de la masse des vapeurs incandescentes, les lignes spectrales s'étalent. Le changement de réfrangibilité moyen observé tient à une dissymétrie dans l'extension de la raie qui s'étale, surtout du côté le moins réfrangible. Ce fait a été observé directement par Zöllner au moyen du spectroscope à réversion.

Il n'en est pas de même pour les expériences suivantes, où la masse incandescente est demeurée invariable. Dans une première série, exécutée avec la lumière du sodium, on a fait varier l'intensité au moyen de verres absorbants. Mais comme on pourrait craindre que le déplacement des franges produit par l'absorption fût lié à une dissymétrie dans le pouvoir absorbant du verre pour la lumière de la raie employée, on a institué une seconde série de recherches avec la lumière de l'hydrogène d'un tube de Geissler, traversé par l'étincelle d'une bobine de Ruhmkorff. Une dérivation, établie sur le fil de la bobine inductrice, contenait un rhéostat, au moyen duquel on pouvait faire varier l'intensité de la lumière dans le rapport de 1 à 3; et l'on a observé le même déplacement des franges quand on réduisait l'intensité, soit au moyen du rhéostat, soit à l'aide d'un verre absorbant. A moins d'admettre la plus étrange coïncidence entre l'action d'un changement de température et d'une absorption sur la réfrangibilité moyenne des deux raies de l'hydrogène, on ne peut se refuser à admettre dans ces expériences une variation de la vitesse de la lumière, produite par une variation d'intensité.

Le tableau suivant, où la différence de phase est exprimée en nombres d'ondulations et le déplacement des franges en fraction de la distance de deux franges consécutives, résume toutes ces expériences.

Lumière.	Différence de phase.	Variation d'intensité.	Déplacement des franges.	Changement de la vitesse relatif.	Changement de la vitesse absolu.
H_α	20000	1 : 3	0,1	0,000005	1500 m
Na_α	25000	1 : 3	0,2	0,000008	2400
Na_α	20000	1 : 10	0,3	0,000015	4500
H_β	15000	1 : 3	0,25	0,000016	4800

SECONDE MÉTHODE. — *Déplacement des minimum de seconde classe de Frauenhofer.* — Quand un écran percé de deux fentes parallèles est éclairé par un faisceau de lumière normale, on observe des franges de diffraction. L'intensité lumineuse, dans une direction déterminée, est susceptible de plusieurs sortes de minimum, parmi lesquels ceux que Frauenhofer a nommés *minimum de seconde classe* produisent seuls des franges assez nettes pour pouvoir être observées. La position de ces franges dépend essentiellement de la différence de phase moyenne des faisceaux issus des deux fentes, dans la direction que l'on considère. Si l'on modifie la phase de l'un des faisceaux, le changement d'intensité correspondant, produit dans cette direction, se confondra par son apparence avec un déplacement des franges vers le faisceau en retard, et le nombre des franges déplacées mesurera le nombre d'ondulations de la différence de phase introduite. Les expériences qui suivent sont fondées sur cette observation.

Il est à remarquer que la méthode actuelle ne permet pas d'altérer l'égalité d'intensité des faisceaux interférents. Le procédé employé pour produire une différence de phase dans ces conditions est extrêmement ingénieux. Il consiste à affaiblir les deux faisceaux dans le même rapport, mais à des distances différentes des fentes. Si la vitesse de propagation de la lumière dépend de son intensité, l'espace compris entre les deux points où se produit l'affaiblissement sera parcouru par les deux faisceaux avec des vitesses inégales, après quoi ils reprendront pour interférer des intensités et des vitesses égales. La différence de phase acquise est évidemment proportionnelle à la distance des points d'affaiblissement.

Dans les conditions où l'auteur a opéré, la plus petite variation de la longueur d'onde que l'on puisse constater est de $\frac{0,5}{10^6}\lambda$, ce qui correspond à une variation de la vitesse de la lumière d'environ 150 mètres. La sensibilité de ce procédé est donc supérieure à celle de la méthode des interférences avec grande différence de marche, mais cet avantage est compensé par l'impossibilité de faire varier l'intensité dans des limites aussi étendues.

La source lumineuse employée est la flamme ordinaire du gaz. L'appareil se compose d'un collimateur muni d'une fente verticale, d'un écran à deux fentes verticales, enfin d'une lunette munie

d'une croisée de fils, réglée pour l'infini, et dont l'axe coïncide avec celui du collimateur et des fentes. L'affaiblissement des deux faisceaux s'obtient en plaçant sur leur trajet une glace oblique, qui réfléchit sur ses deux faces et écarte ainsi du champ d'interférence une partie notable des rayons. Les formules de Fresnel permettent d'évaluer la diminution d'intensité.

L'auteur a employé tantôt une seule glace, tantôt deux fragments d'une même glace placés sous la même obliquité à des distances différentes sur le trajet des rayons. Cette seconde disposition permet d'augmenter beaucoup la distance des points où l'on affaiblit la lumière, mais comporte des corrections dont le calcul est pénible et un peu incertain. Aussi, malgré l'originalité de toute cette partie du Mémoire, doit-on ajouter plus de confiance aux résultats de la première méthode qu'aux nouveaux nombres réunis dans le tableau ci-dessous, où l'affaiblissement de l'intensité de la lumière est exprimé en nombres ronds.

Affaiblissement de la lumière.	Différence de marche.	Déplacement des franges.	Changement de vitesse	
			relatif.	absolu.
1 : 2	31600	0,18	0,0000057	1700^{m}
1 : 3	46600	0,19	0,0000041	1200
1 : 3,5	71300	0,33	0,0000046	1400
1 : 5,5	84800	0,13	0,0000016	500

Il est à remarquer que tous les nombres obtenus, soit par l'une soit par l'autre des deux méthodes si différentes employées par l'auteur, sont des grandeurs du même ordre, ce qui doit inspirer beaucoup de confiance dans les résultats. On sera donc porté à admettre avec M. Müller que :

Pour une seconde approximation, telle que l'on considère des quantités égales ou inférieures au millionième de la valeur absolue, il faut tenir compte d'une dépendance entre la vitesse de propagation de la lumière et la force vive des vibrations de l'éther.

Il semble bien difficile d'établir les lois précises de cette dépendance. Cependant l'auteur propose les suivantes, qui ne concordent pas strictement avec ses nombres :

Le changement de la longueur d'onde croît proportionnellement à la racine carrée de l'intensité et au carré du nombre des vibrations.

Ces lois conviendraient théoriquement au cas de vibrations s'effectuant au sein d'un milieu où le frottement ne serait pas négligeable. L'auteur est en effet porté à admettre que la cause des variations de la vitesse qu'il a observées réside dans une propriété du mouvement de l'éther analogue au frottement, c'est-à-dire dans la transformation d'une partie de la force vive des mouvements périodiques d'où dépend la lumière en une autre sorte de mouvement analogue à celui que nous nommons chaleur dans les substances pondérables, et qu'il conviendrait de nommer, dans cette hypothèse, *la chaleur de l'éther*. Ce mouvement, transmis dans l'espace par une sorte de *conductibilité*, constituerait un nouveau mode de transport de la force vive des astres lumineux vers les astres obscurs.

E. Bouty,
Professeur au Lycée de Reims.

MAYER. — Acoustical Experiments showing that the Translation of a Vibrating Body causes it to give a Wave-length differing from that produced by the same Vibrating Body when stationary (Expériences d'acoustique démontrant qu'un corps sonore animé d'un mouvement de translation donne lieu à des ondulations de longueur différentes de celles qu'il produirait à l'état de repos); *Phil. Mag.*, 4e série, vol. XLIII; avril 1872.

Doppler a démontré en 1841 que la hauteur de son produit par un corps vibrant animé d'un mouvement de translation augmente ou diminue suivant que ce corps s'approche ou s'éloigne de l'observateur. Ce fait, vérifié par divers physiciens, a acquis une grande importance depuis qu'on l'a étendu aux vibrations lumineuses. Il permet, en effet, de juger des mouvements de certains corps célestes par la variation de réfrangibilité des raies de leurs spectres. M. Mayer en a donné une vérification nouvelle assez simple pour pouvoir être répétée dans un cours.

Le procédé qu'il emploie n'est autre chose que l'expérience bien connue de la transmission par l'air du mouvement vibratoire d'un diapason à un autre. On sait que cette transmission n'a lieu qu'avec

des instruments montés sur caisses renforçantes et rigoureusement à l'unisson.

Deux diapasons de ce genre, dont le son correspond à 256 vibrations doubles par seconde, sont placés à une distance de 30 à 60 pieds l'un de l'autre, et l'on commence par constater que les vibrations du premier se transmettent facilement au second.

On sépare ensuite l'un d'eux de sa caisse, et on le fait vibrer en le tenant d'une main, tandis que la caisse est tenue de l'autre; puis on marche rapidement vers le second diapason et, pendant ce mouvement, on applique le premier sur sa caisse, en ayant soin de l'enlever au moment précis où l'on s'arrête. Aucune vibration ne se produit dans le diapason fixe, bien que l'observateur ait pu s'en approcher jusqu'à une distance de 1 pied.

L'expérience est recommencée avec un diapason mobile faisant par seconde 2 vibrations de moins que les précédents. Seulement, au lieu de se déplacer soi-même, on donne à la caisse un mouvement oscillatoire aussi étendu que le permet le bras, puis on y applique le diapason qu'on tient de l'autre main, pendant qu'elle s'approche du diapason fixe. Ce dernier entre en vibration si l'on a communiqué à la caisse une vitesse convenable, qui est de 8 à 9 pieds par seconde.

Enfin on arrive au même résultat avec un diapason mobile faisant 2 vibrations de plus que le diapason fixe, à condition de l'appliquer sur sa caisse pendant la période inverse de son oscillation.

M. Mayer rend facilement observables les vibrations du diapason fixe, en suspendant au devant d'une de ses branches et en contact avec elle une petite balle de liége attachée à un fil de soie bien vertical. L'image de cette balle et du diapason est projetée par une lentille sur un écran. Il importe que la balle soit rigoureusement sphérique, sans quoi les impulsions qu'elle reçoit la feraient tourner sur elle-même, au lieu de l'écarter du diapason; il faut aussi qu'elle soit bien polie, car de petites aspérités produiraient l'effet d'une sorte de coussin amortissant les chocs. L'auteur recommande de la recouvrir d'un vernis.

On peut d'ailleurs substituer à la balle de liége, ainsi que l'a fait M. O.-N. Rood, de New-York, un petit miroir suspendu à deux fils verticaux, et dont le bord s'applique contre une des branches du diapason. Les plus faibles vibrations sont alors nettement accusées

par le mouvement d'un rayon de lumière réfléchi à la surface du petit miroir.

Le réglage du diapason est obtenu par l'observation des battements, mais il convient de ne pas comparer directement les deux instruments qu'on veut accorder. Quand ils sont très-près de l'unisson, ils exercent l'un sur l'autre une influence qui tend à leur donner une durée de vibration commune, de sorte que les battements disparaissent, bien que la différence de hauteur ne soit pas encore tout à fait négligeable.

M. Mayer se sert d'un troisième diapason, différant très-peu des deux premiers, et qu'il fait résonner successivement avec chacun d'eux. Le temps nécessaire à la production de 30 à 40 battements est noté au moyen d'un compteur à pointage, et l'on surcharge avec de la cire le diapason donnant le son le plus élevé, jusqu'à ce que ce temps soit devenu exactement le même dans les deux cas.

L'auteur se propose de reprendre ces expériences avec un appareil dont il a fait le plan, et qui permettra de mesurer avec précision la vitesse imprimée au corps sonore.

J. Maurat.

NOTE HISTORIQUE SUR L'EXPÉRIENCE DE TORRICELLI;

Par M. Ch. THUROT,

Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres.

L'histoire de la fameuse expérience de Torricelli a été souvent présentée d'une manière inexacte, parce qu'on n'est pas remonté aux sources, d'ailleurs fort accessibles, où il était facile de puiser. Un ami et un disciple de Torricelli, Carlo Dati, l'a exposée dans un écrit intitulé : *Lettera di Timauro Antiate* (c'est le pseudonyme que Dati avait choisi) *ai Filaleti della vera Storia della Cicloide e della famosissima Esperienza dell' Argento vivo* (Firenze, 1663, in-4°). L'historique de Dati et les documents dont il l'a appuyé ont été reproduits dans la biographie de Torricelli, mise par Tommaso Bonaventura en tête de sa publication des *Lezioni accademiche di Evangelista Torricelli* (1re édition, Florence, 1715, in-4°; 2e édition, Milan, 1823, in-8°). Nous n'avons pu trouver l'ouvrage de Dati. Nous puisons dans la seconde édition des *Lezioni*, après nous être assuré que l'historique est la reproduction de Dati avec quelques modifications insignifiantes de rédaction (1).

(1) Pour s'en convaincre, il suffit de comparer la citation de l'opuscule de Dati (p. 20) que l'on trouve dans Nelli (*Saggio di storia litteraria fiorentina del secolo XVII*. Lucca, 1759, in-4°, p. 96, note 1) avec ce qu'on lit dans la Préface des *Lezioni* (p. 29 et 30).

Dans les Écoles, on enseignait, d'après Aristote, que l'air est pesant relativement au feu, léger relativement à l'eau et à la terre, et que le vide est impossible dans la nature. On ajoutait que la nature avait recours à différents moyens pour empêcher le vide, dont elle a horreur, parce qu'il tend à sa destruction. Galilée, qui a combattu partout les principes de la Physique péripatéticienne, écrivait (*Dialoghi delle scienze nuove*, Giornata prima. *Opere*, éd. Alberi, XIII, p. 81) dans le grand ouvrage où il a fondé la Dynamique, les *Dialogues sur les sciences nouvelles*, publiés en 1638, que la légèreté ne se rencontre *peut-être* dans aucun corps matériel; et il cite deux expériences par lesquelles il avait cru démontrer que l'air est absolument pesant et que son poids est le $\frac{1}{400}$ du poids de l'eau.

D'autre part, dans le même ouvrage (*Opere*, XIII, p. 15), il admet que si, deux plaques de marbre ou de métal bien polies étant placées l'une sur l'autre, on ne peut enlever la plaque supérieure sans qu'elle entraîne avec elle la plaque inférieure qui y est adhérente, c'est une preuve évidente de l'horreur de la nature pour admettre, ne fût-ce qu'un instant, l'espace vide qui se trouverait entre les deux plaques avant que l'air ambiant ne l'eût rempli.

Sans s'arrêter à l'objection qu'il se fait adresser par Sagredo (p. 16), que l'adhérence des deux plaques et leur résistance à la séparation ne peuvent avoir pour cause ce qui n'existe pas encore, à savoir, le vide qui résulterait de leur séparation, Galilée dit (p. 18) qu'il a démontré, dans *un certain Traité*, que la cohésion de l'eau ne vient que de la résistance au vide; et il fait citer par Sagredo un fait dont il croit pouvoir tirer un moyen de mesurer par comparaison avec l'eau la puissance de la résistance au vide dans les corps solides.

Voici comment le fait est rapporté par Sagredo (p. 20) :

On avait fait fabriquer une pompe aspirante pour tirer l'eau d'une citerne avec moins de fatigue que par le moyen des seaux dont on se servait ordinairement. Tant que l'eau était à une certaine hauteur, elle était tirée en abondance; mais quand l'eau descendait à un certain niveau, la pompe ne travaillait plus. « Je crus d'abord, dit Sagredo, aussitôt que j'eus remarqué le fait, que le piston était endommagé, et j'invitai le maître fontainier à le raccommoder. Celui-ci me dit que le piston n'était nullement endommagé, mais que l'eau était descendue trop bas pour être élevée à cette hauteur; il ajouta qu'il n'était pas possible, ni avec les pompes ni avec les autres machines qui font monter l'eau par attraction, de la faire monter un cheveu plus haut que dix-huit brasses, que les pompes soient larges ou étroites, parce que c'est la mesure de la plus grande hauteur. Et moi qui sais qu'une corde, une masse de bois, une verge de fer, peut s'allonger tant et tant qu'à la fin elle se brise par son propre poids, quand elle est attachée par l'extrémité supérieure, j'ai été jusqu'ici assez peu avisé pour n'avoir pas pensé qu'il en serait de même, à plus forte raison, pour une corde ou verge d'eau. Qu'est-ce qui est attiré dans la pompe, si ce n'est un cylindre d'eau qui, attaché par en haut et de plus en plus allongé, arrive enfin à une limite au delà de laquelle, tiré par son propre poids devenu excessif, il se casse tout comme si c'était une corde? Il en arriverait de même, à mon avis, pour d'autres liquides, comme le vif argent, le vin, l'huile, etc. Ils se briseraient

à une hauteur plus ou moins grande que dix-huit brasses, en proportion inverse de leur pesanteur spécifique comparée à celle de l'eau, en mesurant ces hauteurs toujours perpendiculairement. »

Torricelli, en réfléchissant sur ce passage de Galilée, comprit ce que Galilée n'avait pas dit expressément ([1]), qu'au delà de 18 brasses, si l'on tirait encore le piston, il devait y avoir un espace vide entre la surface inférieure du piston et la surface supérieure de l'eau, et il pensa qu'en prenant, suivant l'indication de Galilée, du vif argent au lieu d'eau, on pourrait produire ce vide dans un tube de verre plus commodément qu'avec de l'eau dans une pompe. Il communiqua ces idées à Viviani, qui les mit à exécution. L'expérience réussit.

Torricelli comprit aussi que le poids de l'air devait être la cause qui soutenait le mercure dans le tube, et il écrivit à son ami et élève, Michel-Ange Ricci, à Rome, la lettre suivante, datée du 11 juin 1644 : « J'ai envoyé, dans le courant de ces dernières semaines, quelques démonstrations de moi sur l'aire de la cycloïde, au seigneur Antonio Nardi, avec prière de les adresser, aussitôt qu'il les aurait vues, à Votre Seigneurie ou au seigneur Magiotti. J'ai déjà annoncé à Votre Seigneurie qu'il se faisait une expérience de physique sur le vide, non pas pour faire simplement le vide, mais pour avoir un instrument qui pût indiquer les changements de l'air, tantôt plus lourd et plus épais, tantôt plus léger et plus subtil. Beaucoup de gens ont dit qu'il ne peut pas se produire de vide, d'autres qu'il peut se produire, mais non sans résistance de la nature ni sans fatigue. Je ne sache pas que personne ait dit qu'il peut se produire du vide sans fatigue et sans résistance aucune de la nature. J'ai raisonné ainsi : si je trouvais une cause manifeste d'où dérive la résistance que l'on sent quand on veut faire le vide, il serait inutile, ce me semble, de chercher à attribuer au vide un effet qui dérive évidemment d'une autre cause. Et même en faisant certains calculs très-faciles, je trouve que la cause dont je parle, à savoir le poids de l'air, devrait à elle seule faire plus d'effet qu'elle ne fait, quand on essaye de faire le vide. Je parle ainsi pour que quelque philosophe, voyant qu'il ne peut éviter d'avouer que la pesanteur de l'air est la cause de la résistance que l'on sent quand on veut faire le vide, ne persiste pas, tout en accordant l'effet du poids de l'air, à affirmer que la nature concourt aussi à cette résistance au vide ([2]). Nous vivons submergés au fond d'un océan d'air, et nous savons par des expériences indubitables que l'air est pesant et même que cet air épais qui est près de la surface de la terre pèse environ le quatre centième du poids de l'eau. D'autre part, les auteurs qui ont parlé du crépuscule ont observé que l'air visible et chargé de vapeurs s'élève au-dessus de nous à près de cinquante ou cinquante-quatre milles : ce

([1]) Dati (p. 20), dans Nelli (p. 96, note 1), auquel j'emprunte ces détails, se trompe en attribuant à Galilée de l'avoir dit : Galilée doutait probablement de l'horreur de la nature pour le vide; mais il n'a pas osé dire expressément qu'il y avait du vide dans la nature.

([2]) On lit dans l'original : « Dico ciò, perchè qualche filosofo vedendo di non poter... non dicesse di conceder l' operazione del peso aereo, ma persistesse nell' asseverare che anche la natura concorre a repugnare al vacuo. » Traduit littéralement, ce passage m'a paru inintelligible.

que je crois exagéré, parce que je pourrais montrer que le vide devrait faire beaucoup plus de résistance qu'il ne fait; mais ils ont une échappatoire, ils peuvent dire que le poids dont parle Galilée doit s'entendre de la région la plus basse de l'air où vivent les hommes et les animaux, mais que sur la cime des hautes montagnes l'air commence à être très-pur et pèse beaucoup moins que le quatre centième du poids de l'eau.

» Nous avons fait beaucoup de tubes de verre, comme ceux qui sont désignés (*fig.* 1) par les lettres A et B, gros et longs de deux brasses. Ces tubes, étant remplis de vif argent, se vidaient sans que rien n'y entrât; et pourtant le tube AD restait plein jusqu'à la hauteur d'une brasse et un quart avec un doigt en sus. Pour montrer que le tube était parfaitement vide, on remplissait d'eau jusqu'en D le bassin inférieur; et en élevant petit à petit le tube, quand l'extrémité inférieure arrivait à l'eau, on voyait le vif argent descendre du tube, et l'eau le remplir avec une impétuosité effrayante jusqu'en E. Quand la partie AE du tube était vide et que le vif argent se soutenait, bien que fort lourd, dans AC, voici comment on raisonnait : jusqu'ici on a cru que la force qui empêche le vif argent de retomber est intérieure à AE et provient du vide ou de cette matière (¹) extrêmement raréfiée; mais je prétends que la matière est extérieure et que la force vient du dehors. Sur la surface du liquide qui est dans le bassin pèse une quantité d'air qui a cinquante milles de hauteur. Est-il étonnant que le vif argent, qui n'a ni inclination, ni répugnance pour le tube CE, y entre et s'y élève jusqu'à ce qu'il fasse équilibre au poids de l'air extérieur qui le pousse? L'eau dans un tube semblable, mais beaucoup plus long, s'élèvera jusqu'à près de dix-huit brasses, c'est-à-dire d'autant plus haut que le vif argent est plus lourd que l'eau, pour faire équilibre à la même cause qui agit sur l'un et sur l'autre. Ce raisonnement a été confirmé par l'expérience faite en même temps au moyen du tube A et du tube B, où le vif argent s'arrêtait toujours à la même ligne horizontale AB; signe presque certain que la force n'est pas intérieure; car il y aurait eu une force d'attraction plus grande dans le tube AE, où il y avait plus de matière raréfiée et attirante, beaucoup plus énergique, à cause de son degré de raréfaction, que celle qui était enfermée dans le très-petit espace B. J'ai cherché à résoudre avec ce principe toutes les difficultés qui se rencontrent dans les différents effets attribués au vide, et je n'ai jusqu'à présent rien rencontré qui ne marchât bien. Il se présentera sans doute beaucoup d'objections à l'esprit de Votre Seigneurie; mais j'espère qu'en y pensant elle les résoudra. Je n'ai pu réussir dans ce qui était mon but principal, à savoir, de connaître au moyen de l'instrument EC quand l'air est plus épais et plus lourd, et quand il est plus subtil et plus léger. Le niveau AB change pour une autre

Fig. 1.



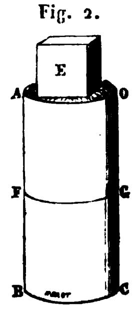
(¹) « Di *quella* roba. » Ce démonstratif n'est pas clair. Il désigne sans doute le vif argent. « *Qualche robba*, quelque matière, » se comprendrait mieux.

cause à laquelle je ne me serais pas attendu, par le froid et le chaud, et très-sensiblement tout comme si le tube AE était rempli d'air. Je présente à Votre Seigneurie mes humbles respects. »

Ricci répondit que Torricelli lui semblait avoir prouvé victorieusement qu'il y a du vide dans la nature; et que cette preuve lui paraissait d'autant meilleure qu'elle était plus conforme à la simplicité des voies que la nature emploie d'ordinaire. Mais il voyait des difficultés dont il priait Torricelli de lui donner la solution. Voici les deux principales. Si l'on met un couvercle sur le bassin, le mercure restera à la même hauteur dans le tube, quoique l'air ne pèse plus sur le mercure du bassin. Si, tenant le trou d'une seringue bouché, on essaye de tirer le piston, on éprouvera autant de difficulté à le tirer en haut, quand l'air pèse sur sa surface, qu'à le tirer en bas, quand l'air ne pèse plus sur cette surface.

Torricelli répliqua à toutes ces objections dans la lettre suivante, du 28 juin 1644 : « Je crois superflu de répondre aux trois objections de Votre Seigneurie relatives à la résistance apparente qu'on éprouve à faire le vide, parce que je pense qu'elle aura trouvé elle-même les solutions, après avoir écrit sa lettre. Quant à la première, je réponds que si Votre Seigneurie place le couvercle sur le bassin de manière qu'il touche la surface du vif argent, le vif argent qui est dans le tube restera suspendu comme auparavant, non pas à cause du poids de l'atmosphère, mais parce que le vif argent du bassin est retenu. Que si Votre Seigneurie place le couvercle de manière à enfermer dans le bassin une certaine quantité d'air, je demande si Votre Seigneurie admet que l'air enfermé soit au même degré de condensation que l'air extérieur; alors le vif argent se soutiendra à la même hauteur qu'auparavant, à l'exemple de la laine, dont je vais parler. Mais si l'air enfermé est plus raréfié que l'air extérieur, le vif argent descendra d'une certaine quantité; s'il était infiniment raréfié, s'il y avait vide, alors le vif argent descendrait tout entier pour peu que le bassin pût le contenir. Le vase ABCD (*fig.* 2) est un cylindre plein de laine ou d'une autre matière compressible, disons d'air. Ce vase a deux fonds : BC, qui est immobile; AD, qui est mobile, le long des parois du cylindre; soit AD chargé par le plomb E qui pèse 10 000 000 de livres. Je crois que Votre Seigneurie comprend quelle pression s'exercera sur le fond BC. Si nous traversons horizontalement le cylindre par la plaque de fer FG qui entre et coupe la laine comprimée, je dis que si la laine FCG est comprimée comme auparavant, bien que le fond BC ne sente plus le poids du plomb E, il supportera la même pression qu'auparavant. Que Votre Seigneurie réfléchisse, je ne l'ennuierai pas un instant davantage. Quant à la seconde objection, il y avait une fois un philosophe qui, voyant son domestique mettre un siphon au tonneau, lui fit des reproches, lui disant que le vin ne viendrait jamais, parce qu'il est dans la nature des graves de pousser en bas. Mais le domestique lui fit toucher du doigt que, quoique de leur nature les liquides pèsent en bas, ils poussent et jaillissent dans tous les sens, même en haut, pourvu qu'ils trouvent un lieu où aller, c'est-à-dire un lieu où ils

Fig. 2.



trouvent une résistance moindre que la force qui les pousse. Que Votre Seigneurie enfonce une bouteille tout entière dans l'eau avec le goulot en bas, ensuite qu'elle fasse un trou au fond, de manière à laisser sortir l'air; et elle verra avec quelle force l'eau y monte pour la remplir. Que Votre Seigneurie y réfléchisse elle-même, je ne l'ennuierai pas davantage.....

» Mais j'en ai peut-être trop dit; si je pouvais parler à Votre Seigneurie, elle serait peut-être plus satisfaite. Je lui assure que, s'il lui vient d'autres difficultés à l'esprit, elle pourra les résoudre d'elle-même; car ici l'on en a considéré un grand nombre, et elles se résolvent toutes. »

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXV. — Avril 1872.

E. Duclaux. — *Recherches sur les lois des mouvements des liquides dans les espaces capillaires,* p. 433.

De Coppet. — *Recherches sur la température de congélation des dissolutions salines* (2e Mémoire), p. 502.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLV. — N° 3. — Avril 1872.

H. Burkhart-Jezler. — *Le crépuscule sur la côte orientale de l'Amérique du Sud* (fin), p. 337.

G. Wiedermann et R. Rühlmann. — *Passage de l'électricité à travers les gaz* (fin), p. 364.

W. Sellmeier. — *Vibrations des particules pondérables excitées par les vibrations de l'éther et réactions qui en résultent servant à l'explication de la dispersion et de ses anomalies,* p. 399.

A.-F. Sundell. — *Recherches sur le courant de disjonction,* p. 422.

E. Lommel. — *Recherches sur l'action des divers rayons colorés sur le pouvoir d'assimilation des plantes,* p. 442.

E. Budde. — *Quelques conséquences des nouvelles doctrines sur l'Univers,* p. 463.

P. Recknagel. — *Sur les propriétés physiques de l'acide carbonique,* p. 480.

SUR L'APPLICATION DU SPECTROSCOPE A L'OBSERVATION DES PHÉNOMÈNES D'INTERFÉRENCE;

PAR M. MASCART (¹).

On sait combien l'analyse spectrale de la lumière est précieuse pour l'étude des phénomènes d'interférence à grandes différences de marche. Je ne veux pas exposer ces phénomènes d'une manière complète, mais seulement indiquer les principaux et donner quelques détails pratiques sur d'autres qui sont moins connus.

Si l'on veut observer, par exemple, la double réfraction rectiligne ou circulaire avec des lames trop épaisses pour donner les teintes de la polarisation chromatique, on peut employer un spectroscope ordinaire, en mettant un polariseur en avant de la fente, derrière le collimateur une lame biréfringente taillée parallèlement à l'axe, et enfin un polariseur entre l'œil et l'oculaire; on voit alors le spectre sillonné de bandes d'interférence plus ou moins nettes. En particulier, si les sections principales du polariseur et de l'analyseur sont parallèles et si la section principale de la lame est inclinée à 45 degrés sur les précédentes, les bandes d'interférence sont absolument noires. Une lame de quartz d'un centimètre d'épaisseur, une lame de spath d'un millimètre, ou une feuille de gypse clivé, d'une épaisseur intermédiaire, conviennent très-bien pour cette expérience. Je n'insiste pas sur la théorie de ces phénomènes, et je renvoie le lecteur aux beaux Mémoires publiés sur ce sujet par MM. Fizeau et Foucault (²) pour l'étude des états variés de polarisation qui se produisent alors dans les différents points du spectre entre deux bandes successives.

Si l'on remplace la lame biréfringente par une lame de quartz de 4 ou 5 centimètres d'épaisseur perpendiculaire à l'axe, on observe de larges bandes d'extinction dues à la dispersion rotatoire. Ces bandes se déplacent dans un sens ou dans l'autre quand on fait tourner l'analyseur, et l'on reconnaîtra que le quartz est droit ou gauche en cherchant s'il faut tourner l'analyseur à droite ou à gauche

(¹) Voir même tome, p. 17.
(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXVI et t. XXX.

pour faire marcher les franges vers le violet du spectre. Je ferai observer seulement que, si l'on voulait prendre des mesures exactes, il faudrait se prémunir contre l'influence du prisme réfringent qui polarise par réfraction, et modifier un peu la disposition expérimentale.

De Wrede a observé, il y a plusieurs années [1], des spectres à bandes d'interférence qui correspondent aux anneaux colorés de Newton par réflexion. Pour cela il courbait une lame mince de mica en forme de surface cylindrique et examinait au travers d'un prisme la ligne brillante que l'on obtient en éclairant cette lame à l'air d'une lampe. On peut répéter cette expérience d'une manière plus simple, en éclairant la fente du collimateur d'un spectroscope par de la lumière qui s'est réfléchie sur une lame mince de mica ou de verre, ou bien en disposant cette lame obliquement derrière l'oculaire et observant l'image du spectre qu'elle réfléchit. Dans tous les cas le spectre paraît sillonné de bandes brillantes et noires qui proviennent de l'interférence des faisceaux réfléchis sur les deux faces de la lame mince. La différence de marche des deux faisceaux est exprimée par la formule $2en\cos r + \frac{\lambda}{2}$, dans laquelle e est l'épaisseur de la lame, n, r et λ l'indice de réfraction, l'angle de réfraction et la longueur d'onde de la lumière que l'on envisage; le dernier terme $\frac{\lambda}{2}$ provient de la perte de chemin qui s'établit dans l'une des deux réflexions. Les rayons pour lesquels cette différence de marche est d'un nombre impair de demi-longueurs d'onde, ou pour lesquels on a

$$(1) \qquad 2en\cos r = m\lambda,$$

m étant un nombre entier quelconque, interfèrent complétement et manquent dans le spectre, où ils produisent une bande obscure. D'autres rayons, pour lesquels on a

$$2en\cos r = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

ont une intensité maximum et forment les milieux de bandes bril-

(1) *Pogg. Ann.*, t. XXXIII, p. 353. — Voir le *Répertoire d'Optique* de M. l'abbé Moigno, t. II, p. 517.

lantes qui sont bordées de lumière dont l'intensité est progressivement décroissante. Entre deux raies du spectre dont les longueurs d'onde sont λ et λ', il y aura un nombre $m' - m$ de bandes donné par l'expression

$$(2) \qquad m' - m = 2e\left(\frac{n'\cos r'}{\lambda'} - \frac{n\cos r}{\lambda}\right),$$

dans laquelle on a accentué les lettres qui se rapportent à la deuxième raie.

Si la lumière incidente est normale, ce qu'il est facile de réaliser en éclairant la lame mince par de la lumière réfléchie sur une glace transparente, les formules deviennent

$$(1)' \qquad 2en = p\lambda,$$

$$(2)' \qquad p' - p = 2e\left(\frac{n'}{\lambda'} - \frac{n}{\lambda}\right).$$

On peut remarquer que, si l'on s'éloigne de l'incidence normale, la différence de marche diminue; on voit les franges s'élargir et marcher vers le violet. Le nombre des bandes qui, pour une rotation donnée de la lame, passent sur une raie, peut se déduire des équations (1) et (1)' qui donnent

$$(3) \qquad p - m = \frac{2en}{\lambda}(1 - \cos r).$$

On obtient des apparences très-variées, en opérant avec de la lumière qui s'est réfléchie plusieurs fois sur des lames de mica différentes, comme le faisait De Wrede à l'aide d'une double réflexion sur deux lames courbées. L'empiétement réciproque des systèmes de bandes dus aux différentes lames donne des cannelures périodiques que De Wrede comparait aux raies d'absorption produites par certains milieux colorés, comme les vapeurs d'iode, de brome et d'acide hypoazotique. On peut encore profiter de cette expérience pour constater la perte d'une demi-longueur d'onde due à la réflexion dans certains cas. Il suffit d'argenter la deuxième face de la lame de mica sur une partie de son étendue; on observe alors que les bandes produites dans le spectre par la lumière réfléchie sur la région argentée alternent avec celles qui proviennent de la partie non modifiée.

Ces expériences réussissent très-bien avec des lames de mica de $0^{mm},02$ à $0^{mm},01$ d'épaisseur. Toutefois, comme le mica est biréfringent, il peut arriver que les deux systèmes de bandes qui proviennent des deux rayons réfractés soient alternants; il serait alors nécessaire d'employer un analyseur pour les mettre en évidence. On peut aussi faire usage de lamelles de verre un peu plus épaisses, comme celles qui servent à couvrir les préparations microscopiques; mais il est beaucoup plus difficile d'en trouver qui aient leurs faces suffisamment parallèles.

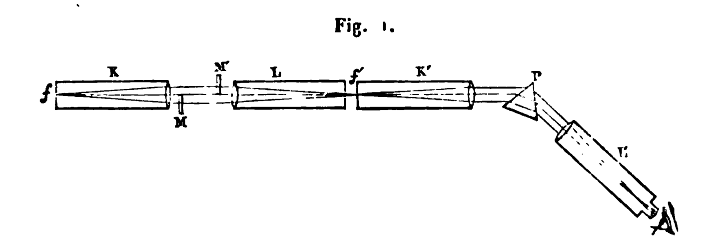
De même, il est très-facile d'observer, comme l'a fait Erman (¹), des spectres à bandes d'interférence qui correspondent aux anneaux de Newton par transmission. Pour cela, on intercepte le faisceau lumineux par une lame mince de mica ou de verre que l'on place en un point quelconque, soit devant la fente, soit à la suite du collimateur, soit après le prisme, soit derrière l'oculaire, de manière à couvrir entièrement la pupille. Cette dernière disposition est la meilleure, parce qu'il suffit alors que la lame ait une épaisseur constante dans une très-petite étendue. Les bandes sombres que l'on aperçoit dans le spectre ne sont plus complétement obscures, comme dans le cas précédent; ce sont seulement des minima analogues à ceux des anneaux de transmission.

On obtient les combinaisons de bandes les plus remarquables en superposant plusieurs lames de mica d'épaisseurs différentes; il n'est pas utile de les décrire, et chacun les observera sans difficulté dès la première tentative. La différence de marche des deux faisceaux qui interfèrent, et dont l'un a traversé trois fois la lame par suite d'une double réflexion, est ici égale à $2en\cos r$. Le nombre des bandes qui existent entre deux raies déterminées et le nombre de celles qui passent sur une raie quand on change l'inclinaison, sont encore donnés par les mêmes équations que précédemment. Ce phénomène comporte une très-grande précision, et l'on voit aisément le parti que l'on peut en tirer pour la mesure des indices de réfraction de lames minces; mais je n'insiste pas maintenant sur cette application, parce que j'y reviendrai plus loin à propos d'un autre genre d'interférence qui me paraît présenter, sous ce rapport, de nombreux avantages.

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XIX, p. 830 (1844).

Supposons maintenant que l'on veuille observer des spectres à bandes d'interférence correspondant au phénomène des lames mixtes d'Young, c'est-à-dire au cas où les deux faisceaux qui interfèrent ont traversé des épaisseurs égales de deux milieux différents; l'un d'eux, par exemple, traverserait une lame de verre, tandis que l'autre cheminerait dans l'air. L'expérience peut être disposée de la manière suivante : à l'aide d'un collimateur à fente K (*fig.* 1) et

Fig. 1.



d'une lunette sans oculaire L, on produit en f' une image linéaire que l'on fait tomber sur la fente d'un spectroscope; alors, si l'on interpose une lame de verre en M ou en M' de manière à intercepter la moitié du faisceau de lumière, on voit le spectre couvert de bandes noires d'interférence; une lame d'un quart de millimètre ou moins d'épaisseur convient très-bien quand on n'emploie qu'un seul prisme. Le retard éprouvé par le faisceau qui a traversé la lame de verre, si l'incidence est normale, est exprimé par $(n-1)e$. Pour certains rayons, ce retard sera égal à un nombre impair de demi-longueurs d'onde; il se produira alors une frange obscure sur la fente f' et les franges latérales seront interceptées par les bords de la fente; il y aura donc une bande noire dans la région correspondante du spectre. Les rayons qui ne satisfont pas à cette condition produiront sur la fente f' une quantité de lumière plus ou moins grande qui se retrouvera dans le spectre.

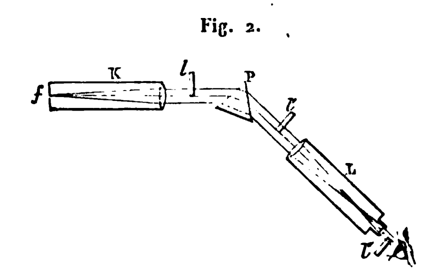
Dans le cas actuel, la lame retardatrice peut être placée indifféremment en M ou en M'; mais, si l'on ouvre largement la fente f', on observe cette circonstance remarquable que la lame placée en M' ne donne plus de bandes, tandis qu'elle en produit encore de très-belles si on la met en M.

La nature du phénomène est alors un peu modifiée; il se produit

une nouvelle espèce de bandes d'interférence qui ont été aperçues pour la première fois par Talbot (¹).

Pour observer les bandes de Talbot avec le spectroscope ordinaire, il suffit d'interposer une lame réfringente sur la moitié du faisceau de lumière (*fig.* 2), en l ou en l' ou même en l'', derrière l'oculaire,

Fig. 2.



de manière à couvrir la moitié de la pupille. On voit que l'on établit ainsi un retard sur la moitié du faisceau qui traverse le prisme dans le voisinage de l'arête; l'expérience ne réussirait pas si l'on interceptait l'autre moitié. La lunette doit être réglée de façon que le spectre soit bien au point pour l'observateur; toutefois, on peut alors enfoncer ou retirer l'oculaire dans d'assez grandes limites, sans que les bandes disparaissent.

Cette expérience peut être modifiée de bien des manières : Baden-Powel, par exemple, s'est servi d'un prisme à liquide dans l'intérieur duquel il introduisait une lame réfringente. M. Stokes met la lame réfringente dans une cuve à faces parallèles renfermant un liquide, et il place cette cuve sur le trajet du faisceau avant ou après le prisme. Dans les deux cas, la différence de marche est égale au produit de l'épaisseur de la lame par la différence des indices de réfraction de la lame et du liquide.

Quelque disposition que l'on adopte, il est nécessaire que le retard maximum soit porté sur la moitié du faisceau qui traverse le prisme dans le voisinage de l'arête. Cette singulière dissymétrie a été signalée d'abord par Brewster; M. Airy en a donné une explication complète (²) sous une forme qui a sans doute rebuté beaucoup de lecteurs, car elle me parait peu connue. Le calcul exact n'offre

(¹) *Philosophical Magazine*, t. X, p. 364; 1837.
(²) *Philosophical Transactions*, 1840 et 1841.

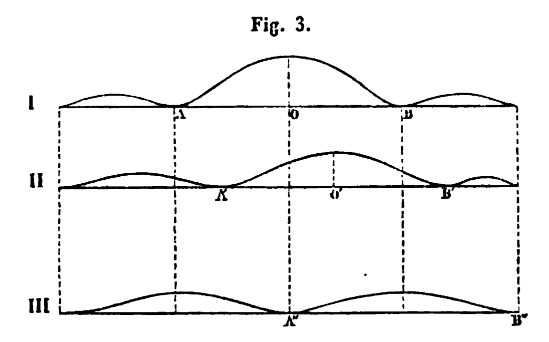
pas de difficultés quand on se borne à considérer le phénomène dans le plan où se produit un spectre pur; mais on peut donner une idée suffisante du phénomène par des considérations élémentaires.

Si le collimateur est parfaitement achromatique et la fente au foyer principal, la lumière qui sort du prisme est formée d'une série de faisceaux de rayons parallèles dont la direction dépend de la couleur. Tous ces faisceaux tombent sur l'objectif de la lunette, et nous désignerons par *axe* d'une couleur la droite menée par le centre optique de l'objectif, parallèlement aux rayons correspondants. Supposons que l'objectif soit diaphragmé par un écran rectangulaire de largeur d, à moitié couvert par une lame réfringente, et considérons une couleur pour laquelle le retard subi par l'une des moitiés du faisceau soit un nombre entier de longueurs d'onde. Cette couleur se réfracte dans l'objectif comme s'il n'y avait pas eu de retard, et produit dans le plan focal principal une image brillante de la fente bordée par des franges de diffraction alternativement obscures et brillantes. Les minima successifs sont nuls et se produisent dans des directions qui font avec l'axe des angles θ donnés par la formule

$$d \sin\theta = m\lambda,$$

dans laquelle m désigne un nombre entier. Ces maxima et minima peuvent être représentés par la courbe I (*fig.* 3).

Fig. 3.



Considérons une autre couleur un peu plus réfrangible et supposons d'abord qu'elle se propage dans la même direction que la première. Le retard causé par la lame sera exprimé par un nombre de longueurs d'onde un peu plus grand, puisque l'indice de réfraction

augmente et que la longueur d'onde diminue, c'est-à-dire par un nombre entier plus une fraction; la frange maximum quittera l'axe et se portera du côté de la lame retardatrice, vers la droite, par exemple, en se modifiant un peu; le premier minimum se déplacera aussi et le phénomène pourra être représenté par la courbe II. Il en sera de même pour d'autres couleurs moins réfrangibles encore, et l'on en trouvera bientôt une pour laquelle le retard aura augmenté d'une demi-longueur d'onde. Celle-ci donnera un minimum nul sur l'axe, et deux maxima égaux de part et d'autre, comme l'indique la courbe III. Il est clair que si toutes ces couleurs ont la même direction primitive, comme je l'ai supposé, les états variés d'interférence vont se superposer et produire un éclairement uniforme.

Mais le prisme a imprimé aux différentes couleurs des directions qui varient d'une manière continue; il peut alors se présenter deux cas.

Si l'arête réfringente du prisme est à gauche, c'est-à-dire du côté opposé à la lame, les axes des différentes couleurs s'inclinent de plus en plus vers la droite à mesure que la réfrangibilité augmente, de sorte que le premier maximum de la courbe II sera encore porté vers la droite, à cause du déplacement de l'axe. Il en sera de même pour les couleurs suivantes et le phénomène restera confus.

Si l'arête réfringente est du côté de la lame, les axes des couleurs s'inclinent à gauche quand la longueur d'onde diminue. Ce déplacement des axes ramène les maxima vers la gauche, et si la dispersion est convenable, il peut arriver que les minima des couleurs successives soient superposés; on verra alors des bandes noires dans le spectre. Quand cette condition sera réalisée exactement, les minima A′ et A″ seront venus se superposer au point A, les minima B′ et B″ au point B, et l'angle δ sous-tendu par la frange AB sera égal à la distance angulaire des bandes successives du spectre. D'autre part, on a pour le point A

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}, \quad \text{ou bien} \quad \theta = \frac{\lambda}{d},$$

ce qui donne

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{\delta}{2}$$

ou

$$d\delta = 2\lambda. \tag{4}$$

Telle est la relation très-simple qui doit exister entre la largeur du diaphragme et l'angle apparent des bandes pour que le phénomène ait le maximum de netteté.

On peut remarquer que les couleurs pour lesquelles le retard est un nombre entier de longueurs d'onde ne sont pas déplacées, de sorte que si λ et λ' sont les longueurs d'onde de deux couleurs qui satisfont à cette condition, n et n' les indices de réfraction correspondants de la lame qui produit le retard, on aura

$$m\lambda = (n-1)e,$$
$$m'\lambda' = (n'-1)e,$$

d'où

$$m - m' = e\left(\frac{n-1}{\lambda} - \frac{n'-1}{\lambda'}\right). \tag{5}$$

Cette expression donne le nombre de bandes qui existent dans le spectre entre les deux rayons considérés.

Si la lame est placée dans un liquide dont les indices de réfraction sont n_1 et n'_1, on a de même

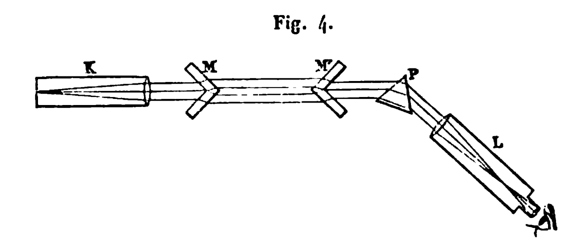
$$m - m' = e\left(\frac{n-n_1}{\lambda} - \frac{n'-n'_1}{\lambda'}\right). \tag{6}$$

La formule (4) montre toutes les circonstances du phénomène. On y voit, par exemple, qu'avec le rouge on pourra conserver plus de largeur au diaphragme, c'est-à-dire plus de lumière, et en effet, les franges sont généralement plus faciles à voir dans le rouge. Si la différence de marche est faible, il y a peu de bandes dans le spectre : il faut alors employer une faible dispersion ou rétrécir le diaphragme; le contraire a lieu si le retard est considérable. J'ai d'ailleurs vérifié cette formule en produisant des retards très-différents et en déterminant par tâtonnements les ouvertures du diaphragme qui donnaient le plus de netteté au phénomène. Avec de la lumière verte, par exemple, si l'on évalue la distance d en millimètres et l'angle δ en minutes, on trouve par le calcul que le produit $d\delta$ doit être environ de 3,9, et en cherchant par expérience les conditions qui rendent les bandes minima le plus sombres, ce qui présente toujours une certaine incertitude surtout quand la lumière est faible, j'ai obtenu des nombres variant depuis 3,1 jusqu'à 4,4, et la moyenne a été de 3,7, ce qui est parfaitement conforme à la théorie. Il est

presque inutile d'ajouter que les minima seront de moins en moins apparents à mesure que l'on s'éloignera des conditions qu'indique la formule (4).

Pour obtenir des retards variant d'une manière continue, il suffit d'incliner la lame, comme on le verra plus loin, mais j'ai employé avec un grand succès les bilames imaginées par M. Fizeau. Un seul de ces appareils peut suffire, mais l'expérience est plus intéressante quand on en emploie deux, comme l'indique la *fig.* 4. La première

Fig. 4.



bilame M sépare les deux moitiés du faisceau qui sort du collimateur, la seconde M' les ramène au contact. On peut ainsi écarter les deux faisceaux interférents de plus d'un centimètre; il est alors facile de les modifier séparément et de constituer un véritable appareil interférentiel. Si les bilames sont toutes deux également inclinées sur la direction de la lumière, elles n'introduisent pas de différence de marche; mais, en faisant tourner l'une d'elles autour d'un axe vertical à l'aide d'une vis micrométrique, on peut introduire un retard sur l'un ou l'autre des faisceaux interférents et produire dans le spectre des bandes aussi larges et aussi resserrées qu'on le veut. On voit que ces bilames jouent en même temps le rôle de compensateurs.

Ces bandes dans le spectre présentent plusieurs particularités intéressantes dont je vais encore citer la suivante. Supposons que, la fente du collimateur étant très-étroite, les bandes minima soient absolument noires, ce qui correspond à la condition (4). Si l'on élargit peu à peu la fente du collimateur, l'éclat général augmente, mais les bandes deviennent moins nettes et finissent par disparaître entièrement. En continuant d'élargir la fente, on voit les bandes se manifester de nouveau sans que les minima soient nuls, s'évanouir ensuite, puis reparaître encore, etc., et l'on peut obtenir aisément

une dizaine d'alternatives de bandes et d'éclairage uniforme. Quand on élargit la fente, les maxima du spectre s'élargissent en même temps; si deux maxima voisins empiètent convenablement, l'éclat sera uniforme; s'ils empiètent davantage, les points où la superposition aura lieu paraîtront plus éclatants que chacune des maxima, et le phénomène sera renversé; puis les bandes disparaîtront de nouveau et renaîtront à leurs positions primitives quand chaque maximum sera augmenté par l'empiétement des deux maxima voisins, et ainsi de suite. Si la fente s'élargit également des deux côtés, tous ces changements se font sur place; mais, si l'on écarte un des bords de la fente seulement, on observe en même temps un petit glissement des bandes à droite ou à gauche. Ces transformations sont, bien entendu, complétement indépendantes du moyen que l'on emploie pour produire les bandes; on peut les obtenir avec tous les spectres cannelés.

Si la lame retardatrice est biréfringente, les deux rayons ordinaire et extraordinaire qu'elle fournit agissent isolément et donnent deux systèmes superposés de bandes polarisées à angle droit, qui peuvent se troubler d'une manière plus ou moins complète. Il suffit alors d'examiner le spectre avec un analyseur pour faire apparaître alternativement l'un ou l'autre des deux systèmes.

Nous avons supposé jusqu'à présent que la lame retardatrice était normale à la lumière incidente. Si cette lame est oblique, le retard qu'elle produit est augmenté. On trouvera aisément qu'il est exprimé par la formule

$$(n \cos r - \cos i)e.$$

On vérifie, en effet, que si l'on incline la lame dans un sens ou dans l'autre les bandes se resserrent et marchent vers le rouge; cette propriété fournit le moyen de la placer exactement normale à la lumière incidente. Si la lame est plongée dans un liquide, le retard produit dans une direction oblique sera de même

$$(n \cos r - n_1 \cos r_1)e.$$

Les applications de ce phénomène se présentent maintenant d'elles-mêmes.

1° En comptant le nombre des bandes qui existent entre deux raies du spectre et mesurant l'épaisseur de la lame, on aura par l'é-

quation (5) une relation entre les indices de réfraction pour ces deux raies. Si l'on néglige la dispersion, cette équation fournit rapidement une valeur approchée de l'indice de réfraction.

2° On peut, par des procédés très-simples, faire tourner la lame d'un angle connu et compter le nombre p de bandes qui passent sur une raie déterminée. Les deux équations

$$(n-1)e = m\lambda,$$
$$(n\cos r - \cos i)e = (m+p)\lambda$$

donneront alors

$$(n\cos r - n + 1 - \cos i) = \frac{p\lambda}{e},$$

expression qui permet de calculer la valeur de n.

3° Si la lame est plongée dans un liquide, l'équation (6) donnera d'une manière très-exacte la différence des indices de réfraction des deux corps, surtout si leurs dispersions ne sont pas très-différentes. On pourra choisir une lame de quartz dont les indices sont bien connus et en déduire ceux du liquide. On voit même que, si l'on emploie le procédé de Talbot, qui consiste à couvrir en partie la pupille, il suffira de quelques gouttes seulement du liquide; il serait facile de déterminer ainsi la réfraction des milieux de l'œil d'une manière beaucoup plus exacte qu'elle ne l'a été jusqu'à présent.

4° En faisant tourner la cuve qui renferme le liquide, on obtiendrait directement par le nombre des bandes qui passent sur une raie la différence des indices du liquide et de la lame réfringente.

L'emploi des bandes de Talbot pour ce genre de recherches me paraît préférable à celui des spectres à bandes correspondant aux anneaux de Newton, à cause de la commodité de l'expérience, des transformations nombreuses qu'on peut lui faire subir, et par suite de cette circonstance que les formules donnent directement la partie décimale des indices de réfraction ou la différence de deux indices, ce qui permet d'atteindre une plus grande précision.

Les limites de cet article ne m'ont pas permis d'entrer dans des détails très-circonstanciés, mais j'espère que j'ai pu donner une idée des ressources que présente pour un grand nombre de recherches un instrument qui se trouve aujourd'hui dans toutes les mains.

GALVANOMÈTRE VERTICAL A FLÉAU;

PAR M. BOURBOUZE,
Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Paris.

Je me suis proposé, en construisant l'appareil que je vais décrire, de rendre sensibles pour tout un amphithéâtre les manifestations, même les plus faibles, des courants, sans faire appel à l'emploi si dispendieux des projections. Voici la description de cet appareil, représenté dans la figure ci-contre.

L'organe essentiel est un fléau de balance AB en acier aimanté, muni de masses mobiles m, m', m'' (*fig.* 1). L'horizontalité de ce

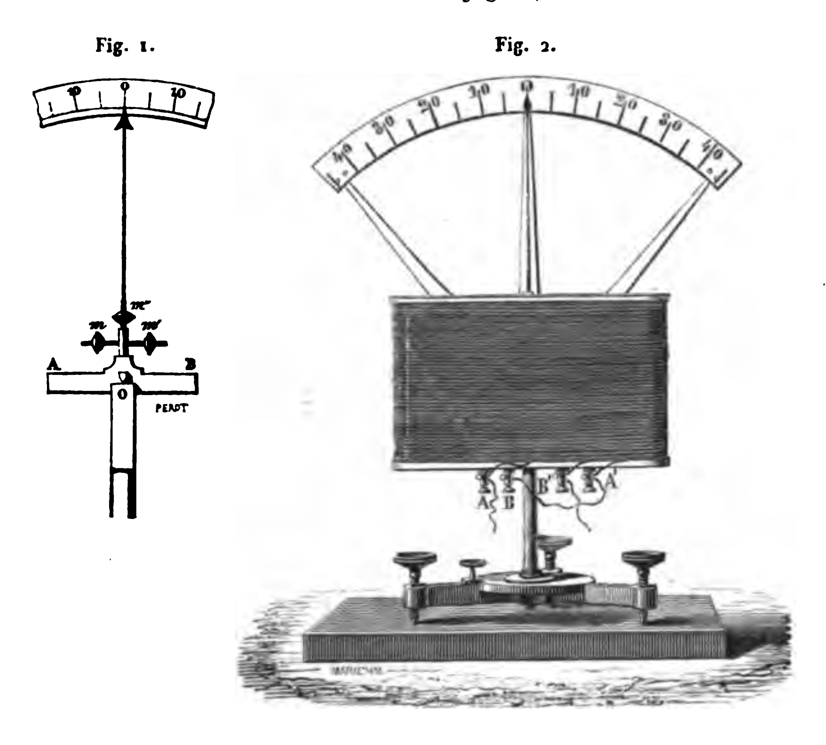


Fig. 1. Fig. 2.

fléau peut toujours être rigoureusement obtenue à l'aide des contre-poids m, m'. On fait varier à volonté la sensibilité, comme dans les balances de précision, en élevant ou en abaissant le centre de

gravité. Ce fléau porte en son milieu une longue aiguille verticale, qui vient indiquer sur un cadran divisé les moindres oscillations.

Le fléau est placé à l'intérieur d'une large bobine plate (*fig.* 2). Cette disposition permet d'obtenir une action continue dans toute l'amplitude de la déviation. Cela posé, et l'aiguille verticale étant très-exactement au zéro, on reconnaît que des courants électriques, même très-faibles, passant dans le fil de la bobine, suffisent pour imprimer au fléau des mouvements considérables et cependant très-doux. On aura une idée de la sensibilité de cet instrument quand j'aurai dit qu'il accuse par une très-grande déviation le courant produit dans la pile thermo-électrique par l'approche de la main, c'est-à-dire qu'il se prête à l'exécution de toutes les expériences de cours, même les plus délicates.

Pour disposer l'instrument, il n'est pas nécessaire que le plan vertical passant par le barreau se confonde avec le méridien magnétique; il suffit que la partie de ce plan qui contient le pôle austral du fléau fasse avec la partie australe de l'aiguille de déclinaison un angle plus petit que 90 degrés. On peut, en retournant au besoin le barreau sur son support, satisfaire à cette condition, pour toutes les orientations du cadran.

THÉORIE DU GALVANOMÈTRE DE M. BOURBOUZE;

Par M. LISSAJOUS.

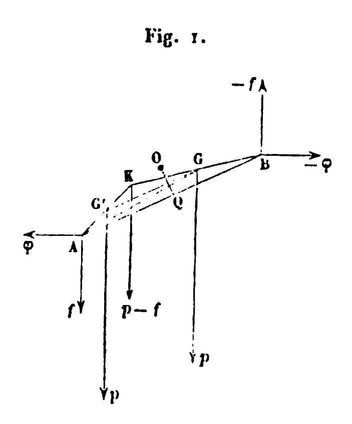
L'appareil de M. Bourbouze ayant été présenté à la Société d'encouragement pour l'industrie nationale, j'ai dû, comme rapporteur, examiner ce nouvel instrument. Je ne pouvais me faire une idée exacte de sa valeur pratique qu'en en établissant la théorie; quoique cette recherche n'ait présenté aucune difficulté, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile d'en faire connaître les résultats.

J'ai supposé, pour plus de simplicité, que l'axe de rotation du barreau était perpendiculaire à la ligne des pôles et horizontal, et que la ligne des pôles elle-même était horizontale quand l'aiguille indicatrice était au zéro de la division.

Soit AB la ligne des pôles du barreau; soit O la trace de l'axe de

suspension sur le plan vertical qui contient AB; soit α l'angle azimutal fait par ce plan avec le méridien magnétique; soit G le centre de gravité du barreau.

Fig. 1.



En G est appliqué le poids p du barreau; en A et en B agissent les forces f et $-f$ qui constituent le couple terrestre. Nous décomposons chacune de ces forces en trois composantes : l'une verticale, l'autre horizontale et perpendiculaire à AB, et la troisième horizontale et située dans le même plan que AB. De ces trois composantes, la première et la troisième sont les seules qui influent sur l'équilibre du barreau AB.

Représentons par φ et $-\varphi$ les composantes horizontales efficaces, et par f et $-f$ les composantes verticales. Nous avons, évidemment,

$$f = F \sin I,$$
$$\varphi = F \cos I \cos \alpha,$$

I étant l'angle d'inclinaison. Les trois forces f, $-f$ et p ont une résultante égale à leur somme p, et appliquée en un point G' qui est situé ainsi que G sur une parallèle à AB. En effet, la résultante des deux forces p et $-f$ est appliquée en K (si l'on suppose $p > f$), et l'on a

$$\frac{\text{KG}}{\text{KB}} = \frac{f}{p};$$

la résultante de la force $p-f$ qui est appliquée en K et de la

force f qui agit en A est appliquée en G′ et l'on a

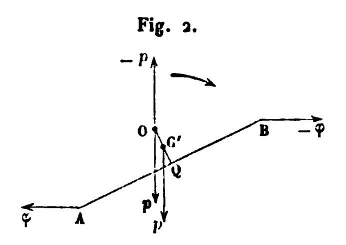
$$\frac{KG'}{AG'} = \frac{f}{p-f}, \quad \text{d'où} \quad \frac{KG'}{KA} = \frac{f}{p} = \frac{KG}{KB},$$

dont les points G′ et G sont à la même distance de AB. De plus, le point G′ est fixe par rapport au barreau, quelle que soit son inclinaison.

Par suite de la présence des trois masses de réglage que présente le fléau, il nous est possible de déplacer le centre de gravité; les masses latérales permettront de l'amener sur la perpendiculaire au fléau passant par le point O, la troisième masse servira à l'élever ou à l'abaisser. Lorsqu'on veut se servir de l'instrument, on commence par déplacer des masses horizontales, jusqu'à ce que le fléau soit amené à l'horizontalité. Pour que cette condition soit remplie, il faut évidemment que le point G′ soit sur la ligne OQ perpendiculaire à AB.

Si nous écartons maintenant AB de la position horizontale, le fléau est soumis à un ensemble de forces dont le moment est plus ou moins grand. Ce moment total, pris par rapport au point O, donne évidemment la mesure de la sensibilité du galvanomètre. C'est donc dans le calcul de ce moment que réside toute la partie utile de la théorie de l'instrument imaginé par M. Bourbouze.

Fig. 2.



Pour calculer ce moment, j'observe que les forces en jeu se réduisent à (*fig.* 2)

φ agissant en A,
$-\varphi$ agissant en B,
p agissant en G′;

je représente OG′ par d, AB par $2a$; j'appelle ω l'angle que la ligne AB fait avec l'horizon. Appliquons en O deux forces égales

p et $-p$; la force p est détruite par la résistance du point d'appui, et le système reste soumis aux deux couples $(p, -p)$, $(\varphi, -\varphi)$. Si nous prenons pour positifs les moments qui tendent à ramener AB à l'horizontale par le plus court chemin, c'est-à-dire dans le sens de la flèche tracée sur la figure, le moment total est $M = 2\varphi a \sin\omega + pd \sin\omega$. Si donc nous posons

$$M = \mu \sin\omega,$$

nous aurons

$$\mu = 2\varphi a + pd = 2a\text{F} \cos\text{I} \cos\alpha + pd.$$

La discussion de cette formule met en évidence les propriétés curieuses du galvanomètre-balance.

Nous voyons déjà, à la seule inspection de la formule $M = \mu \sin\omega$, que le fléau mis horizontalement en équilibre dans un azimut quelconque est en équilibre horizontalement dans tous les azimuts sans exception. La sensibilité représentée par μ est variable avec l'azimut, puisque μ est fonction de α. On peut disposer de d de façon à rendre dans un azimut quelconque $\mu \gtreqless 0$.

Si μ est > 0, l'équilibre est stable;

Si μ est < 0, l'équilibre est instable;

Enfin si $\mu = 0$, l'équilibre est indifférent et l'aiguille devient rigoureusement astatique. Il est donc possible de donner au galvanomètre autant de sensibilité que l'on veut.

Si l'on donne à l'avance à d une valeur déterminée, il est facile de voir comment l'aiguille se comportera dans les divers azimuts.

En effet :

Si pd est > 0 et $> 2a\text{F}\cos\text{I}$, μ est toujours > 0, et l'équilibre est toujours stable;

Si pd est < 0 et plus grand en valeur absolue que $2a\text{F}\cos\text{I}$, l'équilibre est toujours instable.

Il est stable pour certaines valeurs de d et instable pour d'autres, quand pd est compris entre $+2a\text{F}\cos\text{I}$ et $-2a\text{F}\cos\text{I}$. En effet, dans ce cas, μ est toujours nul pour une certaine valeur de α, car si l'on résout l'équation $\mu = 0$, par rapport à $\cos\alpha$, on a

$$\cos\alpha = \frac{-pd}{2a\text{F}\cos\text{I}},$$

quantité comprise entre -1 et $+1$.

Si A est la valeur de α tirée de cette équation, pour $\alpha = A$, $\mu = o$, et l'équilibre est indifférent;

Si α est plus petit en valeur absolue que A, l'équilibre est stable;

Si α est plus grand en valeur absolue que A, l'équilibre est instable.

Toute cette discussion peut se résumer dans une construction géométrique fort simple. Soit C′OC (*fig.* 3) une horizontale;

Fig. 3.

menons une ligne OA faisant avec OC un angle $COA = I$; soit $OA = 2aF$; projetons OA suivant OC, nous aurons

$$OC = 2aF\cos I.$$

Sur CC′ comme diamètre décrivons la circonférence C′HC; supposons que nous comptions les arcs à partir de C comme origine. Reportons maintenant, à partir de O, une longueur $OP = pd$ dans la direction OC′ si d est $> o$, dans la direction inverse si d est $< o$. Élevons en P une perpendiculaire KK′.

Dans tous les azimuts compris depuis OC jusqu'à OK et OK′, l'équilibre du barreau sera stable; dans tous ceux compris de OC′ à OK et OK′, l'équilibre sera instable.

Si le point P est au delà de C′, l'équilibre sera stable dans tous les azimuts;

Il sera au contraire instable si P s'éloigne dans le sens OC au delà du point C.

Pour accroître la sensibilité de son instrument, M. Bourbouze a disposé les masses de façon à pouvoir obtenir les trois équilibres stable, instable et indifférent, lorsque le pôle austral de son barreau est dirigé exactement vers le nord, c'est-à-dire quand $\alpha = o$. Il en résulte que pd est $< o$ et peut varier de o à $-2aF\cos(I - \varepsilon)$, ε étant

une quantité très-petite. Lorsqu'il le met en équilibre dans un azimut $\alpha < 90°$, il faut alors que la valeur absolue de pd soit un peu inférieure à $2aF\cos I\cos\alpha$. Si l'on retourne l'aiguille bout pour bout, ce qui équivaut à changer le signe de $\cos\alpha$, le moment $2aF\cos I\cos\alpha + pd$ est composé de deux termes négatifs; il est donc négatif et l'équilibre devient instable.

Cette propriété curieuse tient essentiellement, comme le prouve la discussion précédente, à la distribution particulière de masses, adoptée par M. Bourbouze, et est une garantie de la sensibilité de l'appareil.

RELATION ENTRE LA PRESSION ET LE POIDS SPÉCIFIQUE DE LA VAPEUR D'EAU SATURÉE;

PAR M. RESAL,
Professeur à l'École Polytechnique.

(Extrait d'un Mémoire inédit.)

Dans le but de simplifier les calculs auxquels on est conduit en traitant certaines questions relatives à l'établissement des machines à vapeur, j'ai cherché à établir, pour la vapeur d'eau saturée, une relation entre la pression et le poids spécifique, que l'on ne connait qu'en fonction de la température, d'où deux équations transcendantes entre lesquelles l'élimination de la variable auxiliaire est impossible.

En exprimant la pression p en millimètres de mercure, et en désignant par ϖ le poids du mètre cube de la vapeur, j'ai dressé un tableau dans lequel j'ai mis en regard l'une de l'autre, pour des températures croissantes de 10 en 10 degrés, entre 0 et 200 degrés, la valeur de la pression et celle du poids spécifique calculé d'après la formule de Clausius ([1]), à laquelle j'ai appliqué un coefficient de correction pour la faire cadrer avec les résultats obtenus par M. Regnault, pour les basses températures.

([1]) La formule dont j'ai fait usage est la suivante :

$$\varpi = \frac{18{,}768}{31{,}549 - 1{,}0486 \times (1{,}007161)^t}.$$

Je suis arrivé aux résultats suivants :

t	p	ϖ	t	ϖ	p
	mm	k			
0	4,600	0,0048	110	1075,37	0,8447
10	9,165	0,0094	120	1491,28	1,1473
20	17,391	0,0172	130	2030,28	1,5354
30	31,548	0,0304	140	2717,63	2,0179
40	54,906	0,0512	150	3581,23	2,6137
50	91,982	0,0833	160	4651,62	3,3490
60	148,791	0,1315	170	5961,66	4,2458
70	233,093	0,2008	180	7546,39	5,2948
80	354,643	0,2981	190	9442,39	6,5416
90	525,450	0,4319	200	11688,96	8,0093
100	760,000	0,6105			

Par l'étude de ce tableau et par l'emploi d'une méthode d'interpolation, je suis arrivé à la formule suivante

$$\varpi = 0,00073 \left[p - \frac{11}{2 \times 10^3} \left(\frac{p}{1000} - 1 \right)^2 \right]$$
$$+ 0,000342 \int_0^p \frac{1 + 0,2 \left(\frac{p}{100} \right)^{3,1}}{3,393^{\frac{p}{100}}} dp.$$

On simplifie l'écriture en exprimant la pression, que nous représenterons par P, en décimètres de mercure, ce qui donne

$$\varpi = 0,073 \left[P - \frac{11}{2 \times 10^3} \left(\frac{P}{10} - 1 \right)^2 \right] + 0,0342 \int_0^P \frac{1 + 0,2\,P^{3,1}}{3,393^P} dP.$$

Formule approximative. — Dans les applications ordinaires, n désignant la pression en atmosphères, on peut, depuis $n = 1$ jusqu'à $n = 8,5$, employer la formule approximative

$$\varpi = 0,540 n + 0,076,$$

qui ne comporte qu'une erreur relative généralement bien inférieure à $\frac{1}{67}$.

DE L'INFLUENCE DE LA TENSION SUPERFICIELLE DES LIQUIDES SUR LES MESURES ARÉOMÉTRIQUES;

PAR M. DUCLAUX,
Professeur à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand.

Dans l'étude des conditions d'équilibre des corps flottants, on ne fait en général intervenir dans l'enseignement que le principe d'Archimède, et l'on ne tient aucun compte des actions capillaires qui s'exercent sur la ligne de contact du solide et du liquide. Il y a pourtant des cas où celles-ci sont assez puissantes pour mettre en contradiction les faits avec la théorie. Tel est, par exemple, le cas d'une aiguille graissée nageant sur l'eau, supportée qu'elle est par la membrane élastique que forme à la surface de l'eau la couche douée de la tension superficielle (1). Dans d'autres expériences, les phénomènes de capillarité, sans être de l'ordre de grandeur du phénomène principal, ne peuvent pourtant être négligés, et nous allons voir que, pour les densimètres ou aréomètres, ils ne sont pas sans influence sur l'exactitude des mesures. Si jusqu'ici cette influence a été négligée, c'est que la façon théorique et trop abstraite dont on étudie les actions capillaires rend difficiles à saisir leur origine et leur mode d'action. Cela est si vrai que quelques-uns des résultats expérimentaux de mon travail ont été devinés théoriquement par Langberg (2) en partant de la formule de Laplace et de l'interprétation hypothétique qu'en avait donnée Hagen (3). S'ils n'ont pas davantage frappé l'attention, c'est sans doute à cause de l'obscurité qui entourait leur origine. Nous allons voir avec quelle netteté ils se présentent à l'esprit quand on fait intervenir la notion expérimentale de la tension superficielle.

Lorsqu'un aréomètre quelconque est plongé dans l'eau, on sait

(1) Ce phénomène est bien connu, et l'explication en est donnée dans les cours sous une forme, qui est différente de celle que nous allons exposer en partant des travaux sur la tension superficielle des liquides déjà mentionnés page 98 de ce volume.

(2) LANGBERG, Influence de l'attraction capillaire sur les mesures aréométriques. (*Annales de Poggendorff*, t. CVI, p. 299.)

(3) DUCLAUX, Sur la tension superficielle des liquides. (*Annales de Chimie et de Physique*.)

que la première condition de son usage régulier est qu'il soit bien mouillé par le liquide, et qu'il y ait au-dessus de son point d'affleurement, et jusqu'à une certaine distance, une couche liquide collée à ses parois. C'est à cette couche adhérente au verre qu'est à son tour suspendu le ménisque, et en se rapportant aux résultats déjà connus sur la tension superficielle, on voit que sur toute la ligne de contact entre le ménisque et la couche adhérente s'exerce une force verticale qui tend à enfoncer l'aréomètre plus qu'il ne le ferait si le principe d'Archimède était seul en jeu.

Si donc, l'aréomètre étant en équilibre, on venait à annuler, ou seulement à diminuer beaucoup la tension superficielle du liquide dans lequel il plonge, et sans changer la densité, l'aréomètre devrait s'élever. C'est ce que l'expérience montre avec la plus grande netteté.

Prenons par exemple un alcoomètre sensible que nous plongerons dans l'eau en prenant soin que ce liquide, qui est à forte tension superficielle, en mouille bien la tige. L'instrument étant en équilibre et affleurant à peu près au zéro, faisons couler à la surface de l'eau un peu de vapeur d'éther provenant d'un flacon qu'on tient incliné au-dessus. Cette vapeur, en se dissolvant dans la couche superficielle, en diminue la tension, et l'aréomètre se relève subitement d'une quantité très-sensible. Une goutte d'éther versée à la surface produit le même effet et le rend encore plus apparent.

L'expérience suivante n'est pas moins concluante. L'alcoomètre étant en équilibre dans l'eau pure, faisons tomber à la surface de celle-ci une raclure imperceptible de savon qui se dissout rapidement dans toute la couche superficielle. L'instrument se relève encore et de plusieurs divisions. Même effet avec l'alcool, les essences volatiles, l'acide butyrique, les divers éthers, enfin avec toutes les substances qui, ayant un équivalent organique élevé et une tension superficielle faible, sont capables de diminuer beaucoup la tension superficielle de l'eau; et il suffit quelquefois de traces infiniment petites de matière pour produire un effet très-sensible.

Par exemple, l'aréomètre étant en équilibre dans l'eau pure, je dépose entre le pouce et l'index une goutte imperceptible d'huile, que j'étends en frottant les deux doigts l'un contre l'autre, et je trempe l'un d'eux dans le liquide où plonge l'aréomètre. Un voile invisible de matière grasse s'étend à la surface de l'eau, où sa pré-

sence est accusée par un soulèvement subit qui, avec mon alcoomètre, dépasse un centimètre. Ce voile reste adhérent aux parois de l'éprouvette et à la tige de l'instrument lorsqu'on enlève le liquide, se reforme à la même place lorsqu'on ajoute de nouvelle eau, et produit un effet à peine diminué. Il est tellement difficile à éliminer que ce n'est qu'après un lavage à l'alcool et un frottement énergique que j'ai réussi à retrouver l'affleurement normal.

On voit toute l'influence que peut avoir, sur l'établissement du zéro dans un densimètre quelconque, la présence d'une quantité impondérable de matière grasse sur les doigts de l'opérateur, le vase où l'on met le liquide ou la tige de l'instrument. Les difficultés pratiques que présente cette opération ont été depuis longtemps reconnues par les constructeurs, et c'est pour les éliminer autant que possible qu'ils ont adopté la pratique d'ajouter à l'eau distillée dont ils se servent pour prendre le zéro de leurs instruments quelques gouttes d'alcool qui ne font pas varier sensiblement sa densité, mais qui, diminuant dans une proportion beaucoup plus forte sa tension superficielle, lui permettent d'abord de mouiller beaucoup mieux les corps que l'on y plonge, ensuite d'être moins influencée par les causes de variation de cette tension. L'effet produit par une trace de matière grasse, par exemple, doit être en effet d'autant moins marqué que la tension superficielle du liquide où plonge l'alcoomètre est originairement plus voisine de celle de la matière grasse. Toutefois la difficulté d'obtenir un affleurement régulier ne laisse pas que d'être grande pour les liquides aqueux ou les liqueurs alcooliques d'un titre inférieur à 10 degrés.

Voyons maintenant d'une manière générale quel est l'effet des variations de la tension superficielle sur les mesures prises au moyen des aréomètres. Considérons pour cela un de ces instruments enfoncé d'un volume v dans un liquide de densité Δ. La poussée du liquide sera exprimée par $v\Delta$. D'un autre côté, l'aréomètre est tiré de haut en bas d'abord par son poids P, puis par la tension superficielle sur toute la longueur de la ligne de contact du ménisque et de la couche adhérente à la tige; et si f représente en milligrammes la valeur de cette force par millimètre de longueur, et r le rayon de la tige de l'instrument supposée cylindrique, on a

$$P + 2\pi r f = v\Delta.$$

De même pour un autre liquide de tension superficielle f' et de densité Δ'

$$P + 2\pi r f' = v'\Delta'.$$

On tire de ces deux équations

$$\Delta' = \Delta \frac{v'}{v} + \frac{2\pi r}{v'}(f - f').$$

Le rapport des densités sera donc encore égal au rapport inverse des volumes, même en tenant compte de la tension superficielle, si $f = f'$. Mais comme cela n'a pas lieu en général, la construction d'un densimètre, c'est-à-dire d'un instrument destiné à donner par simple immersion la densité d'un liquide quelconque, est une impossibilité physique, cet instrument s'y enfonçant plus ou moins suivant que ce liquide sera à tension superficielle forte ou faible.

Le produit $2\pi r f$ est en effet loin d'être négligeable par rapport à P. Dans un densimètre de Gay-Lussac, j'ai trouvé $r = 0{,}005$. Si on le suppose plongé dans l'eau $f = 7{,}5$. Le produit $2\pi r f$ est donc égal à 235 milligrammes, et comme l'instrument pèse $27^{gr},220$, on voit que l'effet de la capillarité est à peu près les $\frac{85}{10000}$ du poids total. Il est plus grand environ des $\frac{16}{1000}$ dans un pèse-acide. Dans un alcoomètre sensible à tige aplatie, le même rapport est voisin de $\frac{4}{1000}$.

Pour ce dernier instrument, si la tension superficielle de l'eau venait à disparaître, la longueur de la tige qui sortirait du liquide serait de 18 millimètres. On a en effet, d'une manière générale,

$$2\pi r \delta f = \Delta \delta v.$$

Or comme, en appelant δh la hauteur dont l'instrument émerge, on a

$$\delta V = \pi r^2 \delta h,$$

on voit qu'on a en définitive

$$\delta h = \frac{2\delta f}{r\Delta}.$$

La hauteur d'émersion pour une variation déterminée δf de la tension superficielle est donc d'autant plus grande que r est plus petit, c'est-à-dire que l'instrument est plus sensible.

Supposons, pour en revenir à l'alcoomètre dont je viens de parler,

que la tension superficielle varie de l'eau à un autre liquide de [illegible]ème densité, des $\frac{2}{3}$ de sa valeur, ce qui est possible, la variation [illegible]auteur dans la ligne de flottaison sera des $\frac{2}{3}$ de $18 = 12$ milli[illegible]s. Le volume de la tige correspondant à cette hauteur est de 60 m[illegible]imètres cubes, environ des $\frac{25}{10000}$ du volume total. Les effets de c[illegible]larité rendent donc illusoire avec cet instrument la troisième dé[illegible]le pour les liquides ayant à peu près même densité que l'eau. D[illegible]e pèse-acide cité plus haut, la variation est encore plus sen-s[illegible], et atteint le chiffre des centièmes.

[illegible] n'y a donc de procédé exact pour la recherche des densités que [illegible]méthode du flacon, et les seuls aréomètres précis sont ceux dont [illegible]aduation est empirique et l'usage restreint à une seule sorte de [illegible]s, par exemple l'alcoomètre de Gay-Lussac [1].

---

(1) [illegible]ait que dans cet alcoomètre la distance de deux divisions consécutives ne va pa[illegible]gulièrement en croissant du point 0 au point 100. Elle diminue de 0 à 20, [illegible]esque stationnaire de 20 à 30, pour augmenter de nouveau de 30 à 100. On a [illegible]é ce fait à l'influence de la contraction qui intervient dans les mélanges d'eau et d'alcool et qui est maximum pour l'alcool à 54 degrés environ. Cette explication, outre qu'elle est vague, n'est pas exacte.

Normalement, s'il n'y avait pas contraction et si les densités des divers mélanges alcooliques décroissaient régulièrement de celle de l'eau à celle de l'alcool, les divisions qui correspondraient à ces densités devraient aller en s'écartant sur la tige de l'alcoomètre du point 0 au point 100. Si en effet P est le poids de l'instrument et V son volume plongé dans un liquide de densité D, l'équation $VD = P$ donne

$$V\delta D + D\delta V = 0,$$

d'où

$$\frac{\delta V}{\delta D} = -\frac{V}{D} = -\frac{P}{D^2} = -\frac{V^2}{P}.$$

La variation δV, pour une variation déterminée δD de la densité, est donc d'autant plus grande que le volume plongé est plus grand, ou la densité du liquide plus faible.

La contraction intervient pour rendre la variation de densité moins sensible de 0 à 54 degrés environ, et par suite plus sensible, de 54 à 100 degrés, qu'elle ne le serait d'après l'hypothèse précédente. Mais la densité des divers mélanges alcooliques n'en est pas moins constamment décroissante, et par suite les divisions de la tige de l'alcoomètre devraient aller constamment en s'écartant les unes des autres.

Si elles se rapprochent dans l'intervalle indiqué, c'est par suite de la variation de tension superficielle des divers mélanges. Cette force varie beaucoup quand on passe de l'eau aux alcools faibles. L'alcoomètre se relève d'abord plus qu'il ne le ferait seulement en vertu de la variation de la densité. Les degrés inférieurs de son échelle sont donc tous un peu trop haut. Par contre, les degrés supérieurs occupent à peu près leurs places relatives, la variation de tension étant faible pour les alcools concentrés. Il faut donc qu'il y ait entre ces deux extrêmes des échelons plus rapprochés les uns des autres qu'ils ne le seraient s'il n'y avait pas de tension superficielle.

Plongé en effet dans deux liquides de même composition et ne renfermant pas autre chose que de l'eau et de l'alcool, un même alcoomètre s'y enfoncera toujours de la même quantité.

Toutefois il importe de remarquer que le procédé de graduation usité pour ces sortes d'instruments n'est théoriquement exact que dans certaines conditions spéciales. On sait que ce procédé consiste ordinairement à déterminer, au moyen d'un alcoomètre étalon, deux points de la tige du nouvel alcoomètre, et en supposant celle-ci cylindrique, à diviser l'intervalle en parties proportionnelles aux divisions de l'intervalle correspondant dans l'alcoomètre type. C'est la détermination de ces points intermédiaires qui laisse quelque chose à désirer.

Soient en effet P le poids de l'alcoomètre étalon et p celui de l'autre, R et r les rayons de leurs tiges, V, v les volumes de ces deux instruments plongés dans un liquide alcoolique de densité δ et de tension superficielle f, V' et v' les volumes plongés dans un alcool de densité δ' et de tension superficielle f', on a les quatre équations suivantes

$$P + 2\pi R f = V\delta, \quad p + 2\pi r f = v\delta,$$
$$P + 2\pi R f' = V'\delta', \quad p + 2\pi r f' = v'\delta';$$

d'où l'on tire

$$\frac{V}{V'} = \frac{\delta'}{\delta}\,\frac{2\pi R f + P}{2\pi R f' + P}, \quad \frac{v}{v'} = \frac{\delta'}{\delta}\,\frac{2\pi r f + p}{2\pi r f' + p}.$$

Le mode de graduation adopté exige évidemment que l'on ait

$$\frac{V}{V'} = \frac{v}{v'};$$

or, pour que cette relation existe, il faut que l'on ait aussi

$$\frac{2\pi R f + P}{2\pi R f' + P} = \frac{2\pi r f + p}{2\pi r f' + p},$$

équation qui revient à

$$\left(\frac{P}{R} - \frac{p}{r}\right)(f - f') = 0,$$

et qui n'est satisfaite, en dehors de la solution $f = f'$, que si $\frac{P}{R} = \frac{p}{r}$, c'est-à-dire si les deux alcoomètres supposés cylindriques et avec le diamètre de leurs tiges sont semblables entre eux.

Cette conclusion est évidemment applicable aux alcoomètres ordinaires en prenant le mot *semblables* dans un sens plutôt physique que géométrique. Elle conduit à cette conséquence que si, au moyen d'un alcoomètre étalon donné, on veut en fabriquer un autre plus sensible, ce ne sera théoriquement qu'en agrandissant les dimensions de l'étalon qu'on pourra y arriver. Si l'on se contente de diminuer la dimension de la tige du nouvel instrument, on sort des conditions où le procédé usuel est rigoureusement applicable, et l'on devra s'astreindre à déterminer directement plusieurs points de repère. Si ceux-ci sont suffisamment rapprochés, les divisions intermédiaires seront aussi exactes qu'on peut le désirer.

Pratiquement, c'est en effet ainsi que l'on opère lorsqu'on veut avoir un alcoomètre exact, et l'on arrive, en prenant ces précautions, à avoir des instruments dont les indications diffèrent à peine de celles que fournit l'étude de la densité du mélange alcoolique qu'ils servent à analyser.

NARR. — Ueber die Erkaltung und Wärmeleitung in Gazen (Sur le refroidissement dans les gaz et sur la conductibilité des différents gaz); *Pogg. Ann.*, CXLIII, 123; 1871.

Un corps chaud placé dans l'air se refroidit, et ce refroidissement est un effet complexe provenant et du rayonnement propre du corps et de l'action refroidissante de l'air environnant. Quand la température du corps ne dépasse pas beaucoup la température de l'enceinte dans laquelle il est placé, l'effet total se résume en la loi de Newton : la vitesse de refroidissement v est à chaque instant proportionnelle à l'excès T de température du corps

$$v = mT.$$

Mais quand l'excès T dépasse 20 ou 30 degrés, la loi de Newton n'est pas applicable. Le grand travail de Dulong et Petit, publié en 1817, et les importantes recherches de MM. de la Provostaye et

Desains (1846) ont montré toute la complication du phénomène du refroidissement, lorsqu'on ne s'astreint plus à se placer dans les conditions voulues pour que la loi de Newton soit applicable. L'auteur du Mémoire a repris l'étude du refroidissement dans le but spécial de déterminer les pouvoirs refroidissants des différents gaz.

La méthode expérimentale qu'il a suivie ne se distingue pas essentiellement de celle qu'avaient suivie ses devanciers : la seule différence importante, c'est que l'appareil thermométrique, qui constitue comme d'habitude le corps se refroidissant, est échauffé au début de chaque expérience par un courant électrique. A cet effet, le réservoir du thermomètre est entouré d'une enveloppe de verre pleine d'huile de lin; cette enveloppe est traversée par un fil de platine contourné en spirale et dans lequel on peut lancer le courant de deux grands éléments de Bunsen. Le système entier est placé dans une enceinte dont la capacité n'est que vingt-sept fois celle du système se refroidissant, ce qui peut sembler insuffisant si l'on se rappelle les anomalies signalées par MM. de la Provostaye et Desains dans le cas des enceintes aussi petites.

Les expériences ont été faites en déterminant, suivant la méthode ordinaire, d'abord la vitesse de refroidissement dans le vide (une pompe pneumatique à mercure permettait d'obtenir un vide de moins de $0^{mm},01$), puis la même vitesse dans le gaz sous une pression qui a été dans toutes les expériences de 90 millimètres. On a pris la différence des vitesses comme représentant la vitesse du refroidissement dû uniquement au contact du gaz. Les tableaux suivants renferment les résultats ainsi obtenus; dans ces tableaux, la première colonne contient les excès T de la température de l'appareil se refroidissant sur la température de l'enceinte (laquelle a été constamment maintenue à zéro); la deuxième colonne donne les vitesses observées V du refroidissement dû au gaz; la troisième, les mêmes vitesses calculées d'après la formule

$$v = mT;$$

la quatrième, la différence entre les vitesses calculées et les vitesses observées.

T	V observé.	V calculé.	DIFFÉRENCE.	T	V observé.	V calculé.	DIFFÉRENCE.
Air atmosphérique : $m = 0,006701$.				Acide carbonique : $m = 0,005428$.			
115	0,83	0,77	— 0,06	115	0,68	0,62	— 0,06
110	0,78	0,74	— 0,04	110	0,64	0,60	— 0,04
105	0,73	0,70	— 0,03	105	0,60	0,57	— 0,03
100	0,69	0,67	— 0,02	100	0,56	0,54	— 0,02
95	0,64	0,64	"	95	0,52	0,52	"
90	0,59	0,60	+ 0,01	90	0,48	0,49	+ 0,01
85	0,55	0,57	+ 0,02	85	0,44	0,46	+ 0,02
80	0,50	0,54	+ 0,04	80	0,40	0,43	+ 0,03
75	0,46	0,50	+ 0,04	75	0,36	0,41	+ 0,05
70	0,42	0,47	+ 0,05	70	0,33	0,38	+ 0,05
65	0,37	0,43	+ 0,06	65	0,29	0,35	+ 0,06
Azote : $m = 0,00655$.				Hydrogène : $m = 0,036939$.			
115	0,80	0,75	— 0,05	115	4,17	4,25	+ 0,08
110	0,75	0,72	— 0,03	110	4,00	4,06	+ 0,06
105	0,71	0,69	— 0,02	105	3,84	3,88	+ 0,04
100	0,67	0,66	— 0,01	100	3,67	3,69	+ 0,02
95	0,63	0,62	— 0,01	95	3,51	3,51	"
90	0,58	0,59	+ 0,01	90	3,34	3,32	— 0,02
85	0,54	0,56	+ 0,02	85	3,17	3,14	— 0,03
80	0,50	0,52	+ 0,02	80	3,00	2,95	— 0,05
75	0,46	0,49	+ 0,03	75	2,83	2,77	— 0,06
70	0,42	0,46	+ 0,04	70	2,66	2,59	— 0,07
65	0,38	0,43	+ 0,05	65	2,48	2,40	— 0,08

On voit que les résultats de l'expérience sont assez exactement représentés par la formule

$$v = m\mathrm{T},$$

dans laquelle m est une constante qui, pour un appareil, ne dépend que de la nature du gaz employé.

Toutefois, l'auteur remarque que cette formule ne donne pas l'effet exact de la nature, puisque tous les gaz s'en éloignent dans le même sens, à l'exception de l'hydrogène, qui s'en écarte en sens inverse. C'est une anomalie de plus à ajouter à celles que présentait déjà l'hydrogène.

L'auteur a cherché encore dans la théorie dynamique des gaz une

confirmation des résultats qu'il avait obtenus pour les valeurs relatives de m. En partant de l'hypothèse de Bernoulli et en profitant du travail de M. Clausius sur la conductibilité des gaz, on trouve pour m

$$m = C \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma}} \varepsilon.$$

C est une constante, la même pour tous les gaz;
γ est la chaleur spécifique du gaz rapportée à l'unité de volume;
σ est le poids spécifique du gaz;
ε est le chemin parcouru par une molécule entre deux rencontres successives, dans l'hypothèse de l'état normal.

Si donc l'on admet que ε est le même pour les différents gaz, on pourra calculer à l'aide de cette formule les rapports de m pour deux gaz quelconques.

Le tableau suivant donne ces valeurs comparées à celles trouvées expérimentalement par l'auteur. On y a joint les valeurs de m que l'on déduirait des expériences de Dulong et Petit :

	CALCULÉ.	OBSERVÉ.	
		Narr.	Dulong et Petit.
Air	100	100	100
Azote	101	98	"
Acide carbonique	79	81	96
Hydrogène	380	551	345

VIOLLE.

WEINHOLD. — Inversion of the sodium-line (Renversement de la raie du sodium); *Pogg. Ann.*, février 1871, et *Philosophical Magazine*, t. XLI, p. 404; 1871.

En plaçant une lampe à alcool salé devant la fente d'un spectroscope, éclairée par la lumière vive d'une lampe à pétrole, le spectre continu présente la raie brillante de la soude; mais si l'on interpose la lampe à alcool entre l'œil et le prisme (la lunette étant écartée), de façon à voir le spectre à travers la flamme sodée, la raie de la soude apparaît noire, c'est-à-dire renversée.

Comme il y a quelque difficulté à accommoder sa vue à la distance infinie où le collimateur présente l'image virtuelle du spectre, il vaut mieux, comme l'indique l'auteur, supprimer l'objectif du collimateur, qui se trouve ainsi réduit à un tube muni d'une fente; on rend l'expérience à la fois plus précise et plus nette en conservant, au contraire, le spectroscope dans son état ordinaire, à la condition de pouvoir ôter l'oculaire de la lunette; on interpose alors la flamme d'alcool salé entre une loupe à long foyer servant d'oculaire et le rentrant de la lunette enfoncé aussi loin que possible : on met au point sur la raie brillante de la soude. L'explication de ce phénomène, en apparence paradoxal, permet de bien faire comprendre le phénomène du renversement des raies spectrales.

Considérons la région du spectre continu aux environs de la raie sodique : l'intensité I, variant d'une façon continue, est sensiblement la même de part et d'autre de cette ligne; en plaçant devant la fente la lampe à alcool salé, on modifie, suivant la ligne de la soude, l'intensité de la radiation, laquelle se compose de l'intensité de la flamme d'alcool F et de l'intensité primitive I diminuée de la quantité absorbée A; en somme, à gauche et à droite de la raie, l'intensité est I, mais sur la raie même elle est $I + F - A$.

Lorsque l'on regarde à travers la flamme de la soude, l'œil perçoit la même intensité $I + F - A$ sur la raie même; mais, à droite et à gauche, l'intensité est $I + F$, car l'œil est impressionné par la somme des deux intensités sans aucune absorption, la flamme sodique *n'absorbant que les radiations qu'elle émet :* il y aura donc un effet de contraste par lequel la raie de la soude paraîtra sombre sur un fond clair. La différence des intensités sera

$$(I + F) - (I + F - A) = A.$$

On aura pour ainsi dire la mesure de l'absorption due à la flamme.

Remarque. — L'intensité relative $(I + F - A) - I = F - A$ de la soude lorsque la lampe est devant la fente peut être négative, et alors la raie noire apparaît. En effet, en augmentant indéfiniment l'épaisseur de la flamme, son éclat tend vers une limite Φ, tandis que la quantité absorbée A n'a point de limite, et peut devenir égale à telle quantité qu'on voudra, car l'absorption, suivant une loi logarithmique, croît dans des proportions énormes avec l'épaisseur. L'expérience vérifie aisément cette conclusion. A. Cornu.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXVI. — Mai 1872.

De Coppet. — *Recherches sur la température de congélation des dissolutions salines* (3e Mémoire), p. 98.

Edm. Becquerel. — *Remarques relatives aux observations de M. F. Leblanc sur la pile à deux liquides*, p. 138.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIII. — Mai 1872.

J.-W. Strutt. — *Sur la réflexion et la réfraction de la lumière par les substances très-opaques*, p. 321.

P.-G. Tait. — *Réponse au professeur Clausius*, p. 338.

C. Szily. — *Sur le principe d'Hamilton et le second principe de la théorie mécanique de la chaleur*, p. 339.

C.-A. Young. — *Note sur la vision récurrente*, p. 343.

F. Zöllner. — *Sur l'origine du magnétisme terrestre et relations magnétiques des corps célestes*, p. 345.

H. Emsmann. — *Collecteur pour les machines électriques à friction*, p. 368.

G. Quincke. — *Sur l'électrolyse et le passage de l'électricité à travers les liquides*, p. 369.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLV. — No 4. — Mai 1872.

A.-F. Sundell. — *Recherches sur le courant électrique de disjonction* (fin), p. 497.

W. Sellmeier. — *Vibrations des particules pondérables excitées par les vibrations de l'éther et réactions qui en résultent servant à l'explication de la dispersion et de ses anomalies*, p. 520.

E. Warburg. — *Déperdition de l'électricité dans les gaz*, p. 578.

F. Rüdorff. — *Congélation des dissolutions salines*, p. 599.

J. Bódyński. — *Sur l'élévation de température d'un projectile de plomb sortant d'une arme à feu et fusion de ce projectile lorsqu'il frappe une plaque de fer ou la surface d'une pierre*, p. 622.

H. Buff. — *Sur la chaleur de dilatation des corps solides*, p. 626.

A. Wüllner. — *Sur l'expérience de Peltier et sur la force thermo-électrique des métaux*, p. 636.

ÉTUDES D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE;

PAR M. A. LÉVISTAL.

Mon but est de simplifier et de généraliser à la fois la démonstration des principes de l'optique géométrique. La méthode à laquelle j'ai recours consiste essentiellement à faire intervenir dans la solution des problèmes qui sont du ressort de cette branche des mathématiques appliquées la considération des ondes lumineuses, et aussi celle du temps employé par la lumière pour se propager d'un point à un autre. Cette manière de procéder offre l'avantage de permettre de prendre pour point de départ, non pas les lois de la réflexion et de la réfraction dans les milieux isotropes, mais le principe général, énoncé pour la première fois par Huyghens sous le nom de *principe des ondes enveloppes,* et qui est applicable à toute espèce de milieu homogène. Les théorèmes de l'optique géométrique reçoivent ainsi, par l'introduction de la notion du temps, une forme qui permet d'embrasser dans un énoncé unique les propriétés des trajectoires lumineuses dans tous les milieux homogènes, isotropes ou anisotropes.

I. — *Définitions et notations.*

Soit, dans un milieu homogène quelconque, un centre d'ébranlement dont émane de la lumière homogène; le lieu des points auxquels se communique le mouvement vibratoire, au bout d'un temps donné, constitue une certaine surface. Comme, suivant chacune des directions qui partent du point lumineux, la vitesse de ce mouvement est constante, les surfaces qui correspondent à des temps différents sont toutes semblables et semblablement placées par rapport au point lumineux.

Le milieu étant homogène, la forme de ces surfaces et leur orientation dans le milieu sont indépendantes de la position du point dont émane la lumière. Chacune d'elles a évidemment pour centre le point lumineux auquel elle se rapporte; d'ailleurs, la vitesse de propagation de la lumière ne pouvant devenir infinie suivant aucune direction, ce sont des surfaces fermées : nous les appellerons *surfaces d'onde caractéristiques du milieu.* Il est clair, en effet,

qu'un milieu homogène est optiquement défini, du moins pour une couleur déterminée, lorsqu'on connaît le lieu des points auxquels un mouvement vibratoire correspondant à cette couleur et émané d'un point quelconque du milieu se communique au bout d'un temps donné. Connaissant une quelconque des surfaces d'onde caractéristiques d'un milieu homogène, par exemple celle qui a pour centre un point pris pour origine et qui correspond à l'unité de temps, il est facile de trouver toutes les autres; pour qu'une de ces surfaces soit déterminée, il suffit alors de donner son centre et le temps auquel elle correspond.

Les surfaces d'onde caractéristiques d'un milieu homogène ont une ou plusieurs nappes, suivant que, sur chaque direction, le mouvement peut se propager dans ce milieu avec une vitesse unique ou avec plusieurs vitesses différentes; les milieux dont les surfaces d'onde caractéristiques n'ont qu'une nappe sont dits *uniréfringents;* ceux où ces surfaces ont deux nappes sont dits *biréfringents*.

A un autre point de vue, on distingue les milieux *isotropes,* c'est-à-dire ceux dans lesquels la lumière se propage avec la même vitesse dans toutes les directions, et les milieux *anisotropes,* dans lesquels la vitesse de propagation de la lumière varie avec la direction.

Le calcul et l'expérience s'accordent à montrer que tout milieu homogène non isotrope est nécessairement biréfringent. Dans les milieux homogènes ou uniréfringents, les surfaces d'onde caractéristiques sont évidemment sphériques. Quant aux milieux anisotropes ou biréfringents, l'optique physique nous apprend qu'ils se divisent en deux classes. Pour les uns, les surfaces d'onde caractéristiques sont formées d'une nappe sphérique et d'une nappe présentant la forme d'un ellipsoïde de révolution, ces deux nappes s'enveloppant l'une l'autre et se touchant aux extrémités de l'axe de la nappe ellipsoïdale : ce sont les milieux *biréfringents uniaxes*. Pour les autres, les surfaces d'onde caractéristiques sont des surfaces du quatrième degré indécomposables en surfaces du second degré : ce sont les milieux *biréfringents biaxes*. Les milieux biréfringents uniaxes peuvent être considérés comme isotropes, relativement aux rayons qui correspondent à la nappe sphérique et qu'on nomme *rayons ordinaires*.

Nous représenterons par

$$f(x, y, z) = 0$$

l'équation de la surface d'onde caractéristique d'un milieu homogène ayant pour centre l'origine des coordonnées et correspondant à l'unité de temps. Celle de la surface d'onde caractéristique ayant pour centre l'origine et correspondant au temps T sera, par suite,

$$f\left(\frac{x}{T}, \frac{y}{T}, \frac{z}{T}\right) = 0.$$

Lorsque cette dernière équation sera résolue par rapport à T, nous l'écrirons

$$\varphi(x, y, z) = T.$$

L'équation de la surface d'onde caractéristique ayant pour centre un point dont les coordonnées sont (a, b, c) et correspondant au temps T sera donc

$$f\left(\frac{x-a}{T}, \frac{y-b}{T}, \frac{z-c}{T}\right) = 0$$

ou

$$\varphi(x-a, y-b, z-c) = T.$$

S'il y a lieu de considérer deux milieux différents, nous donnerons au signe de la fonction f ou φ l'indice 1 pour le milieu où se propagent les rayons incidents ou réfléchis, l'indice 2 pour le milieu où se meuvent les rayons réfractés. Lorsqu'il s'agira d'un milieu biréfringent, les indices o ou e, ajoutés au signe de la fonction, serviront à distinguer les deux nappes des surfaces d'onde caractéristiques.

Nous terminerons ces considérations préliminaires par quelques remarques importantes relatives aux ondes.

Lorsque les rayons qui se meuvent dans un milieu homogène ne sont pas issus d'un point situé dans ce milieu, ou quand, bien qu'émanant d'un point du milieu, ils ont subi une ou plusieurs réflexions, le lieu des points atteints au même instant par le mouvement vibratoire, qui se propage suivant ces rayons, porte encore le nom de *surface d'onde;* mais, et c'est là un point sur lequel on ne saurait trop insister, ces ondes réfléchies ou réfractées n'ont pas, en général, ainsi que nous le ferons voir plus loin, la forme des surfaces d'onde caractéristiques du milieu dans lequel elles se propagent, et ne constituent plus nécessairement un système de surfaces semblables et concentriques; dans un milieu isotrope, par exemple, ces ondes ne sont sphériques que dans des cas très-particuliers.

Soit un système de rayons issus originairement d'un point lumi-

neux situé dans un milieu homogène et se propageant actuellement soit dans ce milieu, soit dans tout autre milieu homogène, ces rayons pouvant avoir subi un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions, mais n'ayant eu à traverser que des milieux homogènes. L'onde qui correspond à ces rayons peut avoir plusieurs nappes, même lorsque le milieu dans lesquels ils se meuvent actuellement est isotrope; c'est ce qui arrive, en général, si ces rayons ont eu à traverser antérieurement des milieux biréfringents. A plus forte raison, l'onde a-t-elle plusieurs nappes quand les rayons se propagent actuellement dans un milieu biréfringent. Il est indispensable, d'après cela, pour donner de la précision aux théorèmes que nous aurons à énoncer, de grouper les rayons qui, issus originairement d'un même point lumineux, se propagent dans un milieu homogène quelconque en systèmes tels, qu'*aux rayons d'un même système correspondent des ondes dont chacune soit formée d'une nappe unique et continue*. Nous appellerons *rayons de même espèce* ceux qui font partie d'un tel système.

Pour que des rayons issus originairement d'un même point, n'ayant eu à traverser que des milieux homogènes et se propageant actuellement dans un tel milieu, *soient de même espèce,* il faut et il suffit évidemment, d'après la définition que nous venons de donner :

1° Que, si le milieu où se trouve le point lumineux est biréfringent, ces rayons soient originairement de *même nature,* c'est-à-dire tous ordinaires ou tous extraordinaires;

2° Qu'ils aient subi les mêmes réflexions et les mêmes réfractions sur les mêmes surfaces dans le même ordre, et, par conséquent, traversé les mêmes milieux homogènes;

3° Que, dans ces réflexions et ces réfractions, ces rayons aient tous conservé leur nature, c'est-à-dire leur qualité d'ordinaire ou d'extraordinaire, ou tous changé à la fois de nature.

Considérons enfin un système de rayons de même espèce se propageant dans un milieu homogène quelconque : désignons par S l'onde formée d'une nappe unique et continue qui, à un certain instant, correspond à ces rayons, et par R un quelconque des rayons du système. Le rayon R peut rencontrer l'onde S en plus d'un point; mais, *parmi les points d'intersection du rayon* R *avec l'onde* S, *il y en a toujours un, et un seul, où le mouvement vibra-*

toire est parvenu sur le rayon R *à l'instant considéré,* et c'est toujours ce point que nous entendrons désigner quand nous parlerons du point où le rayon R rencontre l'onde S.

II. — *Principe de Huyghens ou des ondes enveloppes. — Propagation de la lumière dans un milieu homogène.*

Les seules notions que l'optique géométrique ait à emprunter à la théorie mécanique des ondes sont :

1° La connaissance de la forme des surfaces d'onde caractéristiques des différents milieux homogènes;

2° Le théorème connu sous le nom de *principe de Huyghens* ou *principe des ondes enveloppes* ([1]).

Il importe avant tout de bien préciser la signification et la portée de ce principe fondamental, dont nous ne ferons, pour ainsi dire, que développer les conséquences dans tout ce qui va suivre.

Plaçons-nous d'abord dans le cas le plus simple, celui où la lumière émanée d'un point situé dans un milieu homogène indéfini se propage dans ce milieu sans subir de réflexion ni de réfraction. Soit O le point lumineux; désignons par S la position occupée par l'onde émanée du point lumineux au bout du temps T, par S′ la position de cette même onde au bout du temps $T+t$. Les surfaces S et S′ sont des surfaces d'onde caractéristiques du milieu; elles sont semblables et semblablement placées par rapport au point lumineux. Il suit de là que l'onde S′ peut être regardée comme l'enveloppe des surfaces d'onde caractéristiques du milieu décrites des différents points de l'onde S comme centres et correspondant au temps t; ces surfaces caractéristiques sont ce que Huyghens appelle les *ondes élémentaires*. On voit de plus que, pour avoir la direction du rayon qui passe par un point quelconque A de l'onde S′, il suffit de joindre ce point au centre de l'onde élémentaire qui touche en A l'onde S′. Il est bien entendu que, si le milieu est biréfringent, on doit prendre pour onde élémentaire l'une ou l'autre des nappes de la surface d'onde caractéristique du milieu, suivant qu'il s'agit de la propagation des rayons ordinaires ou extraordinaires.

Les résultats que nous venons d'énoncer s'expriment sous une

([1]) HUYGHENS, *Traité de la Lumière;* Leyde, 1690.

autre forme en disant que, pour étudier la propagation de l'onde postérieurement au temps T, on peut supposer le point lumineux O supprimé, à condition de considérer chacun des points de l'onde S comme un centre d'ébranlement, mais de ne regarder chacune des ondes élémentaires émanées des différents points de la surface S comme n'étant active qu'au point où elle touche l'enveloppe commune.

Tant qu'on se borne au cas simple de la propagation de la lumière dans un même milieu homogène, le principe de Huyghens n'est que l'expression d'une identité, et il n'est pas besoin d'une démonstration spéciale pour faire voir qu'il ne peut y avoir à un instant donné de mouvement sensible sur chacune des ondes élémentaires qu'au point où elle touche l'onde enveloppe; mais Huyghens ne s'est pas arrêté là : par une sorte d'intuition, il est arrivé à généraliser le principe des ondes enveloppes et à le faire servir à la construction des ondes réfléchies et réfractées. Le principe, conçu dans toute son extension, peut s'énoncer ainsi : *que les différents points d'une surface soient atteints simultanément ou successivement par un mouvement vibratoire émané d'un point lumineux, l'onde, à un instant quelconque, est toujours l'enveloppe des ondes élémentaires émanées des différents points de la surface et considérées dans la position qu'elles occupent à ce moment; de plus, le rayon qui passe par un point quelconque de l'onde passe aussi par le centre de l'onde élémentaire qui touche en ce point l'onde enveloppe.*

La surface dont il s'agit peut être soit une surface d'onde, soit une surface réfléchissante ou réfringente, et, par suite, les ondes élémentaires peuvent correspondre à des temps égaux ou inégaux. Pris dans cette acception générale, le principe de Huyghens est loin d'être évident par lui-même, comme cela a lieu dans le cas où l'onde se propage dans un même milieu homogène sans se réfléchir ni se réfracter. Il ne suffit pas, comme l'a fait Huyghens, et après lui Young et beaucoup d'autres auteurs, de remarquer que les ondes élémentaires se serrent de plus en plus à mesure que l'on se rapproche de l'onde enveloppe; tant que l'on ne fait pas intervenir la notion des interférences, on peut bien démontrer que, sur chaque onde élémentaire, à une distance finie de l'enveloppe commune, le mouvement vibratoire est très-petit par rapport à ce qu'il est sur

l'enveloppe, mais non pas qu'il est infiniment petit : ainsi l'a prouvé Verdet par l'analyse ([1]). Ce n'est que par les travaux de Fresnel qu'il a été rigoureusement prouvé que les ondes élémentaires se détruisent par interférence en tous les points qui ne font pas partie de l'enveloppe commune, et que l'emploi du principe de Huyghens s'est trouvé justifié dans tous les cas.

Prenons donc ce principe pour point de départ, et, avant de passer à la construction des ondes réfléchies ou réfractées, appliquons-le à la solution d'un problème relatif à la propagation générale de la lumière dans un milieu homogène. Soit donnée une onde *s* correspondant à un système de rayons de même espèce et se propageant dans un milieu homogène : cette onde, comme nous l'avons déjà fait remarquer, n'aura pas, en général, la forme des surfaces d'onde caractéristiques du milieu où elle se propage, parce que les rayons pourront ne pas être issus d'un point situé dans ce milieu et que, même lorsqu'ils émanent d'un point situé dans ce milieu, ils pourront avoir subi une ou plusieurs réflexions. Il s'agit, la position de l'onde S étant connue à un certain moment, de trouver la position de cette même onde au bout d'un temps T, positif ou négatif, c'est-à-dire à une époque postérieure ou antérieure de T à l'instant considéré, en supposant que, pendant ce temps T, l'onde ne subisse ni réflexion ni réfraction. D'après le principe des ondes enveloppes, il suffira, à cet effet, de décrire, de chacun des points de la première onde S comme centre, une surface d'onde caractéristique du milieu correspondant au temps T. Si le milieu est biréfringent, on prendra la nappe ordinaire ou la nappe extraordinaire de la surface d'onde caractéristique, suivant que les rayons du système sont eux-mêmes ordinaires ou extraordinaires. L'enveloppe des portions des surfaces caractéristiques ainsi décrites qui se trouvent, si T est positif, en avant de la première onde, si T est négatif, en arrière de cette onde, sera l'onde cherchée. Il pourra se faire que l'onde obtenue au moyen de cette construction soit, en totalité ou en partie, en dehors des limites du milieu : c'est ce que nous exprimerons en disant que cette onde est *virtuelle* en totalité ou en partie, et la considération des positions virtuelles de l'onde sera souvent d'un grand secours dans la démonstration des théorèmes.

([1]) *Œuvres complètes* de VERDET, t. V (t. I des *Leçons d'Optique physique*), p. 38.

Remarquons encore que, d'après la construction que nous venons d'indiquer, toutes les fois que l'onde qui se propage dans un milieu homogène n'a pas la forme des surfaces caractéristiques de ce milieu, les différentes portions qu'elle occupe successivement ne constituent plus un système de surfaces semblables et concentriques.

Il est facile de traduire cette construction dans le langage analytique. Désignons, en effet, par

$$(1) \qquad \varphi(x', y', z') = 0$$

l'équation de l'onde S, considérée à un certain moment pris pour origine, et soit

$$f_1(x, y, z) = 0$$

l'équation de la nappe, de même nature que les rayons, de la surface d'onde caractéristique du milieu décrite de l'origine comme centre et correspondant à l'unité de temps. L'équation de la surface d'onde caractéristique du milieu, décrite d'un point quelconque (x', y', z') de l'onde primitive S comme centre et correspondant au temps T, sera, en ne considérant que celle des nappes de cette surface qui est de même nature que les rayons,

$$(2) \qquad f_1\left(\frac{x-x'}{T}, \frac{y-y'}{T}, \frac{z-z'}{T}\right) = 0.$$

L'onde au bout du temps T est l'enveloppe des surfaces représentées par l'équation (2). Pour obtenir cette enveloppe, il faut entre les équations (1) et (2) éliminer un des trois paramètres variables x', y', z', par exemple z', ce qui donne une équation de la forme

$$(3) \qquad \Phi(x, y, z, x', y', T) = 0,$$

qui ne contient plus que deux paramètres arbitraires, x' et y'. Si entre l'équation (3) et les deux équations qu'on obtient en la différentiant par rapport aux deux variables x' et y', et qui sont

$$\frac{d\Phi}{dx'} = 0, \quad \frac{d\Phi}{dy'} = 0,$$

on élimine x' et y', on arrive à une équation de la forme

$$F(x, y, z, T) = 0,$$

qui représente l'onde dans la position qu'elle occupe au temps T.

(*A suivre.*)

DE LA PROPAGATION DE LA CHALEUR ET DE LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ

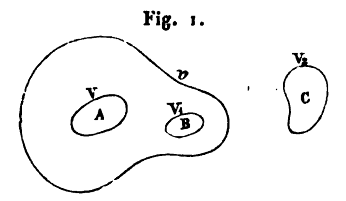
(SECOND ARTICLE);

PAR M. A. POTIER.

§ V.

Si divers corps A, B, C,... sont chargés d'électricité, que le potentiel sur ces corps soit $V, V_1, V_2, \ldots$, on pourra substituer à un ou plusieurs de ces corps une autre surface ayant la même action qu'eux sur tout point extérieur.

Fig. 1.



En effet, considérons l'état thermique correspondant à l'énoncé ci-dessus : les corps A, B, C, de température constante V, V_1, V_2, sont plongés dans un milieu conducteur; si nous substituons aux corps A et B un corps terminé par la surface isotherme correspondant à la température ν, et maintenu précisément à cette température, rien ne sera changé à l'état thermique des points situés en dehors de cette surface ν. Par conséquent rien non plus ne sera changé à l'état électrique ni à la force attractive ou répulsive de l'ensemble sur une masse quelconque, si cette surface se trouve chargée d'électricité au potentiel ν.

Le flux de chaleur que traversait un élément σ de ν, étant $\sigma\varepsilon \times k$, restera toujours le même. Par suite, ce même élément de σ (§ II) devra être chargé d'une quantité d'électricité égale à $\sigma \frac{\varepsilon}{4\pi}$, c'est-à-dire que la densité $\left(\frac{\varepsilon}{4\pi}\right)$ devra en un point de la surface ν être proportionnelle à la force exercée sur l'unité de masse électrique placée en ce point. Si, par exemple, le corps A seul existait et était une barre suffisamment longue pour pouvoir être considérée comme une ligne FF', les surfaces isothermes seraient des ellipsoïdes de révolu-

tion ayant F et F′ comme foyers [1]. L'action d'un de ces ellipsoïdes sur un point extérieur quelconque sera la même que celle de la barre FF′, s'il est chargé en chacun de ses points d'une quantité d'électricité égale à $\frac{1}{4\pi}$ multiplié par la force exercée par la barre sur l'unité d'électricité placée en ce point.

Or cette force ou ε est, pour les différents points d'un ellipsoïde, inversement proportionnelle à la distance qui les sépare de l'ellipsoïde homofocal infiniment voisin, ou, d'après un théorème connu, proportionnelle à la distance qui les sépare de l'ellipsoïde homothétique infiniment voisin. On retrouve ainsi la distribution connue de l'électricité à la surface de ces corps.

§ VI.

J'appliquerai maintenant les considérations exposées ci-dessus a la solution complète d'un problème simple de distribution électrique. Une sphère en communication avec la terre, et sur laquelle le potentiel est nul par conséquent, est influencée par une boule très-petite placée en P (*fig.* 2) (ou bien la sphère est pleine d'un mélange d'eau et de glace, et la boule est à une température connue). Les surfaces d'égal potentiel, ou isothermes, sont des surfaces de révolution autour de la droite passant par le centre de la sphère et celui de la petite boule; leurs méridiens tracés sur la figure ont pour équations, comme il sera démontré ci-dessous, $V = \frac{4}{r} - \frac{1}{r'}$, r étant la distance au point P, et r' la distance à un point S situé à l'intérieur de la sphère qui partage le diamètre dans le rapport de 5 à 3, rapport qui est précisément celui des distances du point P aux extrémités de ce diamètre. Dans ces conditions, la courbe $V = 0$, ou le lieu des points tels que le rapport $\frac{r}{r'}$ soit 4, est la circonférence méridienne de la sphère : celle-ci est donc la surface sur laquelle $V = 0$. La figure montre comment ces surfaces se déforment quand V augmente. Quand la valeur de V devient grande, les méridiens se resserrent de plus en plus autour du point P en se rapprochant de

[1] *Voir*, pour la démonstration, les ouvrages cités de M. Lamé, ou les travaux de M. Chasles sur l'attraction des ellipsoïdes.

la forme de circonférence. Si la distance PS était de 5 centimètres, les valeurs de V correspondant aux différents points de la sphère décrite du point P comme centre avec $0^c,04$ de rayon varieraient

Fig. 2.



seulement de 99,1984 à 99,2016. On peut donc regarder une sphère de très-petit rayon ayant son centre au point P comme une surface isotherme correspondant à une température (ou à un potentiel) d'autant plus élevée que ce rayon sera plus petit. Ainsi, si nous supposons la petite boule placée au point P ayant une température de 99 degrés environ, et la sphère pleine de glace fondante, les surfaces isothermes auraient pour méridien les courbes tracées ci-dessus, et les températures de ces surfaces seraient données par les chiffres placés sur les courbes. Si la boule est chargée d'électricité au potentiel 99 environ et la sphère en communication avec la terre, ces courbes sont les méridiens des surfaces d'égal potentiel. Ces surfaces

resteraient encore isothermes si la température (ou le potentiel) de la boule P était différente de 99, mais la température de chacune d'elles serait modifiée dans le même rapport.

La plus remarquable de ces courbes est celle qui possède un point singulier et correspond à la valeur $V = 0,2$. Son point singulier est tel qu'une molécule électrique qui y serait placée resterait en équilibre sous l'influence de la petite boule et de la sphère; la valeur de ε en ce point est nulle, et un élément de surface ayant son centre en ce point ne donnerait passage à aucun flux. Les courbes amorcées 0,18 et 0,22 montrent avec quelle lenteur la température ou le potentiel varie dans le voisinage de ce point.

En général, pour obtenir en un point quelconque la valeur de ε, il suffirait, si les méridiens tracés sont suffisamment rapprochés dans le voisinage de ce point, de diviser la différence des nombres inscrits sur ces méridiens par la plus courte distance de ces courbes aux environs de ce point. La ligne de propagation de la chaleur est toujours dirigée de la courbe à température plus élevée vers la courbe à température moins élevée, normalement à ces courbes.

S'il s'agit d'électricité, que l'on suppose la petite boule chargée d'électricité positive, la force qui solliciterait une molécule électrique positive sera dirigée comme la ligne de propagation, et dans le même sens. Sa mesure est la valeur de ε.

Au lieu de construire graphiquement la valeur de ε, on peut la calculer par les considérations suivantes : l'expression de V se compose de deux parties : l'une $\frac{4}{r}$ est le potentiel d'une masse électrique 4 rassemblée au point P, la seconde $-\frac{1}{r'}$ est le potentiel d'une masse 1 de fluide négatif rassemblée au point S. La force exercée sur une molécule électrique s'obtiendra donc en composant deux forces, l'une $\frac{4}{r^2}$ répulsive, émanant du point P, l'autre attractive $\frac{1}{r'^2}$ émanant du point S. Cette valeur de ε pour un point quelconque est

$$\varepsilon^2 = \left(\frac{4}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{r'^2}\right)^2 + \frac{4}{r^3 r'^3}(\mathrm{PS}^2 - r^2 - r'^2).$$

Des théorèmes établis dans le § II de cet article, il résulte encore que la densité électrique en chaque point de la sphère est $\frac{1}{4\pi}$ de la

valeur de ε en ce point. Or pour les points de cette sphère $r = 4r'$, par suite $\varepsilon = \frac{PS}{4r'^3}$, la densité électrique des différents points de cette sphère variera donc en raison inverse du cube de la distance à la boule. On déduirait facilement de cette densité la quantité d'électricité accumulée sur la surface de la sphère, mais l'intégration est inutile d'après ce que nous verrons ci-dessous.

Le problème sera donc résolu complétement si l'on démontre que les méridiens des surfaces isothermes ont bien pour équations $V = \frac{4}{r} - \frac{1}{r'}$; or, si l'on considère une sphère infiniment petite placée en P et chargée d'une quantité d'électricité positive égale à 4, une autre placée en S et chargée d'une masse 1 d'électricité négative, la valeur du potentiel d'un pareil système, c'est-à-dire le travail nécessaire pour amener de l'infini en un point déterminé l'unité de masse, serait précisément la valeur de $\frac{4}{r} - \frac{1}{r'}$, ou de V pour ce point, et la surface sur laquelle V est nul est la sphère considérée. Donc, d'après le théorème énoncé au début de cet article, on pourra substituer à la sphère infiniment petite chargée de la quantité 1 d'électricité et placée au point S la sphère dont le méridien a pour équation $\frac{r}{r'} = 4$, sans rien changer à la valeur de V pour un point quelconque, pourvu que sur cette sphère le potentiel soit nul, c'est-à-dire qu'elle soit en communication avec la terre.

On pourrait encore à la sphère substituer l'une quelconque des surfaces qui l'entourent, jusques et y compris la surface engendrée par la rotation de la courbe 0,2 (à condition de charger chacune de ces surfaces au potentiel convenable), et, comme ε est nul au point singulier, on voit que, malgré la forme de cette surface, la densité et, par suite, la tension électrique seraient nulles en ce point. De plus, la quantité d'électricité à répartir sur chacune de ces surfaces serait toujours la même, puisque la figure montre que toute ligne de force arrivant à la sphère rencontre ces surfaces, et réciproquement, et cette quantité est précisément celle qu'il faudrait supposer concentrée au point S pour que les lignes de force et les surfaces isothermes fussent les mêmes, c'est-à-dire 1, la quantité d'électricité de la boule P étant 4.

SUR LE COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ SANS VARIATION DE CHALEUR;

PAR M. J. MOUTIER.

L'état d'un corps est en général défini par deux des trois variables suivantes : le volume spécifique v, la température t et la pression extérieure p rapportée à l'unité de surface. Suivant le système de variables adopté, la quantité de chaleur dQ nécessaire pour produire une transformation élémentaire, dans le cas où le poids du corps est égal à 1 kilogramme, peut s'exprimer au moyen des deux équations

$$dQ = l\,dv + c\,dt,$$
$$dQ = C\,dt + h\,dp,$$

où l désigne la chaleur latente de dilatation,
c la chaleur spécifique sous volume constant,
C la chaleur spécifique sous pression constante,
h un coefficient défini par la relation

$$h = l\frac{\partial v}{\partial p},$$

qui est la conséquence même du changement de variables.

Lorsque la transformation élémentaire a lieu sans variation de chaleur, $dQ = 0$,

$$l\,dv + c\,dt = 0,$$
$$C\,dt + h\,dp = 0.$$

En éliminant dt entre ces deux dernières équations et remplaçant h par sa valeur

$$\frac{C}{c}dv = \frac{\partial v}{\partial p}dp,$$

dv désigne la variation de volume qui résulte d'une variation de pression dp sans variation de chaleur, ∂v représente la variation de volume qui correspond à la variation de pression ∂p, la température étant supposée constante.

Si la variation de pression est la même dans les deux cas, $\partial p = dp$,

$$\frac{\partial v}{dv} = \frac{C}{c}. \tag{1}$$

Les variations qu'éprouve le volume d'un corps par l'effet d'une variation infiniment petite de pression, selon que la transformation a lieu à température constante ou sans variation de chaleur, sont proportionnelles aux chaleurs spécifiques sous pression constante et sous volume constant (¹).

Cette relation générale s'applique à tous les corps, quel que soit leur état physique; une relation analogue se présente dans l'étude des effets thermiques qui accompagnent la traction ou la compression des solides.

Considérons à la température t une barre prismatique de longueur z, dont la section soit égale à 1 mètre carré et dont le poids soit égal à 1 kilogramme. Supposons que l'une des bases du prisme soit horizontale et fixe, et que l'autre base supporte une pression de P kilogrammes. L'état de cette base sera défini par deux des trois variables z, P, t, et la quantité de chaleur nécessaire pour produire une transformation élémentaire de ce solide pourra s'exprimer au moyen des relations

$$dQ = l_1 dz + c_1 dt,$$
$$dQ = C_1 dt + h_1 dP,$$

dans lesquelles l_1, c_1, C_1, h_1 désignent des quantités analogues à l, c, C, h (²). Les coefficients C_1 et c_1 représentent la chaleur spécifique sous traction constante et la chaleur spécifique sous longueur constante.

Si l'on désigne par ∂z la variation de longueur qu'éprouve la barre pour une variation de pression dP à la température constante t, par dz la variation de longueur qu'éprouve la barre pour la même variation de pression dP lorsque la transformation s'accomplit sans variation de chaleur, on obtient aisément, d'après ce qui précède, la relation

$$\frac{\partial z}{dz} = \frac{C_1}{c_1}.$$

Si l'on désigne par K le coefficient d'élasticité de la barre à tem-

(¹) REECH : *Théorie des machines motrices et des effets mécaniques de la Chaleur*, p. 38.
(²) E. VERDET : *Théorie mécanique de la Chaleur*, publiée par Prudhon et Violle, t. I, p. 216.

pérature constante que fournit l'observation, la loi expérimentale de l'élasticité de traction donne la relation

$$\partial z = -\frac{z}{K} dP.$$

Désignons par K' un second coefficient défini par la relation

$$dz = -\frac{z}{K'} dP,$$

que nous appellerons, par analogie, *coefficient d'élasticité sans variation de chaleur.*

On déduit immédiatement des trois dernières équations

$$(2) \qquad \frac{K'}{K} = \frac{C_1}{c_1}.$$

Il existe une relation simple entre les deux chaleurs spécifiques C_1 et c_1. M. Clausius a montré (¹) que, dans le cas général où un corps supporte une pression extérieure uniforme, la chaleur spécifique sous volume constant et la chaleur spécifique sous pression constante sont liées par la relation

$$c = C - AT \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial t},$$

où A désigne l'équivalent calorifique du travail et T la température absolue.

Une relation semblable a lieu pour le cas qui nous occupe,

$$c_1 = C_1 - AT \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

D'ailleurs, la température t étant une fonction des deux variables z et P, on a, en général,

$$dt = \frac{\partial t}{\partial z} dz + \frac{\partial t}{\partial P} dP.$$

Si la transformation s'accomplit à température constante, $dt = 0$,

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial z}{\partial t} \frac{dP}{dz},$$

(¹) R. Clausius : *Théorie mécanique de la Chaleur*, traduite par F. Folie, t. I, p. 393.

où $\frac{dz}{dP}$ se rapporte à la température constante t, et a par conséquent pour valeur $-\frac{z}{K}$. On a, par suite,

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t}\frac{K}{z},$$

$$c_1 = C_1 - AT\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 \frac{K}{z}.$$

Si l'on représente par z et z_0 les longueurs de la barre aux températures t et zéro sous la traction constante P, par δ_1 le coefficient de dilatation linéaire entre les températures zéro et t sous la traction constante P,

$$z = z_0(1+\delta_1 t),$$
$$dz = z_0\delta_1 dt.$$

On déduit de là

$$c_1 = C_1 - AT\frac{z_0^2}{z}\delta_1^2 K.$$

La chaleur spécifique sous longueur constante est toujours inférieure à la chaleur spécifique sous traction constante, quel que soit le signe de δ_1, de sorte que, d'après la relation (2), *le coefficient d'élasticité sans variation de chaleur est toujours supérieur au coefficient d'élasticité mesuré à une température constante.*

Dans l'équation précédente, z est la longueur d'une barre dont la section est 1 mètre carré et dont le poids est égal à 1 kilogramme, de sorte qu'en appelant v le volume en mètres cubes occupé par 1 kilogramme du corps solide à la température t, $z = v$. En appelant v_0 le volume spécifique du corps solide à zéro,

$$c_1 = C_1 - AT\frac{v_0^2}{v}\delta_1^2 K.$$

En reportant cette valeur dans l'équation (2), on obtient finalement

$$K' = \frac{C_1}{C_1 - AT\frac{v_0^2}{v}\delta_1^2 K} K.$$

Les coefficients C_1 et δ_1, qui correspondent à une traction constante, n'ont pu être déterminés jusqu'à présent par l'expérience. Ces coefficients toutefois ne diffèrent pas beaucoup, dans le cas de

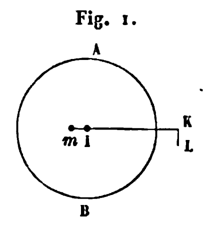
faibles tractions, des valeurs obtenues sous la pression constante de l'atmosphère pour la chaleur spécifique sous pression constante C et le coefficient de dilatation linéaire δ. Les variations de température calculées au moyen des formules de la thermodynamique, en remplaçant C_1 et δ_1 par C et δ, offrent une concordance remarquable avec les résultats des expériences de M. Joule sur la traction des solides. Au moyen de cette simple remarque, il devient alors facile de calculer le coefficient d'élasticité sans variation de chaleur pour les divers corps solides.

TOURNIQUET ÉLECTRIQUE;

PAR M. NEYRENEUF.

La réaction de l'air n'est pas la seule cause à invoquer dans l'explication du mouvement du tourniquet électrique : on doit faire intervenir aussi la répulsion qu'exerce sur les pointes considérées comme centres électriques intenses le fluide répandu sur les parties fixes de la machine. Cette dernière cause est mise en évidence par les expériences suivantes, dans lesquelles la rotation se produit sans que la réaction de l'air puisse agir.

Fig. 1.



1° Si l'on garnit les pointes d'un tourniquet de petites balles de sureau ou de feuilles d'étain roulées, l'appareil tourne presque aussi vite que si les pointes étaient nues.

2° Si l'on garnit les pointes de petites balles de gomme laque, l'appareil tourne dans le sens habituel; il peut se produire au début un mouvement inverse qui ne persiste pas.

3° Avec des balles de cire, l'appareil tourne soit dans un sens

soit dans l'autre, mais plutôt dans le sens habituel, surtout pour des quantités considérables d'électricité.

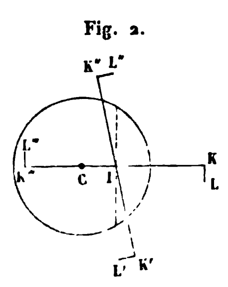
On prend, pour se rendre compte de l'influence relative des différentes causes, un disque horizontal AB (*fig.* 1) mis en communication avec une machine de Ramsden par une longue tige implantée normalement en son milieu, de telle sorte que la distribution du fluide autour du centre puisse être considérée comme régulière.

On place sur ce disque une pointe unique IKL, équilibrée par une petite masse *m*, mobile autour d'un axe vertical qui se projette en I, que l'on peut déplacer.

Si I coïncide avec le centre du disque, le mouvement ordinaire se produit quand la pointe est nue, ou garnie de moelle de sureau, de balles d'étain, de gomme laque, de cire. Il est plus lent dans le cas de la gomme laque et de la cire, et devient insensible si on les remplace par une balle conductrice et polie.

Les dimensions relatives des différentes parties de l'appareil, les quantités d'électricité influent, comme on peut le prévoir, sur la manifestation du phénomène. D'une manière générale, il est bon que l'axe de rotation n'ait pas une grande hauteur, et que la différence entre le rayon du disque et la distance de la pointe à l'axe de rotation ne soit pas trop considérable [1].

Fig. 2.



Si l'axe de rotation est excentrique, avec la pointe nue, on obtient des résultats qui dépendent de la position initiale.

Le mouvement, rapide au départ si IK′L′ représente la position initiale, va se ralentissant très-visiblement en IK″L″ et au-dessus

(1)

Rayon du disque	9	centimètres.
Rayon du tourniquet	12	»
Hauteur de l'axe de rotation	5	»
Longueur de la pointe	2	»

du disque, jusqu'à une position voisine de IK‴L‴, à partir de laquelle le mouvement s'accélère de nouveau. Au bout de deux tours, ces variations de vitesse ne sont plus sensibles.

Si la position initiale est IKL, en IK″L″ le tourniquet s'arrête et l'électroscope de Henley accuse une déperdition considérable.

On peut trouver dans le voisinage de IK‴L‴ une nouvelle position d'équilibre.

Supposons que les quatre positions de la pointe représentent les quatre branches d'un tourniquet ordinaire, il est clair que le mouvement se produira. On se trouve sensiblement ici dans le cas de l'expérience ordinaire.

Avec les diverses substances employées pour masquer la pointe, les mêmes circonstances générales se produisent; les positions d'équilibre s'obtiennent plus facilement avec la gomme laque et la cire.

On se rend compte facilement de tous ces résultats en remarquant que, pour les différentes positions, les portions du disque qui agissent soit dans un sens soit dans l'autre sont ou égales ou inégales. Dans la position IK″L″ par exemple, si l'on réduit l'effet à celui qui se produit sur la pointe, toute la portion du disque à gauche de la droite IL″ agit pour résister, dans le cas où la pointe est nue, à l'action de l'autre position du disque jointe à la réaction de l'air.

Les surfaces des balles de sureau et d'étain peuvent être regardées comme hérissées de pointes orientées dans toutes les directions et sur lesquelles s'exerceront des répulsions dont la résultante aura une direction identique avec celle de la force qui agit lorsque la période est nue.

La gomme laque joue le même rôle que l'air comme corps isolant et conserve à la pointe son pouvoir spécifique.

La cire se trouve dans le même cas.

Les anomalies que présente le tourniquet complet placé sur la machine rentrent dans les faits précédents. La position initiale, quand les pointes seront masquées par de la cire ou de la gomme laque, aura une grande influence sur le sens du mouvement, qui devra tendre, du reste, dans les conditions les plus favorables, à se produire dans le sens ordinaire.

EFFETS BRISANTS PRODUITS PAR LA VAPORISATION INSTANTANÉE D'UN FIL MÉTALLIQUE;

PAR M. C.-M. GUILLEMIN.

On peut montrer que la vaporisation instantanée d'un fil métallique produit des effets brisants comparables à ceux des poudres fulminantes.

Je réduis le fil en vapeur au moyen de l'électricité. Le courant de la batterie, ou autrement de la bouteille de Leyde, détermine une élévation brusque de température lorsqu'il traverse un fil de métal. La décharge de cinq ou six grandes jarres, chargées par la bobine de Ruhmkorff ou la machine de Holtz, suffit pour fondre 45 à 50 centimètres d'un fil de fer ou de platine de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre.

Si l'on fait passer cette décharge à travers une longueur plus petite de ces fils (15 à 20 centimètres), la fusion est accompagnée d'une projection de globules incandescents, surtout avec le fer. Enfin, si l'on réduit la longueur du fil à 2 ou 3 centimètres, la formation de la vapeur est si rapide qu'il y a une véritable explosion.

Il suffit de faire arriver au fond d'un verre les deux branches d'un excitateur disposé pour la fusion des fils métalliques. On met entre les deux pinces qui sont dans le verre 2 ou 3 centimètres de fils de fer ou de platine, ayant au plus $\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre, puis on remplit le vase avec de l'eau. Quand on fait passer à travers le conducteur la décharge d'une batterie de six grandes jarres, la vapeur du fil métallique brise le verre; l'eau, qui est projetée à quelques centimètres de hauteur, a résisté par son inertie à la pression de la vapeur métallique qui, en s'exerçant sur les parois du verre, en détermine la rupture. Dans mes cours, je compare ces effets à ceux d'une torpille de guerre; mais l'expérience est sans danger.

WARBURG. — Ueber die Zerstreuung der Elektricität in Gäsen (Sur la déperdition de l'électricité dans les gaz); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 578; 1872.

On sait qu'un corps perd son électricité, et par suite de l'imperfection des isolateurs qui le supportent, et par l'action de l'air. Si les

supports isolants ont un faible diamètre, leur influence peut être négligée et la déperdition est attribuable à l'air; d'après Coulomb, pour un même état de l'air, la déperdition est proportionnelle à la tension : loi analogue à celle de Newton relative à la chaleur. Riess, Dellmann et Matteucci ([1]) ont étudié ce sujet de la déperdition de l'électricité, qui vient d'être repris par M. Warburg. Ce dernier emploie une balance de Coulomb, en verre, hermétiquement fermée, de telle sorte qu'on puisse y faire le vide et y introduire différents gaz. La tension du gaz est donnée par un manomètre. Une aiguille de gomme laque, de 1 millimètre environ de diamètre, supporte un disque de clinquant de 17 millimètres de diamètre. Elle est attachée à une suspension bifilaire formée de deux fils de soie sans torsion, et porte en son milieu un petit miroir plan argenté. On vise dans ce miroir avec une lunette l'image d'une règle divisée, et l'on détermine ainsi la position exacte de l'aiguille. L'ensemble des fils de soie et des deux petites tiges de bois horizontales qui les maintiennent écartés est supporté par un fil métallique qui pénètre à frottement dans une douille. Celle-ci porte un cercle divisé et peut tourner dans la garniture en cuivre qui termine le tube de la balance, comme dans la balance de Coulomb. Le fond et les parois de la cage de la balance sont revêtus d'une enveloppe métallique qui communique constamment avec le sol, afin d'éviter les erreurs qui résultent de l'influence qu'exercent sur l'aiguille mobile les parois de verre qui ne tardent pas à être électrisées.

L'enveloppe métallique porte à la hauteur de l'aiguille une petite tige de gomme laque terminée par un disque de clinquant de même dimension que le disque de l'aiguille. On a pratiqué dans cette enveloppe une ouverture fermée par une glace à faces parallèles qui permet d'apercevoir le miroir. Elle laisse en outre passer un fil de cuivre, isolé, terminé à l'intérieur par un bouton et pouvant tourner dans une douille.

C'est à l'aide de ce fil que l'on électrise les deux disques, mobile et fixe, lorsqu'ils sont en contact. La partie du fil de cuivre qui pénètre dans la cage est recourbée; en la faisant tourner, on amène le bouton au contact de l'enveloppe métallique intérieure, et l'on met le fil et cette enveloppe en communication permanente avec

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVIII, p. 385.

le sol. Lorsque les deux disques ont reçu des charges égales de la même électricité et qu'ils se repoussent, on peut les maintenir à une distance constante pendant toute la durée d'une expérience, en manœuvrant convenablement le cercle divisé supérieur. On relève encore la position de ce cercle ou l'angle dont il a tourné à l'aide d'un petit miroir plan qui y est fixé.

En appelant Q_0, Q'_0 les quantités d'électricité réparties sur chacun des deux disques au commencement de l'expérience; Q_1, Q'_1, Q_2, Q'_2 ces quantités au bout des temps t_1, t_2; θ_1 et θ_2 les angles dont on a fait tourner le cercle divisé pour maintenir constante la distance des deux disques, e la base des logarithmes naturels, $2p$ le temps après lequel une charge Q est réduite de $\frac{1}{e}$ Q, la loi de Coulomb donne

$$Q_1 = Q_0 e^{-\frac{1}{2p}t_1}$$

et des formules analogues pour Q'_1, Q_2 et Q'_2. On a encore

$$A \sin\theta_1 = Q_1 Q'_1 \quad A \sin\theta_2 = Q_2 Q'_2,$$

d'où

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = e^{-\frac{1}{p}(t_2-t_1)} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{p} = \frac{\log\sin\theta_1 - \log\sin\theta_2}{(t_2 - t_1)\log e}.$$

$\frac{1}{p}$ doit être constant, si la loi de Coulomb est vraie; c'est le coefficient de déperdition.

M. Warburg s'est occupé de la déperdition qui est due aux supports isolants. Elle est tout d'abord relativement grande, plus grande que la perte due à la présence de l'air, parce que les baguettes de gomme laque s'électrisent par leur contact avec les disques et soutirent une proportion notable d'électricité. Mais lorsque ce contact est suffisamment prolongé, après sept heures, par exemple, cette déperdition atteint une valeur à peu près constante, et elle est plus faible que celle qui est due à l'air pris à la pression de $0^m,760$.

C'est à ce moment, lorsque les supports isolants sont *saturés* d'électricité, que l'on commence les expériences relatives à la déperdition due aux gaz. M. Warburg rejette l'explication de M. Riess, qui pense que l'air intérieur de la balance est plus ou moins fortement élec-

trisé, suivant que les disques reçoivent une charge plus ou moins forte, et qu'alors il soutire ensuite d'autant moins d'électricité que la charge est plus forte. Il n'admet pas davantage un changement dans le pouvoir conducteur des supports ou dans la déperdition qu'éprouvent, pour leur propre compte, les supports. Il y a pourtant dans l'état électrique des supports des changements qui expliquent, d'après lui, les différences qu'on observe dans les nombres obtenus.

En opérant sur des supports saturés, il trouve que la loi de Coulomb est vérifiée. Matteucci avait trouvé la déperdition constante pour des quantités d'électricité comprises entre certaines limites.

Il reconnaît, comme Matteucci, qu'elle est la même dans l'air et dans l'acide carbonique. Le physicien italien ajoutait l'hydrogène; M. Warburg trouve qu'avec ce gaz la déperdition est réduite de moitié.

La déperdition est la même pour les deux espèces d'électricité, résultat déjà donné par Biot. Matteucci ne l'admet que pour de fortes tensions : si la tension est faible, il dit que le fluide négatif se perd plus rapidement. L'air humide ne donne pas une déperdition plus grande que l'air sec. Tel est le résultat des expériences de Warburg, Coulomb et Matteucci, qui, n'opérant pas avec des supports saturés, avaient observé que la perte augmentait avec la quantité d'humidité.

La perte d'électricité diminue sensiblement lorsque l'air passe d'une tension de $0^{m},760$ à la tension $0^{m},380$. Si on le raréfie jusqu'à 70 millimètres la perte primitive est réduite au tiers. Est-ce l'effet du gaz seul, ou bien une partie de la déperdition doit-elle être attribuée aux poussières qui flottent dans l'air et dont il est presque impossible de le débarrasser? C'est ce que M. Warburg n'a pu décider par une expérience directe. Il y a une influence manifeste de ces poussières dans certaines expériences. Ainsi, en amenant l'air et l'acide carbonique à une tension d'une demi-atmosphère, on trouve tout d'abord une déperdition plus forte qu'elle ne le sera lorsque le gaz sera resté longtemps dans la balance; ce que M. Warburg explique en disant que, dans le second cas, les poussières se sont en partie déposées. Ce dépôt doit être plus rapide dans l'air raréfié et dans l'hydrogène que dans l'air atmosphérique. Cependant on peut admettre que ces poussières ne jouent pas un rôle essentiel dans l'acte de la déperdition.

Il faut remarquer que, si la dissémination de l'électricité dans les gaz diminue avec la densité, il n'en est plus de même de la facilité qu'ils ont à livrer passage aux décharges électriques, car on sait que la longueur de l'étincelle est plus grande dans l'air raréfié et l'hydrogène que dans l'air atmosphérique. Enfin, ces expériences ne sauraient être étendues au cas où un corps électrisé est isolé dans une grande masse de gaz, loin de tout autre corps conducteur ou non. Le disque mobile est, dans le cas qui nous occupe, sous l'influence du disque fixe, des supports électrisés, des parois de la balance, et cela doit influer sur la perte d'électricité qu'il éprouve.

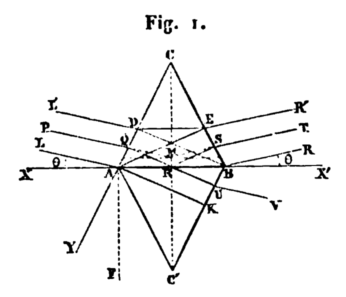
E. GRIPON,
Professeur à la Faculté des Sciences de Rennes.

LISTING. — Ueber das Reflexionsprisma (Sur le prisme à réflexion totale); *Nouvelles de la Société royale des Sciences et de l'Université de Georges-Auguste;* 1871.

La monographie dont nous donnons ici une analyse très-succincte a pour objet de déterminer les conditions d'où dépend la netteté des images observées à travers un prisme à réflexion totale, et de fixer les relations qui lient la déviation des rayons lumineux aux dimensions et à l'angle du prisme employé.

L'auteur borne son étude au cas pratique où le rayon incident PQ (*fig.* 1) pénètre dans le prisme isocèle ABC par la face AC, se réflé-

Fig. 1.

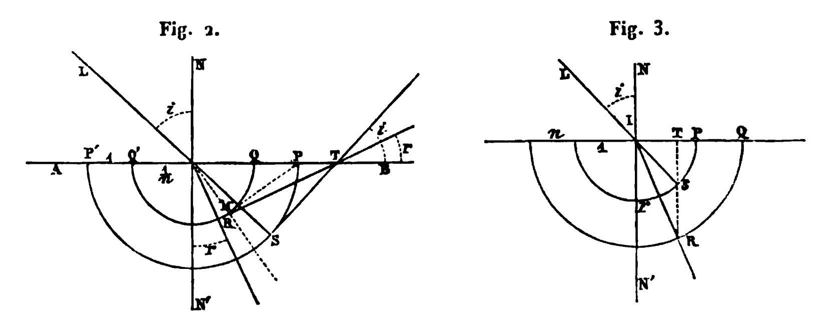


chit sur sa base, et émerge par la face BC après deux réfractions et une seule réflexion. Construisons le triangle AC'B, symétrique de AB. On voit qu'à la réflexion près on peut remplacer le trajet PQRST du rayon lumineux par le trajet PQRUV, que l'on supposera effectué à travers une lame CAC'B de même matière que le

prisme. Il suit de là que le prisme à réflexion totale isocèle est achromatique, et jouit seul de cette propriété.

Quand un faisceau de lumière parallèle tombe sur une glace plane, le faisceau émergent est parallèle au faisceau incident et de même ouverture. Quand un tel faisceau LL′ tombera sur le prisme ABC, le faisceau émergent RR′ sera symétrique du premier par rapport à CC′, et de même ouverture; il en serait de même s'il avait été réfléchi par un miroir M parallèle à la base, dont la position, déterminée par l'intersection d'un rayon incident PQM et du rayon émergent correspondant MST, varie avec la direction du faisceau LL′. La figure montre que dans ce cas une portion CDE du prisme est inutile. Le constructeur pourra au besoin la supprimer, après en avoir fixé la grandeur par la construction géométrique du rayon incident L′D correspondant au rayon intérieur extrême BD, ou, ce qui revient au même, du rayon réfracté AK correspondant à LA (1).

(1) Il sera peut-être utile de rappeler ici la construction géométrique en question. Soient AB (*fig.* 2) la surface de séparation des deux milieux, n l'indice du milieu inférieur par rapport au milieu supérieur, I le point où le rayon incident rencontre la surface AB, LI le rayon incident. Du point I comme centre, avec des rayons respectivement égaux à 1 et à $\frac{1}{n}$, on décrit les demi-circonférences P et Q. Le rayon LI prolongé rencontre la circonférence P en S. On mène la tangente ST, et du point de rencontre T avec AB la tangente TR à la circonférence Q. Le rayon réfracté est IR. Les triangles TIS, TIR donnent $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, conformément à la loi de Descartes. La valeur de l'angle limite MIN′ se détermine en menant par le point P la tangente à la circonférence Q, et joignant le point de contact au point I.



On peut aussi du point I (*fig.* 3) décrire deux demi-circonférences P et Q de rayons 1 et n. Le rayon LI est prolongé jusqu'à sa rencontre en S avec la circonférence P. La parallèle SR à la normale NN′ détermine par son intersection avec la circonférence Q le rayon réfracté IR. On a encore ici $\frac{\sin i}{\sin r} = n$.

Remarquons que si AK coïncide avec AC′ la totalité du prisme doit être conservée; enfin que si AK est extérieur à l'angle BAC′ le faisceau incident se trouvera limité par la dimension de la face d'entrée AC, et que le prisme pourra être tronqué sur les angles A et B, de manière à supprimer la portion de la base devenue inutile.

Il convient de déterminer entre quelles limites devra être compris l'angle $\theta = LAX$ des rayons incidents avec la base du prisme pour que la réflexion ait lieu. Il faut, pour cela, que la direction du rayon réfracté AK soit comprise entre AB et AF, perpendiculaire à AB. En dehors de ces limites, le rayon réfracté par la face AC ne se réfléchirait pas, ou émergerait après réflexion par la face d'entrée, ce qui est contraire à notre hypothèse. Il se peut que toutes les directions possibles, comprises soit dans l'angle XAC, soit dans l'angle YAX, donnent des rayons réfractés admissibles à la réflexion : c'est par exemple ce qui arrive quand l'angle $C = 90°$, et que l'indice est supérieur à $\sqrt{2}$; et alors le champ total du prisme est égal à 180 degrés [1]. Il se peut aussi que l'angle du prisme et l'indice soient tels, que l'un des rayons réfractés extrêmes correspondant aux rayons rasants YA, CA soit extérieur à l'angle BAF. Le champ est alors limité du côté du rayon rasant supprimé par le rayon incident correspondant au dernier rayon réfracté AB ou AF.

Le champ total que nous venons de déterminer comprend un champ de réflexion partielle, dont l'usage est à peu près nul, et un champ de réflexion totale qu'il importe surtout de connaître dans la pratique. Les deux régions sont séparées, intérieurement au prisme, par le rayon réfracté, qui fait, avec la normale à la base, un angle égal à l'angle limite.

La construction géométrique ordinaire des rayons réfractés permettra, dans tous les cas, de fixer l'étendue et les limites du champ total et du champ utile.

Nous renverrons au Mémoire original pour la discussion complète, qui ne présente d'ailleurs qu'un intérêt médiocre, et pour les nombreux tableaux numériques qui résument les résultats du cal-

---

[1] Il est à remarquer que le champ d'un miroir, défini comme ci-dessus, ne peut dépasser 90 degrés. On voit donc qu'il y aurait une erreur grossière à substituer dans tous les cas un simple miroir au prisme à réflexion totale. Dans celui-ci, c'est le champ *intérieur* qui a pour limite 90 degrés, la réfraction faisant pénétrer dans ce champ un faisceau beaucoup plus épanoui extérieurement au prisme.

cul. Nous nous bornerons à citer les nombres suivants, relatifs au cas du prisme droit et du prisme équilatéral. L'angle V, auquel se rapporte la dernière colonne, est l'angle que fait, avec la normale à la face AC, le rayon incident qui sépare le champ de réflexion totale du champ de réflexion partielle.

SUBSTANCES.	INDICES.	PRISME DROIT.			PRISME ÉQUILATÉRAL.		
		Champ total.	Champ de réflexion totale.	Angle V	Champ total.	Champ de réflexion totale.	Angle V.
Verre.......	1,5	180°	94°47′	4°47′	138°35′	76°30′	27°55′
Crown-glass.	1,55	180°	96°8′	6° 8′	140°48′	82°30′	31°42′
Flint-glass...	1,625	180°	101°27′	11°27′	144°21′	91°54′	37°33′

On sait que l'usage donne le plus souvent au prisme à réflexion totale la forme d'un prisme droit isocèle. Ce choix offre l'avantage de fournir un champ total plus étendu que celui des prismes aigus ou obtus; mais, d'un autre côté, le tableau ci-dessus montre que, pour un indice peu élevé, le rayon normal au prisme droit est très-voisin du rayon limite qui sépare le champ de réflexion partielle du champ de réflexion totale. Or, pour l'œil, la séparation des deux champs est manifestée par un arc bleu, qui rend l'emploi du prisme impossible pour les derniers faisceaux réfléchis totalement. Si donc on tient à conserver l'incidence normale pour l'axe d'un faisceau divergent d'un angle notable, on devra avoir recours à des prismes aigus, par exemple au prisme équilatéral.

L'emploi d'une incidence normale dans le cas de faisceaux convergents et divergents offre un avantage réel, mais dont il convient de ne point exagérer la valeur. Pour nous en convaincre, substituons encore au prisme ABC la lame ACBC′. L'effet d'une lame plane réfringente à faces parallèles sur un faisceau divergent issu d'un point lumineux L est bien connu des physiciens. On sait que les rayons, après les deux réfractions subies à l'entrée et à la sortie, sont normaux à un ellipsoïde de révolution, dont l'excentricité ne dépend que de l'épaisseur et de l'indice de la lame, nullement de sa distance au point lumineux. Le lieu des intersections successives

des rayons se réduit ainsi à la normale abaissée du point L sur la lame (axe de révolution de l'ellipsoïde) et à une surface caustique ayant pour méridienne la développée de l'ellipse méridienne de la surface de l'onde.

Si l'on se borne à considérer un faisceau lumineux oblique de faible ouverture, les portions correspondantes de la surface caustique et de la normale se réduisent en général à deux éléments sensiblement rectilignes et perpendiculaires l'un à l'autre. Entre ces deux *lignes focales* le faisceau lumineux est très-étranglé, et présente, en un point déterminé, une section à peu près circulaire, à laquelle on donne le nom de *cercle de plus petite aberration*. L'œil, placé de manière à recevoir le faisceau, rapportera l'impression lumineuse sur le plan de ce cercle; et si celui-ci présente des dimensions appréciables, l'image manquera de netteté.

Le cas des rayons convergents vers un foyer réel ne se distingue du précédent qu'en ce qu'il fournit des lignes focales réelles et un cercle réel de plus petite aberration. Dans les deux cas, le rayon de ce cercle croît avec l'obliquité du faisceau. Si celui-ci devient normal tout en demeurant infiniment mince, les deux lignes focales se confondent au sommet de la surface caustique, et le cercle de plus petite aberration se réduit à un véritable foyer réel ou virtuel. On peut fixer sa position en disant que la réfraction déplace le point de concours des rayons d'une quantité assez faible et dans le sens de leur marche.

Cela posé, l'effet d'un prisme sur un faisceau étroit (normal ou oblique) de lumière convergente ou divergente pourra être calculé d'après les formules établies par l'auteur et grâce à la substitution au prisme ABC de la lame ACBC'. Cet effet a été spécialement déterminé pour le cas de l'interposition d'un prisme à réflexion totale entre l'objectif et l'oculaire d'une lunette astronomique ou d'un microscope, et dans des conditions exceptionnellement défavorables d'épaisseur du prisme et d'obliquité des rayons. La grandeur du cercle d'aberration, introduit par l'emploi du prisme, est encore notablement inférieure aux plus petites quantités appréciables dans ces instruments. Il n'est donc point indispensable de s'en tenir pour les faisceaux divergents à l'incidence normale, et l'on peut même, sans crainte d'altérer la netteté des images, introduire à la suite l'un de l'autre plusieurs prismes à réflexion totale dans un même

appareil. Stephenson a donné récemment cet exemple dans la construction d'un microscope binoculaire.

E. Bouty.

BUFF. — Ueber die Ausdehnungwärme fester Körper (Sur la chaleur de dilatation des corps solides); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 626; 1872.

Une barre métallique s'allonge si sa température s'élève; elle s'allonge également si on la soumet à la traction d'un poids. Le volume d'un corps peut de même s'accroître, et par l'effet d'une traction exercée sur toute sa surface, et par l'élévation de sa température. M. Buff se propose de calculer la grandeur de la traction qui produirait sur un corps le même effet que la chaleur, ou réciproquement, et de faire voir que la quantité de chaleur qui détermine la dilatation et qui produit un travail extérieur équivalent à celui de la traction n'est toujours, dans les métaux, qu'une faible partie de celle que le corps absorbe.

Le premier calcul exige la connaissance du coefficient de dilatabilité ou de compressibilité cubique du corps; l'expérience ne donne que le coefficient d'allongement. M. Buff admet avec Wertheim que, dans les corps homogènes, les coefficients linéaire et cubique de dilatabilité ou de compressibilité sont égaux. On sait que, dans ses leçons sur l'élasticité, Lamé fait à ce sujet quelques réserves. Admettons cette loi, et prenons pour exemple le fer. Le coefficient de dilatabilité cubique sera $\alpha = 0{,}0000481$. Un décimètre cube de fer, supportant sur chacune de ses faces une traction de 1 kilogramme par millimètre carré, ou 1000 kilogrammes sur chaque face, se dilate de $0^{dc}{,}0000481$. Son coefficient de dilatation cubique est $\beta = 0{,}0000350$; pour que, en partant de 0 degré, il prît, par l'action de la chaleur, le même accroissement de volume, il faudrait que sa température s'élevât de $\frac{\alpha}{\beta} = 1^{\circ}{,}374$.

Le travail accompli par la chaleur est de

$$1000^{k} \times 0^{m}0000481 = 0^{kgm}{,}0481,$$

car, d'après la loi de Wertheim, chaque arête s'allonge de $\frac{0^{m}{,}0000481}{3}$.

Le poids du cube de fer $\delta = 7^{k}{,}757$, sa chaleur spécifique $S = 0{,}1098$;

donc la quantité de chaleur qu'on lui a fournie est $\frac{\delta s \alpha}{\beta} = 1^{cal},170$.

Transformé en chaleur, le travail $0^{kgm},0481$ équivaut à $\frac{0,0481}{420}$, en prenant un nombre rond 420 pour équivalent mécanique de la chaleur. On trouve ainsi $0^{cal},0001145$.

Cette quantité de chaleur n'est qu'une faible portion de la chaleur totale 1,170 donnée au fer. En représentant celle-ci par 10000, la première est 0,98. Remarquons que $0,0001145 = \frac{1000 \times \alpha}{420}$, que $1,170 = \frac{\delta s \alpha}{\beta}$. Désignons par $\frac{\lambda}{10000}$ le rapport des deux quantités de chaleur, on a $\frac{\lambda}{10000} = \frac{\beta}{0,42 . \delta . s}$, quantité indépendante de α. Ainsi le calcul de λ n'exige pas que l'on connaisse le coefficient de compressibilité des corps. C'est ainsi que M. Buff a calculé pour un certain nombre de corps les valeurs de λ qui représentent, en dix millièmes, la fraction de la chaleur totale donnée au corps qui se transforme en travail et produit la dilatation, fraction qui est toujours très-petite. Voici le tableau qu'il donne :

	k
Fer	0,980
Cuivre	1,446
Argent	2,378
Or	1,899
Platine	0,920
Plomb	5,800
Verre	1,441
Eau	3,810

Le calcul suppose constant le coefficient de dilatation et la chaleur spécifique; il ne peut donc s'étendre au delà des températures ordinaires. Notons encore deux conséquences d'un tel calcul. λ représente ce qu'on a appelé chaleur latente de dilatation; elle doit avoir peu d'influence sur la grandeur des chaleurs spécifiques des atomes du corps. En second lieu, lorsqu'on soumet un corps à une forte compression, il n'y a qu'une faible partie du travail employée à faire varier le volume du corps; la plus grande partie se transforme en chaleur et la température du corps s'élève.

E. Gripon,
Professeur à la Faculté des Sciences de Rennes.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXVI. — Juin 1872.

ISIDORE PIERRE et ÉD. PUCHOT. — *Observations sur la distillation simultanée de plusieurs liquides non miscibles ou sans action dissolvante sensible l'un sur l'autre*, p. 145.

BERTIN. — *Revue des travaux de physique publiés à l'étranger*, p. 255.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIII. — Juin 1872.

CHALLIS. — *Nouvelle discussion de la théorie électrodynamique du magnétisme*, p. 401.

SAMUEL SHARPE. — *La lune vue à l'œil nu*, p. 427.

ROBERT MOON. — *Sur la manière dont les instruments à cordes donnent naissance aux ondulations sonores dans l'atmosphère ambiante*, p. 439.

CLAUSIUS. — *Sur les objections élevées par M. Tait contre ma méthode de traiter les questions de la théorie mécanique de la chaleur*, p. 443.

ZÖLLNER. — *Origine du magnétisme terrestre et relations magnétiques des corps célestes*, p. 446.

Comptes rendus des Sociétés savantes, p. 472.

Mélanges, p. 473.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLVI. — No 5. — Juin 1872.

G. QUINCKE. — *Recherches expérimentales d'optique.* — XV. *Sur les réseaux*, p. 1.

E. HAGENBACH. — *Recherches sur la fluorescence*, p. 65.

A.-M. MAYER. — *Expérience d'acoustique, montrant qu'un corps vibrant animé d'un mouvement de translation donne des longueurs d'onde différentes de celles qu'il produit au repos*, p. 110.

C. MARANGONI. — *Nouvelle méthode pour développer dans l'œil les images accidentelles*, p. 115.

J.-G. GALLE. — *Aurore boréale du 4 février, et méthode pour déterminer la hauteur des rayons de l'aurore*, p. 133.

CHRISTIANSEN. — *Dispersion de la fuchsine*, p. 154.

CHRISTIANSEN. — *Nouvelle pompe à eau*, p. 155.

SEKULIC. — *Les rayons ultra-violets sont immédiatement visibles*, p. 157.

SUR LES MESURES ÉLECTROSTATIQUES

(TROISIÈME PARTIE);

Par M. A. CORNU.

L'analogie entre la température et le potentiel électrique se complète au point de vue des *conditions de communication* de la chaleur ou de l'électricité, se poursuit au point de vue de l'*influence* qu'exerce à distance un corps échauffé ou électrisé.

De même que dans le voisinage d'un corps échauffé la température se distribue suivant une loi qui dépend de la forme du corps et de sa distance au point considéré, de même autour d'un conducteur électrisé on constate un état particulier tel que les corps conducteurs qu'on approche peuvent, dans certaines conditions, s'électriser eux-mêmes; on dit alors qu'ils sont électrisés par *influence*. Il est facile de trouver dans ces phénomènes la mesure de la *température électrique* qui se distribue autour des conducteurs électrisés, ou, pour conserver le langage des géomètres, de déterminer la distribution du *potentiel* autour de ces conducteurs.

Définition et détermination du potentiel extérieur en un point de l'espace dans le voisinage d'un conducteur électrisé.

Considérons un conducteur électrisé et approchons à une certaine distance une sphère isolée non électrisée et de dimensions assez petites pour que son action sur le conducteur soit négligeable. L'état électrique de la petite sphère aura varié; son potentiel, qui était nul au début, c'est-à-dire lorsque sa distance au conducteur était très-grande, acquiert une certaine valeur qui s'exprime aisément, d'après ce qu'on a vu plus haut sur les conditions d'équilibre électrostatique : en effet, connaissant la forme du conducteur et la quantité d'électricité distribuée à sa surface, on écrira que pour tous les points de l'intérieur de la sphère le potentiel est constant.

La somme $\sum \frac{m}{r}$ qu'on aura à considérer se composera de deux parties : l'une comprenant les masses électriques du conducteur di-

visées respectivement par leur distance au point considéré intérieur à la sphère, l'autre comprenant les masses électriques m' réparties sur la sphère divisées par leur distance r' au même point. Soit V la valeur constante du potentiel intérieur à la sphère, on aura

$$V = \sum \frac{m}{r} + \sum \frac{m'}{r'}.$$

L'analyse mathématique prouve que le problème est toujours possible, c'est-à-dire qu'il existe toujours une valeur V de cette somme de fonctions qui reste la même, quel que soit le point intérieur considéré. Nous pouvons simplifier beaucoup le calcul de cette constante en choisissant le centre de la sphère comme point par rapport auquel on effectue les sommations : toutes les distances r' deviennent égales à ρ, rayon de la sphère, et l'on a

$$V = \sum \frac{m}{r} + \frac{1}{\rho} \Sigma m'.$$

Mais la sphère étant, par hypothèse, non électrisée au début, et aucune quantité d'électricité ne lui ayant été cédée, elle possédera autant d'électricité positive que d'électricité négative, donc $\Sigma m' = 0$; il reste

$$V = \sum \frac{m}{r}.$$

Il en résulte que le *potentiel intérieur* de la petite sphère isolée est mesuré par la valeur du *potentiel extérieur* du conducteur électrisé rapporté au centre de la sphère.

On nomme, en effet, *potentiel extérieur* d'un conducteur, l'expression $\sum \frac{m}{r}$ dans laquelle les distances r sont comptées, non plus à un point intérieur comme précédemment, mais à un point extérieur. Le potentiel extérieur d'un conducteur électrisé n'est pas constant comme son potentiel intérieur ; il varie pour chaque point de l'espace, depuis la valeur V, qu'il possède à la surface et dans tout l'intérieur du conducteur, jusqu'à la valeur *zéro* qu'il prend pour les points situés à l'infini ; on doit donc toujours spécifier le point de l'espace par rapport auquel on considère le potentiel extérieur d'un conducteur donné.

Cette définition étant posée, l'expérience décrite plus haut nous

fournit précisément la définition et la détermination expérimentales du *potentiel extérieur* en chaque point de l'espace.

Considérons donc cette sphère qui, sans charge primitive, se trouve posséder comme potentiel intérieur la valeur même du potentiel extérieur du conducteur électrisé correspondant au point de l'espace où est placé son centre.

Si on éloignait cette sphère à une distance considérable, on la ramènerait au potentiel zéro, c'est-à-dire à son état primitif; mais si, avant de l'éloigner, on la met un instant en communication avec le sol, son état électrique sera complétement modifié : en effet, son potentiel intérieur devient nul, et la nouvelle équation d'équilibre est maintenant

$$o = \sum \frac{m}{r} + \frac{1}{\rho} \Sigma m'.$$

Elle n'est plus à l'état naturel, elle est chargée d'une quantité d'électricité $M' = \Sigma m'$ telle que

$$\frac{M'}{\rho} = - \sum \frac{m}{r} = - V_e,$$

V_e étant le potentiel extérieur du conducteur électrisé correspondant au centre de la sphère dans la position qu'elle occupait au moment où on l'a mise en communication avec le sol.

Il en résulte que, si on éloigne cette sphère à une distance assez grande pour que l'influence du conducteur soit négligeable, son potentiel intérieur devient $\frac{M'}{\rho}$, c'est-à-dire égal et de signe contraire à V_e. On mesure M' par les moyens indiqués précédemment et on calcule la valeur de V_e.

La balance de Coulomb suffit donc pour résoudre le problème qu'on s'était proposé, à savoir la mesure en chaque point de l'espace du potentiel électrique produit par l'influence d'un conducteur électrisé : on désigne quelquefois par l'expression de *champ électrique* l'ensemble des points de l'espace où cette influence se fait sentir.

La règle pratique consiste donc à approcher une petite sphère isolée jusqu'au point désigné, à la mettre un instant en communication avec le sol et à l'éloigner à une distance suffisante en la main-

tenant isolée : le potentiel cherché s'obtiendra en divisant par le rayon de la petite sphère la quantité d'électricité prise en signe contraire qui se trouve alors répartie sur sa surface.

L'exemple que nous venons de traiter en détail est un type de l'analyse à employer dans l'étude des phénomènes de l'électrisation par influence. Malgré sa simplicité, il offre toutes les particularités que présenterait le cas général ; il montre bien dans quelle confusion on tombe nécessairement quand on ne veut pas recourir à la notion de potentiel. Ainsi, comment peut-on rendre compte des deux états que présente la sphère au milieu du champ électrique, avant et après sa communication avec le sol?

Dans le premier cas elle a une charge nulle, et pourtant elle est au potentiel V ; dans le second elle a une charge M et un potentiel nul. C'est alors qu'on est obligé de parler d'*électricité dissimulée* qui n'a pas de *tension apparente*, laquelle doit être distinguée d'avec l'*électricité libre,* etc., qui possède une *tension,* etc., etc. Ces expressions, nées de la considération de faits réels mais mal analysés, sont absolument inexactes, sinon vides de sens, et doivent être bannies d'un enseignement sérieux ; nous ne saurions trop le recommander aux professeurs qui ont à cœur d'être clairs et précis dans l'exposition d'une théorie aussi simple que celle de l'électrostatique.

Remarque I. — La même méthode s'appliquerait à la détermination du potentiel intérieur d'un conducteur électrisé creux, s'il n'y avait pas pratiquement une impossibilité matérielle à introduire une sphère d'épreuve dans l'intérieur d'une surface fermée ; toutefois, au point de vue expérimental, on peut souvent, sans changer notablement les propriétés électriques d'un conducteur creux, y pratiquer des ouvertures, découper des parties mobiles, etc., en un mot adapter un certain nombre de dispositifs mécaniques qui rendent faciles des expériences matériellement impossibles. Sans vouloir entrer ici dans aucun détail, il suffira de dire que l'on peut toujours se rendre un compte approximatif de l'effet de ces altérations, en comparant le problème d'équilibre électrique qu'on veut résoudre au problème correspondant d'équilibre calorifique où l'on remplacerait la surface du conducteur électrisé par une surface échauffée : la conservation de la température correspond à la conservation du potentiel. On peut dès lors, sans calcul, apercevoir si l'altération des

conditions théoriques porte une atteinte grave au résultat qu'on a en vue ([1]), et prévoir la forme des dispositifs à adopter pour corriger les défauts qu'on aurait fait naître.

Remarque II. — La méthode indiquée ne serait plus exacte si on l'appliquait à la détermination du potentiel en un point trop voisin de la surface du conducteur électrisé, parce qu'on ne pourrait plus négliger l'influence de la sphère d'épreuve sur la distribution électrique de ce dernier. Il y aurait donc lieu, théoriquement, d'appliquer une correction au résultat obtenu; mais, expérimentalement, la difficulté est beaucoup moins grave en général, à cause de la continuité complète que présentent les valeurs du potentiel, depuis la surface, où elle peut être déterminée avec exactitude, jusqu'aux points où la méthode précédente devient suffisamment approchée.

Distinction pratique des deux éléments qui caractérisent les phénomènes électriques.

La simplification qu'introduit dans l'analyse des phénomènes électriques l'introduction de la notion de potentiel est mise hors de doute par tout ce qui précède. Toutefois on pourrait objecter que cette notion, basée exclusivement sur des considérations mathématiques, n'est qu'une conception abstraite, utile à la vérité pour simplifier le calcul, mais sans réalité physique. Quelques réflexions suffiront pour montrer qu'il n'en est rien, et que tout physicien peut à première vue distinguer la *qualité* de la charge d'un conducteur, sans la confondre avec la *quantité* de cette charge, au moins dans les cas les plus ordinaires.

Le caractère pratique auquel on peut juger la *qualité* d'une charge électrique, c'est l'aspect de l'étincelle de décharge, c'est-à-dire la réduction à zéro du potentiel d'un conducteur donné.

Une étincelle longue, grêle et peu brillante, caractérise la décharge d'une faible quantité d'électricité à un haut potentiel; telle est celle du plateau de l'électrophore, d'un bâton de résine bien sec

---

([1]) *Voir* le Mémoire de M. Potier : *De la propagation de la chaleur et de la distribution de l'électricité*, p. 145.

frotté avec une peau de chat, d'une simple bande de papier séchée au feu et frottée sur un drap chauffé. Sans cette notion du potentiel, on serait très-embarrassé pour caractériser la nature des sources électriques comme celles qu'on vient de citer.

Au contraire, une étincelle courte, brillante, éclatant avec bruit, est le signe d'une charge forte en quantité, mais faible comme potentiel; c'est le cas des condensateurs ou batteries électriques.

Les machines électriques sont des sources qui fournissent des quantités indéfinies d'électricité; mais la *qualité* de leurs charges est limitée à une certaine valeur de potentiel qu'elles ne peuvent dépasser, absolument comme les sources de chaleur dont la température est limitée par la nature de l'action qui les produit. Les machines de Holtz et de Bertsch, si répandues depuis quelques années, ont sur les anciennes machines l'avantage de fournir des quantités d'électricité à un très-haut potentiel : on peut en juger par la longueur des étincelles qu'elles produisent. C'est grâce à cette propriété qu'on peut, avec ces machines, obtenir les effets les plus puissants. On s'en rend un compte immédiat en remarquant que les effets mécaniques ou calorifiques des décharges électriques sont proportionnels au produit de la charge d'électricité par le potentiel de cette charge, produit qui mesure justement le *travail mécanique* qu'il a fallu dépenser pour amener les masses électriques à ce potentiel. Cette considération nouvelle, que nous ne faisons qu'indiquer, suffit pour faire comprendre la fécondité de cette notion nouvelle et pour montrer le lien qu'elle introduit entre l'électrostatique et la thermodynamique.

En résumé, le but de ce travail sera rempli si les physiciens ont pu y trouver les éléments simplifiés de la théorie rationnelle de l'électricité statique. Cette théorie toute française, créée par Coulomb et développée par Poisson et Laplace, puis par Green et Gauss, méritait d'être moins oubliée qu'elle ne l'est actuellement dans l'enseignement en France; c'est un véritable devoir que de travailler à la remettre en honneur chez nous.

ÉTUDES D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

(SECOND ARTICLE);

PAR M. A. LÉVISTAL.

III. — *Construction générale des ondes réfléchies ou réfractées.*

Nous pouvons maintenant aborder le problème général de la construction des ondes réfléchies ou réfractées. Soient deux milieux homogènes séparés par une surface continue; supposons que, dans l'un de ces milieux, se propage un système de rayons de même espèce, issus originairement d'un point lumineux situé dans ce milieu ou dans tout autre milieu homogène, mais n'ayant eu à traverser que des milieux homogènes. A ce système de rayons correspond un système d'ondes que nous nommerons *ondes incidentes*, et, comme les rayons sont de même espèce, chaque onde incidente est formée d'une nappe unique et continue. Lorsque les rayons incidents viennent à rencontrer la surface de deux milieux, la lumière se divise, du moins en général, en deux parties, dont l'une rebrousse chemin dans le premier milieu et est dite *réfléchie,* tandis que l'autre pénètre dans le second milieu et est dite *réfractée.*

Ceci posé, considérons l'onde incidente dans une certaine position S, où elle coupe la surface de séparation des deux milieux, et proposons-nous de trouver la position de l'onde réfléchie ou réfractée. Nous ferons usage du principe des ondes enveloppes. Supposons, en premier lieu, qu'il s'agisse de l'onde réfractée : des différents points de la courbe suivant laquelle l'onde S coupe la surface réfringente comme centres on décrira des surfaces d'onde caractéristiques du second milieu correspondant au temps T; on cherchera ensuite l'intersection de l'onde incidente postérieure de τ à l'onde S avec la surface réfringente, et des différents points de cette courbe comme centres on décrira des surfaces d'onde caractéristiques du second milieu correspondant au temps $T - \tau$. On donnera à τ toutes les valeurs positives comprises entre zéro et T, et toutes les valeurs négatives comprises depuis zéro jusqu'à une certaine valeur limite pour laquelle l'onde incidente devient tangente à la surface réfringente et cesse de la couper. L'enveloppe des portions situées dans

le second milieu des surfaces d'onde caractéristiques ainsi décrites des différents points de la surface réfringente comme centres sera l'onde réfractée au bout du temps T. En d'autres termes, de chaque point de la surface réfringente comme centre, on décrit une surface d'onde caractéristique du second milieu correspondant au temps $T - \tau$, τ étant l'intervalle qui s'écoule entre le moment où l'onde incidente passe par la position S prise pour origine et celui où elle passe par le point considéré, et τ étant pris positivement ou négativement suivant que le premier de ces deux moments est antérieur ou postérieur au second. L'enveloppe des portions situées dans le second milieu de toutes ces surfaces d'onde caractéristiques est l'onde réfractée demandée. Une construction absolument semblable donne la position de l'onde réfléchie au bout du temps T, mais, dans ce cas, les surfaces d'onde caractéristiques qu'on doit décrire des différents points de la surface réfléchissante comme centres sont celles du premier milieu, et c'est l'enveloppe des portions situées dans le premier milieu de ces surfaces d'onde caractéristiques qui est l'onde réfléchie cherchée.

Pour avoir les directions des rayons réfléchis ou réfractés qui proviennent d'un rayon incident donné, il faut chercher les points où la surface d'onde caractéristique décrite du point A où ce rayon incident rencontre la surface de séparation comme centre touche l'enveloppe commune, c'est-à-dire l'onde réfractée ou réfléchie, et joindre ces points au point A. Dans le cas de la réflexion, on obtiendra toujours par cette construction un rayon réfléchi unique si le premier milieu est monoréfringent, mais on pourra en trouver deux si ce milieu est biréfringent. Dans le cas de la réfraction, cette construction ne fournira jamais plus d'un rayon réfracté si le second milieu est monoréfringent, mais pourra en donner deux s'il est biréfringent.

Si le second milieu est biréfringent dans le cas de la réfraction, si le premier milieu est biréfringent dans le cas de la réflexion, l'onde réfléchie ou réfractée aura en général deux nappes, ce qui signifie qu'à un système de rayons incidents correspondent alors deux systèmes de rayons réfléchis ou réfractés, qui doivent être considérés comme d'espèce différente.

IV. — *Construction de Huyghens.*

La construction bien connue de Huyghens pour trouver la direction du rayon réfléchi ou réfracté, connaissant la direction du rayon incident et aussi celle du plan tangent à la surface réfléchissante ou réfringente au point d'incidence, se déduit aisément de la construction générale de l'onde réfléchie ou réfractée. Il suffit pour cela d'imaginer que le rayon incident fasse partie d'un système de rayons parallèles de même espèce, que la surface de séparation soit plane, et que cette surface se confonde avec le plan tangent à la surface réfléchissante ou réfringente au point d'incidence, hypothèses qui ne changent en rien la direction du rayon réfléchi ou réfracté. L'onde incidente est alors plane ainsi que l'onde réfléchie ou réfractée. Soient QA le rayon incident, P l'onde plane passant par le point d'incidence, P′ la position de l'onde plane réfléchie au bout d'un temps égal à l'unité compté à partir du moment où l'onde incidente occupe la position P. L'onde P′ est tangente à celle des nappes de la surface d'onde caractéristique décrite du point A comme centre et correspondant à l'unité de temps qui est de même nature que les rayons auxquels se rapporte cette onde P′, cette surface d'onde caractéristique étant celle du premier milieu s'il s'agit d'une réflexion, celle du second s'il s'agit d'une réfraction. En joignant le point de contact au point A, on a le rayon réfléchi ou réfracté cherché. Le plan P′ coupe d'ailleurs la surface plane de séparation des deux milieux suivant la même droite que l'onde incidente considérée dans la position qu'elle occupe au bout de l'unité de temps.

Pour trouver cette position de l'onde incidente, il suffit évidemment de décrire du point A comme centre la nappe de même nature que les rayons incidents de la surface caractéristique du premier milieu correspondant à l'unité de temps, et de mener à la portion de cette nappe qui est comprise dans le second milieu un plan tangent parallèle au plan P; on peut encore, ce qui revient exactement au même, mener à cette nappe, au point où elle est rencontrée par le rayon incident OA prolongé, un plan tangent, plan qui est nécessairement parallèle au plan P.

Nous arrivons à la construction suivante, qui n'est autre que celle de Huyghens. Du point d'incidence comme centre, on décrit les

surfaces d'onde Σ et Σ' caractéristiques du premier et du second milieu et correspondant à l'unité de temps. Par le point de rencontre du rayon incident prolongé avec la surface Σ, si le premier milieu est monoréfringent, avec celle des nappes de la surface Σ qui est de même nature que lui, si, le premier milieu étant biréfringent, le rayon incident est seulement ordinaire ou seulement extraordinaire, on mène un plan tangent à cette surface ou à cette nappe ; si, le premier milieu étant biréfringent, le rayon incident est à la fois ordinaire et extraordinaire, on mène par les points où ce rayon prolongé rencontre les deux nappes de la surface Σ des plans tangents à ces nappes. Pour avoir les rayons réfractés, par la droite ou par les droites d'intersection de ce plan tangent ou de ces plans tangents avec le plan tangent à la surface de séparation au point d'incidence, on mène autant de plans tangents qu'il est possible à la portion de la surface Σ comprise dans le second milieu et on joint les points de contact au point d'incidence ; pour avoir les rayons réfléchis, on mène par les mêmes droites d'intersection autant de plans tangents qu'il est possible à la portion de la surface Σ comprise dans le premier milieu, et on joint les points de contact au point d'incidence.

Nous ne nous arrêterons pas à discuter les conséquences connues qui résultent de cette construction pour les milieux biréfringents à deux axes, où la surface d'onde caractéristique présente des points singuliers et des plans tangents singuliers. Les phénomènes qui peuvent alors se produire pour certaines directions du rayon incident ont été étudiés au point de vue théorique par Hamilton, et expérimentalement par Lloyd, et constituent ce qu'on est convenu d'appeler la *réfraction conique intérieure ou extérieure*.

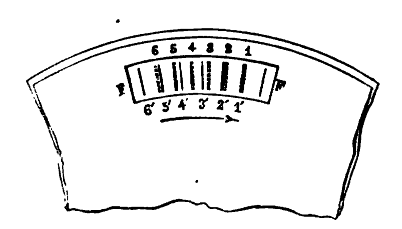
Tel est l'ensemble des principes fondamentaux de l'optique géométrique.

De ces principes on peut déduire les propriétés des foyers totaux et partiels et des lignes focales, la démonstration du tautochronisme des trajectoires lumineuses aboutissant au même foyer, la démonstration de la propriété générale des trajectoires lumineuses, la détermination et les propriétés des surfaces aplanétiques et caustiques.

LE CHRONOSCOPE A ÉTINCELLES ÉLECTRIQUES DE MM. F. LUCAS ET A. CAZIN.

Un disque opaque de 15 centimètres de diamètre porte sur son bord 180 traits transparents aussi fins que possible et équidistants, 1′, 2′, 3′,.... Un second disque opaque de même diamètre porte sur son bord 6 traits transparents équidistants, 1, 2, 3, 4, 5, 6. L'intervalle de deux traits consécutifs du premier surpasse l'intervalle de deux traits du second d'un sixième de sa valeur, de façon que le second disque forme un *vernier*, qui permet d'apprécier le sixième d'une division du premier. Ces deux disques sont disposés très-près l'un de l'autre, perpendiculairement à une droite passant par leurs centres. Le premier reçoit un mouvement de rotation uniforme; le second est fixe.

L'étincelle électrique éclate au foyer d'une lentille qui envoie sur les six traits du *vernier* des rayons parallèles à l'axe des disques. La direction de ces rayons rencontre de l'autre côté des disques l'objectif d'une lunette microscope, dans le champ de laquelle se trouvent les six traits. L'observateur examine dans cette lunette les



apparences lumineuses que produit l'étincelle. L'expérience se fait dans l'obscurité.

Si l'étincelle a une durée inappréciable, deux cas se présentent : ou bien l'observateur aperçoit un seul trait brillant, ou bien il n'en voit aucun.

Pour expliquer ce fait, supposons que le disque mobile effectue 400 tours par seconde. Dans une seconde, $400 \times 180 = 72000$ traits consécutifs passent devant l'œil de l'observateur. Il s'écoule donc $\frac{1}{72000}$ de seconde entre les passages de deux traits consécutifs.

Pour que la lumière de l'étincelle traverse un des traits 1', 2', 3',... qui sont dans le champ de la lunette, il faut que ce trait soit en coïncidence avec l'un des 6 traits 1, 2, 3,... du vernier. C'est alors que l'observateur voit ce trait briller dans la lunette. La figure montre les traits 1 et 1' en coïncidence.

Lorsque le disque tournant s'est avancé d'un sixième de division, un autre trait de ce disque entre en coïncidence avec un second trait du vernier : ce sont les traits 2 et 2' sur la figure, le disque tournant dans le sens de la flèche. Mais cette coïncidence n'a pas toujours lieu sur le trait du vernier voisin de celui où la première coïncidence a eu lieu. Ainsi le disque tournant en sens contraire de la flèche, et la première coïncidence ayant lieu entre les traits 1 et 1', la seconde se fera entre les traits 5' et 6.

Le temps qui s'écoule entre deux coïncidences consécutives est

$$\frac{1}{6 \times 72000} = \frac{1}{432000} \text{ de seconde, soit } 0^s,0000023.$$

Si la durée de l'étincelle est inférieure à ce temps, aucune lumière n'existe à l'instant de la seconde coïncidence; par conséquent l'observateur n'a vu que le trait brillant qui correspondait à la première.

Si l'étincelle jaillit après une coïncidence et a cessé quand arrive la coïncidence suivante, l'observateur ne voit rien. On conclura de cette expérience que la durée de l'étincelle est inférieure à $0^s,0000023$.

Supposons que la durée de l'étincelle soit comprise entre $\frac{1}{432000}$ et $\frac{2}{432000}$ de seconde; si cette étincelle éclate à l'instant précis d'une coïncidence, elle durera encore quand la seconde coïncidence aura lieu; le trait correspondant sera donc brillant. A cause de la persistance de l'impression optique, le trait brillant de la première coïncidence sera visible en même temps que celui de la seconde; on verra deux traits à la fois, 1 et 2 si le disque tourne dans le sens de la flèche, 1 et 6 s'il tourne en sens contraire.

Si l'étincelle considérée jaillit entre deux coïncidences, et a cessé quand arrive la troisième, on ne voit qu'un trait brillant, celui qui correspond à la seconde.

Lorsqu'on verra, avec la vitesse de rotation supposée, tantôt un, tantôt deux traits brillants, on conclura que la durée de l'étincelle est comprise entre $0^s,0000023$ et $0^s,0000046$.

Ce raisonnement fait comprendre ce qui se passe avec des durées plus grandes. La durée de l'étincelle est comprise entre deux nombres, faciles à évaluer, dont la différence est égale au temps qui s'écoule entre deux coïncidences successives; mais on peut pousser plus loin l'approximation par la méthode suivante.

Au moment où l'étincelle éclate, il y a une certaine *probabilité* de coïncidence qui dépend de la largeur des traits, de celle des divisions du disque mobile et du nombre des traits du vernier.

Appelons ε la largeur angulaire des traits du disque mobile, ε' celle des traits du vernier, ω la distance angulaire des milieux de deux traits consécutifs du disque mobile. Pour chaque trait du vernier, la probabilité de coïncidence avec un trait du disque mobile, quand on donne à ce disque une position quelconque, est

$$\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\omega} = \frac{1}{m},$$

ce qui veut dire qu'on aura *une* coïncidence probable pour m positions prises au hasard. Pour les 6 traits du vernier, la probabilité sera

$$\mu = \frac{6}{m} = \frac{6(\varepsilon + \varepsilon')}{\omega}.$$

On peut mesurer la valeur de μ directement, sans avoir besoin de connaître ε, ε', ω. Pour cela, on observe une lumière fixe mise à la place de l'étincelle; le disque mobile étant en repos et étant placé dans un grand nombre de positions quelconques, on compte combien de fois il y a eu coïncidence. Notre appareil donnait $\mu = 0,70$; ce qui signifie qu'il y avait 70 coïncidences pour 100 positions du disque.

Voici une formule qui sert à calculer la durée de l'étincelle, d'après l'observation du nombre de traits brillants produits par un nombre N d'étincelles suffisamment grand.

Soient θ le temps qui s'écoule entre deux coïncidences successives, et t la durée cherchée de l'étincelle, on aura

$$t = k\theta,$$

k étant un nombre en général fractionnaire.

D'après ce qui précède, on verra sur N étincelles

$$\mu N \text{ fois } (k+1) \text{ traits brillants}$$

et

$$(1-\mu) N \text{ fois } k \text{ traits brillants.}$$

Le nombre total des traits aperçus sera

$$S = \mu N(k+1) + (1-\mu) N k,$$

d'où

$$S = N(k+\mu),$$
$$S = N\left(\frac{t}{\theta}+\mu\right),$$

et enfin on a la formule cherchée

$$t = \theta\left(\frac{S}{N}-\mu\right).$$

La méthode consiste donc à compter le nombre total S de traits visibles (brillants ou pâles, suivant qu'ils proviennent de coïncidences complètes ou partielles) résultant de l'observation de N étincelles, à mesurer la vitesse de rotation du disque, afin d'en déduire θ, et à calculer la durée de l'étincelle par la formule précédente.

Cette méthode a l'avantage de remédier aux irrégularités du mouvement ou de la construction des disques. Elle donne le résultat moyen d'un grand nombre d'observations, dans lesquelles les erreurs se compensent. En outre, les variations de l'étincelle qui rendent les observations isolées presque impossibles disparaissent dans la moyenne obtenue.

Le disque mobile est renfermé dans une boîte, dont un fond porte une fenêtre vitrée qui est dans le champ de la lunette, et dont l'autre porte le vernier. Il est mis en mouvement par un rouage semblable à celui du *phosphoroscope* de M. Ed. Becquerel.

On voit sur la figure la fenêtre FF, les 6 traits du vernier, et une partie du disque mobile.

Nous avons étudié avec cet appareil les étincelles produites par une batterie, dans des circonstances variées. La batterie était chargée par une machine de Holtz. Un moteur à gaz du système Hugon mettait en mouvement cette machine, ainsi que le rouage du chro-

noscope. De cette manière les étincelles se succédaient régulièrement, et les observations se faisaient facilement.

Soient

x la surface armée du condensateur,

y la longueur de l'étincelle,

z la résistance du circuit conducteur,

a un paramètre positif, inférieur à l'unité, dépendant de l'isolement de la batterie et de la lame isolante,

b un second paramètre positif, inférieur à l'unité, dépendant de l'unité de *résistance explosive*,

c un troisième paramètre dépendant de l'unité de résistance du circuit, enfin

H une constante, dépendant de la substance des boules de décharge et de l'état physique de leurs surfaces;

nous avons trouvé la formule générale qui exprime la durée de l'étincelle en fonction des trois variables

$$t = \mathrm{H}\frac{(1-a^x)(1-b^y)}{1+cz^{\frac{4}{5}}}.$$

Nous avons aussi étudié la *décharge en cascade*, et donné des formules pour ce cas. Le lecteur trouvera le Mémoire dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXVI, p. 477.

A. CAZIN.

SUR QUELQUES MODIFICATIONS A APPORTER AUX PROCÉDÉS EMPLOYÉS POUR OBSERVER LES COURBES ACOUSTIQUES DE M. LISSAJOUS;

PAR M. A. TERQUEM.

Trois procédés différents peuvent être employés pour observer ces courbes, quand on se sert de diapasons.

A. Si l'on veut projeter les courbes sur un écran, en se servant de diapasons munis de miroirs, on se contente habituellement de prendre une ouverture étroite éclairée par un faisceau de rayons parallèles; on place devant le diaphragme une lentille achroma-

tique de 20 à 25 centimètres de foyer (un objectif de photographie demi-plaque convient parfaitement), puis à la suite les deux diapasons à angle droit, et enfin, en déplaçant la lentille, on fait en sorte d'obtenir sur un écran une image nette de l'ouverture. Par ce procédé, on n'utilise guère que la millionième partie, peut-être moins, de la lumière dont on dispose, et il serait impossible d'employer la lumière Drummond pour ces projections.

Depuis plusieurs années déjà, pour répéter ces expériences, j'ai pensé augmenter notablement l'éclat des courbes lumineuses de la manière suivante. Je place entre la source de lumière et le diaphragme une lentille de 15 à 20 centimètres de foyer (qui n'a pas besoin d'être achromatique); le diaphragme, posé un peu en avant du foyer principal, découpe dans le cône convergent un petit disque de 1 centimètre environ, au centre duquel se trouve l'ouverture étroite de 1 à 2 millimètres de diamètre; par cette disposition, on a toujours de la lumière parfaitement blanche. Si le diaphragme est trop près du foyer principal de la lentille, la lumière qui passe est colorée en bleu ou en rouge, suivant la position du diaphragme, et l'ajustement en outre est trop difficile.

La disposition des autres instruments est absolument la même; seulement l'ajustement est un peu plus minutieux. Voici du reste l'ordre à suivre :

1° Placer les diapasons à la hauteur de la source de lumière;

2° Mettre le diaphragme (porté sur un pied isolé) à la même hauteur;

3° Prendre la plus grande ouverture, régler la lentille de projection et les diapasons, de manière à obtenir une image nette sur l'écran;

4° Ajouter la lentille d'éclairement;

5° Diminuer successivement l'ouverture en déplaçant les diapasons, de manière à bien recevoir sur les petits miroirs qu'ils portent le faisceau lumineux, ce qui est facile, puisqu'en général ce faisceau est plus large que les miroirs; du reste, en déplaçant la lentille d'éclairement, on peut agrandir ou diminuer la divergence des rayons qui passent par l'ouverture, et donner au faisceau lumineux, rendu convergent déjà par la lentille de projection, une section égale à l'étendue des miroirs.

Avec le soleil, il sera bon de prendre un héliostat; on obtient

ainsi des images de plus de 1 mètre carré, visibles même sans rendre obscure la pièce où l'on expérimente; il suffit d'ôter un instant la lentille d'éclairement pour constater la différence d'éclat des courbes lumineuses.

Avec le kaléidoptone de Wheatstone, dont la boule est remplacée par un petit miroir plan, on obtient des cercles de plus de 2 mètres de diamètre, et tellement brillants qu'il semble que l'on voit en réalité une courbe lumineuse, et non une image projetée sur un écran.

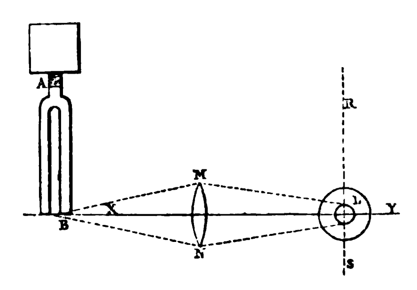
On peut enfin, en approchant l'écran, obtenir des courbes plus petites et employer la lumière Drummond, ce qui serait impossible sans l'emploi de la lentille destinée à concentrer la lumière sur l'ouverture du diaphragme.

B. Pour régler les diapasons avant une leçon, au lieu de prendre une lampe recouverte d'une cheminée opaque et munie d'une très-petite ouverture, on peut simplement fixer à l'extrémité d'un fil de fer une petite perle argentée, comme on en trouve dans le commerce à très-bon compte; cette perle est placée à la hauteur des miroirs des diapasons devant une feuille de papier noir, et l'on regarde dans les miroirs la courbe décrite par le point lumineux formé dans cette perle par l'image d'une des fenêtres de l'appartement.

C. On peut aussi observer les courbes acoustiques à l'aide du vibroscope, en regardant à travers un objectif fixé à un diapason, et un oculaire fixe, un point lumineux lié invariablement au deuxième diapason. Il n'est pas facile d'obtenir un point lumineux très-brillant et de très-faibles dimensions, si l'on veut étudier des courbes assez compliquées et les suivre jusqu'à ce que les oscillations des diapasons soient devenues très-faibles. M. Helmholtz, pour étudier à l'aide du vibroscope les vibrations des cordes de boyau, en noircissait une petite partie et y fixait un petit grain d'amidon; mais il est difficile de ne blanchir ainsi qu'une portion très-restreinte du corps vibrant, et l'éclairement de ce point est toujours très-faible.

Après plusieurs essais, je me suis arrêté à la disposition suivante, qui ne laisse absolument rien à désirer, et qui peut être employée dans presque tous les cas où il s'agit d'étudier les vibrations par le procédé optique, même celles des gaz, en faisant usage du phonautographe de M. Kœnig.

Sur la section terminale d'une des branches du diapason que l'on doit regarder à l'aide du vibroscope, on dépose une couche imperceptible d'une dissolution de gomme ou de dextrine. D'un autre côté, on a pulvérisé de l'antimoine et répandu, à l'aide d'un tamis très-fin, un peu de cette poudre sur une feuille de papier. On appuie sur cette feuille l'extrémité humectée du diapason, et il s'y fixe quelques centaines de grains d'antimoine (1). Cela fait, le diapason est fixé horizontalement, par exemple en AB; on éclaire l'extrémité B à l'aide d'une lampe L et d'une lentille MN, placées sur une



droite XY perpendiculaire aux branches du diapason; en déplaçant ensuite la lampe sur la droite RS, on arrive à éclairer l'extrémité du diapason à l'aide de rayons très-obliques par rapport à la face terminale. On place devant B le vibroscope, de telle sorte que les vibrations des deux diapasons soient perpendiculaires. La face B du diapason, en acier poli, paraît obscure dans le microscope, puisque l'oculaire n'est pas sur le trajet des rayons réfléchis; parmi les grains d'antimoine, au contraire, un grand nombre présentent des facettes convenablement inclinées pour réfléchir les rayons lumineux dans la direction de l'axe optique du microscope, et, en outre, à cause de la petitesse des faces réfléchissantes, il y a, comme l'a démontré Fresnel, dispersion de la lumière dans toutes les directions, de telle sorte que l'on peut apercevoir une centaine au moins de points brillants se détacher sur un fond obscur. On place le vibroscope dans une position telle, qu'au centre du champ se trouve le point lumineux qui paraît le meilleur pour l'observation, et pour cela on

(1) L'idée d'employer dans ce but de la poudre d'antimoine m'a été suggérée par M. Farnet, préparateur de physique à la Faculté des Sciences de Marseille.

ébranle soit l'un, soit l'autre des diapasons, de manière à changer les points lumineux en lignes brillantes; on en choisit une qui soit très-fine, quoique très-brillante; on n'a, du reste, que l'embarras du choix. On peut, dans ces conditions, continuer l'observation des courbes acoustiques pendant plusieurs minutes, presque jusqu'au repos absolu des diapasons, longtemps après que l'oreille a cessé de percevoir aucun son. J'ai commencé, en employant ce procédé, l'étude des vibrations des corps solides et la détermination absolue des vibrations dans des circonstances où les procédés ordinaires ne donneraient pas la précision suffisante.

G. WIEDEMANN ET RUHLMANN. — Ueber den Durchgang der Electricität durch Gase (Sur le passage de l'électricité à travers les gaz); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 235 et 364.

Lorsque entre deux corps voisins existent des différences électriques, elles peuvent s'égaliser soit d'une façon continue, quand entre les deux corps se trouve un bon conducteur, soit, dans le cas contraire, d'une façon discontinue. L'électricité acquiert alors une certaine tension, et passe en grandes masses à un moment donné sous forme d'étincelles, d'aigrettes ou d'auréoles. La discontinuité du premier de ces phénomènes est bien connue. Elle apparaît nettement pour les deux autres quand on les observe dans un miroir tournant.

Dans tous les cas, c'est l'air qui est le véhicule de l'électricité. L'observation spectrale de la décharge montre cependant quelquefois qu'il y a des parcelles de métal entraînées; mais ce dernier phénomène, assez irrégulier du reste dans ses manifestations, disparaît totalement quand la pression devient très-faible, et l'air est alors le seul conducteur de l'électricité. Il ne faudrait pourtant pas l'assimiler à un conducteur ordinaire, et évaluer sa résistance, par exemple comme on l'a fait avec les tubes de Geissler, par les mêmes méthodes que pour un fil métallique. Le courant qui le traverse est en effet toujours discontinu, même pour les pressions les plus faibles, même lorsque l'électricité est fournie par une source constante.

Aussi les lois du passage de l'électricité dans un tube de Geissler sont-elles compliquées, d'abord à cause de la nature de la décharge, puis par suite des réactions des quantités d'électricité qui restent sur

les parois mauvaises conductrices de l'appareil. Pour éliminer cette dernière cause d'erreur, les auteurs ont cru utile d'étudier d'abord la décharge entre deux boules métalliques, renfermées dans un vase métallique large et rempli de gaz à une faible pression; ils se sont assurés que dans ces circonstances l'action du récipient était négligeable, les résultats étant les mêmes suivant qu'il était isolé ou mis en communication avec le sol, et ils ont d'abord cherché à mesurer les quantités relatives d'électricité nécessaires pour produire une décharge dans des conditions variées. Ce sont les résultats obtenus dans cette voie qu'ils exposent dans ce premier Mémoire, important parce qu'il introduit des mesures précises dans un sujet difficile et complexe.

Leur appareil se compose essentiellement :

1° De l'excitateur formé d'un cylindre de laiton où pénètrent les électrodes et où l'on peut introduire des gaz bien secs et à une pression donnée. Deux petites glaces en regard permettent de voir les boules métalliques qui terminent les électrodes.

2° D'une machine de Holtz ancien modèle, disposée de façon à pouvoir fournir un flux constant d'électricité, dont on mesure l'intensité au moyen d'une boussole à miroir de construction particulière.

3° De l'appareil de mesure; c'est le plus ingénieux, et il mérite une description particulière. Le procédé employé est celui de Wheatstone : l'observation dans un miroir tournant dont l'axe de rotation est parallèle à la ligne des électrodes. Seulement la méthode ordinaire ne donne ici aucun résultat pour deux raisons : la première, c'est que les décharges ne partent pas toujours entre les deux mêmes points, et que leurs images subissent par suite des oscillations qui empêchent de les compter; la seconde, c'est que les décharges ne sont pas exactement périodiques (sans doute à cause de la variation de distance des deux plateaux de la machine pendant un tour complet), et que par suite les images dans le miroir ne restent pas à des distances constantes.

Pour obvier à ces difficultés, on a attaché le miroir à l'arbre même de rotation de la machine. En regardant alors dans ce miroir d'un point déterminé, on n'y voyait que les décharges dues au mouvement d'une portion, très-petite et toujours la même, du disque mobile devant les fenêtres du disque fixe, ce qui remédiait à la seconde difficulté. L'inconvénient résultant de l'instabilité des images

disparaissait par l'emploi d'une lunette héliométrique, appliquée déjà avec tant de succès par M. Zöllner à son spectroscope à réversion. Le plan de la section de l'objectif de la lunette étant perpendiculaire au milieu de la ligne qui joint les électrodes, et la machine de Holtz étant en action, on avait dans la situation normale de l'objectif, et en regardant dans le miroir tournant, au moins deux traits fins lumineux parallèles correspondant à deux décharges successives. On faisait alors mouvoir, au moyen d'une vis, une des deux moitiés de l'objectif. Les deux traits se divisaient en quatre moitiés. On amenait la moitié de gauche de l'un d'eux à coïncider avec le prolongement de la moitié de droite de l'autre, et une fois cette coïncidence obtenue, on la voyait se maintenir, malgré les oscillations des images, à la seule condition que les décharges fussent bien périodiques et pas trop sautillantes d'un point à l'autre des conducteurs. En produisant alors de nouveau la même coïncidence en sens inverse, la différence des observations donnait la double distance des traits.

Il ne restait plus alors à mesurer que l'angle de rotation du miroir correspondant à une distance déterminée des deux images dans le plan focal de l'objectif de la lunette, et le temps d'une rotation complète du disque, pour avoir l'intervalle qui séparait les deux décharges. On y arriva sans beaucoup de difficultés, et M. Wiedemann estime avoir pu évaluer ainsi cet intervalle à 0,000025 de seconde près. Il avait donc entre les mains un procédé exact de mesure, et voici les résultats qu'il a obtenus.

L'intervalle de deux décharges reste le même, quelle que soit la vitesse de rotation de la machine, la distance des disques restant constante. Si celle-ci varie, la quantité d'électricité E, fournie dans l'unité de temps et mesurée à la boussole, varie aussi; mais elle est toujours inversement proportionnelle à l'intervalle t de deux décharges consécutives. Les quantités d'électricité qui se recombinent dans chaque décharge sont donc constantes. Elles sont en effet proportionnelles au produit Et.

Lorsqu'on fait varier la pression p du gaz, la relation qui lie t à p est de la forme $t = a + bp - \frac{c}{p^2}$, où a, b et c sont des constantes qui dépendent de la nature et de la grosseur relative des deux boules polaires, de la nature du gaz, de la distance d'explosion. L'examen des courbes représentées par cette formule montre que, pour un

égal passage d'électricité dans les électrodes, la valeur de t, ou, ce qui revient au même, la quantité d'électricité qui passe dans chaque décharge croît à mesure que la pression s'élève. Cet accroissement est d'abord considérable pour les faibles pressions, puis devient moins sensible. Pour les pressions un peu grandes, les intervalles des décharges croissent à peu près proportionnellement à la pression.

Restait à démêler l'influence de la nature du gaz et de celle des électrodes, de la dimension et de la distance des boules polaires.

Sur le premier point, il n'y a rien à dire de général; chaque gaz donne des résultats différents, mais les différences sont faibles. L'hydrogène ne semble présenter rien de particulier; non plus que l'oxygène, bien qu'on admette pourtant que ce gaz laisse passer les décharges bien moins facilement que l'azote.

Tant qu'il n'y a pas de parcelles de métal entraînées, la nature des électrodes est sans influence; mais il n'en est pas de même pour leurs dimensions. Si la plus grosse boule est positive, la relation qui lie l'intervalle t de deux décharges à la distance δ des deux boules est de la forme $t = m - \frac{n}{\delta}$, tandis qu'elle est de la forme $t = p + q\delta^2$, lorsque la plus grosse boule est négative. Lorsque la distance augmente, la tension nécessaire pour produire une décharge tendra donc à devenir beaucoup plus grande dans le second cas que dans le premier, et cela est vrai, quelle que soit la pression, du moins pour les valeurs de celle-ci comprises entre 25 et 55 millimètres de mercure.

Si donc, deux boules inégales étant en présence, la plus petite est positive, le courant devra y acquérir, pour qu'il y ait décharge, une plus grande tension que si la plus petite boule était négative. Si le courant change alternativement de sens et n'a qu'une tension insuffisante, les décharges auront lieu dans un sens et pas dans l'autre.

De là une explication assez naturelle des phénomènes que présentent les soupapes électriques, et de la différence des vitesses de rotation de l'arc lumineux sous l'influence d'un aimant dans l'expérience de M. de la Rive, suivant que le courant passe dans un sens ou dans l'autre.

Nous ne pouvons, sur ces points, que renvoyer au Mémoire, de même au sujet de la partie théorique qui le termine, et dans

laquelle les auteurs essayent, à l'aide d'hypothèses greffées les unes sur les autres, mais qui ne leur paraissent point trop nombreuses eu égard à la complexité du sujet, de réunir, dans une représentation commune et sous une interprétation uniforme, les phénomènes qu'ils ont découverts et ceux de leurs devanciers.

En la réduisant à ses traits essentiels, leur théorie est la suivante. Ils admettent à la surface des corps conducteurs une couche gazeuse, immobilisée par les forces d'adhésion ou les forces électriques, dont la densité dépend de ces forces et de la pression du gaz ambiant, et dont la rupture constitue la décharge. L'intensité de celle-ci doit donc dépendre à la fois des forces électriques, de la nature et de la pression du gaz. Pour expliquer comment elle dépend aussi de la nature de l'électricité, on admet que l'électricité se répand à la fois dans la couche gazeuse dont on vient de parler, et dans les couches superficielles du corps, et que l'électricité positive se répand plus profondément dans ces couches que l'électricité négative. Dès lors, pour un même afflux de fluide, la tension dans la couche gazeuse positive doit être plus faible, et la charge a besoin d'être plus grande pour qu'il y ait explosion.

En admettant alors que la décharge est due à une projection de molécules gazeuses lancées au loin avec leur électricité, les molécules devront partir avec une plus grande vitesse initiale du pôle positif; elles pourront même entraîner avec elles quelques particules métalliques si la charge est assez forte. On explique ainsi le transport de la matière du pôle positif au pôle négatif, les aigrettes du pôle positif, la lueur auréolaire que présente constamment le pôle négatif, la présence au voisinage de ce dernier pôle d'une zône obscure dans laquelle M. de la Rive n'a pas trouvé de courant électrique, et qui serait alors l'espace où les molécules positives lancées avec une grande vitesse viennent rencontrer les molécules négatives lancées au même moment avec une vitesse moindre.

Mais, en regard de ces faits, il y en a d'autres qui nous semblent s'expliquer moins facilement, entre autres ceux qu'a découverts M. Hittorff, au sujet des différences essentielles qui paraissent exister entre la propagation de l'électricité positive et de l'électricité négative.

L'époque ne semble pas encore arrivée d'établir la théorie de tous ces phénomènes si variés. MM. Wiedemann et Ruhlmann le

reconnaissent du reste eux-mêmes, et annoncent en terminant un nouveau travail expérimental sur le même sujet.

DUCLAUX.

FR. RUDORFF. — Ueber die Bestimmung der Schmelz-und Erstarrungstemperatur der Fette (Détermination de la température de fusion et de solidification des graisses); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 279.

L'auteur propose, comme moyen le plus satisfaisant pour déterminer le point de fusion des corps gras, de recouvrir le réservoir d'un thermomètre d'une légère couche du corps à essayer, puis de le plonger dans de l'eau qu'on échauffe lentement et progressivement; on examine la température indiquée par le thermomètre au moment où la graisse se détache; comme le phénomène dure un certain temps, on prend la moyenne des températures initiale et finale.

Pour la solidification, si l'on prend un corps bien défini au point de vue de la composition, tel que l'acide stéarique, la cire, etc., la température de la solidification est la même que celle de la fusion; c'est la température à laquelle reste stationnaire le thermomètre pendant quelque temps, quand on laisse refroidir le corps gras fondu.

Pour les corps gras naturels, au contraire, formés de diverses substances mélangées, le plus souvent le thermomètre descend rapidement, reste stationnaire, puis remonte après la solidification partielle; ce dernier maximum est seul constant, le premier point d'arrêt au contraire est très-variable.

L'auteur compare ce fait au retard que l'on constate dans la congélation des dissolutions salines et dans la cristallisation des dissolutions sursaturées. Pour ce genre de corps, il y a de grandes divergences entre les points de fusion et de solidification.

Des mélanges artificiels de paraffine et d'acide stéarique présentent, dans leur solidification, les mêmes phénomènes que les corps gras naturels.

TERQUEM.

H. WILD. — Procédé pour remplir les tubes barométriques; *Ph. Carl's Repertorium*, **t. VII, p. 256; 1871.**

Ce procédé est une modification de celui qu'a proposé Taupenot (*Annales de Chimie et de Physique*, t. XLIX, p. 91; 1857), et qui consiste à faire bouillir dans le vide le mercure renfermé dans le tube. Dans ces conditions, l'ébullition se fait plus régulièrement et à une température plus basse qu'en opérant à l'air libre; mais, lorsque l'opération touche à sa fin, on est encore exposé à des soubresauts qui peuvent briser le tube. Le mode opératoire adopté par M. Wild lui sert depuis dix ans sans qu'il y ait jamais eu un accident; il fournit le tube prêt à être mis en place, et peut être employé en voyage.

Un ballon, portant deux tubulures à angle droit l'une sur l'autre, est relié par la tubulure supérieure qui est verticale avec une petite pompe à main. Un tube desséchant, renfermant du chlorure de calcium fondu en morceaux de la grosseur d'une noisette et maintenu par des tampons de coton, est interposé entre la pompe et le ballon. La deuxième tubulure latérale de celui-ci est reliée, au moyen d'un tube de caoutchouc non vulcanisé, avec le tube barométrique qu'il s'agit de remplir.

On commence par remplir plusieurs fois le ballon et le tube d'air sec au moyen du jeu de la pompe; on introduit ensuite le mercure dans le ballon et on le dessèche en le mettant plusieurs fois encore au contact de l'air sec; puis, après avoir fait une dernière fois le vide, on fait bouillir le mercure dans le ballon, ce qui se fait sans soubresauts. On chauffe alors un peu le tube barométrique, et, en inclinant doucement le ballon, on y fait pénétrer le mercure qui baigne les parois sans y laisser de bulles d'air. S'il en restait, on les ferait disparaître comme à l'ordinaire, en allant les recueillir au moyen d'une bulle plus volumineuse.

On laisse refroidir le tube complétement plein, on le sépare du caoutchouc et on le met en place.

Il est bien entendu que les tubes de caoutchouc sont maintenus par des spirales métalliques pour pouvoir résister à la pression de l'air. Ils doivent être autant que possible en caoutchouc non vulcanisé, à cause de l'action du soufre entraîné sur le mercure. Cette

condition est indispensable pour le tube qui réunit le ballon au tube barométrique.

On nettoie facilement le ballon et le tube en promenant sur leurs parois légèrement chauffées quelques centimètres cubes d'acide sulfurique concentré, qu'on enlève par un lavage à l'eau distillée. On chasse à son tour celle-ci par de l'alcool, dont les dernières portions disparaissent facilement dans l'air sec que l'on fait intervenir au commencement de l'opération.

Quant à la purification du mercure, M. Wild l'obtient par le procédé suivant, qui dans ses traits essentiels est celui qu'a imaginé Ulex.

Dans un flacon de deux litres renfermant 1 kilogramme de mercure, on introduit 30 grammes d'une solution de perchlorure de fer renfermant 1 de sel desséché pour 3 d'eau, puis on agite violemment. Le mercure se réduit en fine poussière; on lave alors à l'eau à plusieurs reprises, en agitant à chaque fois, et on verse ensuite la bouillie mercurielle dans une capsule de porcelaine, on la dessèche au bain-marie et, en la triturant ensuite dans un mortier de porcelaine, on rend à la plus grande partie du mercure son premier état.

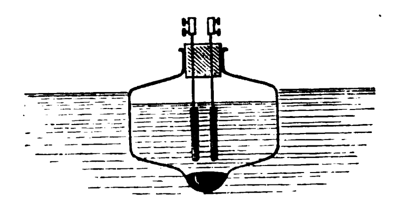
On filtre à travers du papier écolier percé d'un trou d'aiguille, et l'on agite avec de l'eau distillée qu'on renouvelle jusqu'à ce qu'elle reste limpide. On dessèche grossièrement avec du papier brouillard, on filtre de nouveau au papier écolier, et l'on abandonne quelques heures le mercure, sous une épaisseur d'un centimètre, en présence de l'acide sulfurique ou du chlorure de calcium sous le récipient de la machine pneumatique. Enfin on filtre de nouveau, lorsque cela est nécessaire, sur du papier glacé, sous une cloche, en présence de l'acide sulfurique, et l'on conserve dans un vase bien propre et bien sec.

DUCLAUX.

PH. CARL. — Nouvelle disposition des flotteurs de de la Rive;
Ph. Carl's Repertorium, t. VIII, p. 49; 1872.

Tout le monde connaît les petits flotteurs imaginés par M. de la Rive, et qui rendent de si grands services dans les expériences d'électromagnétisme. Les principaux inconvénients qu'ils présentent sont leurs mouvements de bascule sous l'influence du gaz qui se dégage, la difficulté avec laquelle ils tournent sur eux-mêmes à cause

de la résistance des plaques métalliques, le contact presque forcé du liquide acide dans lequel ils plongent avec les mains de l'opérateur.



La construction imaginée par M. Carl fait disparaître ces petites imperfections. Le flotteur est un vase cylindrique lesté par un peu de mercure, et fermé à sa partie supérieure par un bouchon, à travers lequel passent deux fils de cuivre portant l'un une plaque de zinc, l'autre une plaque de cuivre plongeant toutes deux dans de l'eau faiblement acidulée. Sur les extrémités supérieures des deux fils de cuivre peuvent s'adapter, au moyen de serre-fils, des conducteurs de formes variées. DUCLAUX.

LES EXPÉRIENCES DE PASCAL SUR LE VIDE ET LA PESANTEUR DE L'AIR;

PAR M. THUROT.

Pour bien comprendre ces expériences, il est nécessaire de savoir au juste ce qu'on entendait alors par l'horreur du vide.

Aristote n'accordait pas à Démocrite et aux atomistes qu'il y eût du vide dans la nature (*Physicæ auscultationes,* IV, 6-9). On adoptait dans les écoles ses objections, on en tirait des conséquences qu'il n'avait pas exprimées, et l'on enseignait universellement (*Commentariorum collegii conimbricensis societatis Jesu in octo libros physicorum Aristotelis Stagiritæ secunda pars;* Francofurti, 1609, in-4, p. 78 et suiv.) que l'expérience et la raison montrent qu'il n'y a et ne peut y avoir de vide dans la nature, « nullibi dari vacuum in natura ». En effet, aucune force ne peut écarter les feuilles d'un soufflet comprimé, si l'orifice qui laisse passage à l'air est bouché. Si l'on met sur l'eau, l'ouverture en bas, une fiole contenant de l'air échauffé, l'eau y monte, parce que l'air refroidi par le contact de l'eau se resserre et occupe moins de place. D'ailleurs, comme tous les êtres de la nature tendent à leur conservation et à leur bien, les parties des corps restent étroitement unies pour mieux résister aux causes de destruction qui les menacent du dehors. Ensuite, comme le vide empêcherait le monde sublunaire de recevoir les influences salutaires du ciel qui ne pourraient être transmises par des intervalles vides, les corps cherchent constamment à maintenir leur union entre eux et leur contiguïté et empêchent le vide comme le plus

grand fléau de la nature. Souvent, pour empêcher le mal, des corps pesants vont en haut, des corps légers descendent, sans impulsion extérieure; car la nature a attribué à tous les corps une force motrice intime qui les porte au besoin dans le lieu où le vide pourrait se déclarer. D'autres fois, pour empêcher le vide, la nature emploie la raréfaction ou la condensation, ou même une force négative de résistance, comme quand on veut écarter les feuilles d'un soufflet comprimé dont l'ouverture est bouchée. Dans cette diversité de moyens, elle a toujours recours aux plus faciles et aux plus simples, suivant les circonstances, pour empêcher le vide, dont elle a horreur parce qu'il tendrait à sa destruction.

Descartes, qui avait fondé sa physique sur des principes purement mécaniques, ne pouvait admettre cette personnification qui prêtait à la nature les passions d'un être animé. Dans sa Lettre du 8 octobre 1638, à Mersenne, sur les *Dialogues des sciences nouvelles* de Galilée (t. II, p. 91; Cousin, t. VII, p. 436), il reproche à Galilée d'attribuer au vide l'adhérence de deux plaques de marbre polies au lieu de l'attribuer à la pesanteur de l'air; et il dit à propos de l'observation que les pompes ne tirent point l'eau à plus de dix-huit brasses : « (elle) ne se doit point rapporter au vide, mais ou à la matière des pompes, ou à celle de l'eau même qui s'écoule entre la pompe et le tuyau, plutôt que de s'élever plus haut, ou même à la pesanteur de l'eau qui contrebalance celle de l'air (¹). » On voit qu'il n'avait pas embrassé bien fermement la véritable explication. Il semble même l'abandonner plus tard dans une Lettre à Mersenne du 16 octobre 1639 (t. II, p. 32; Cousin, t. VIII, p. 160): « L'eau des pompes monte avec le piston qu'on tire en haut, à cause que, n'y ayant point de vide en la nature, il ne s'y peut faire aucun mouvement qu'il n'y ait tout un ordre de corps qui se meuve en même temps. » Mersenne ne donne pas d'autre explication du phénomène (p. 167) dans ses *Cogitata physico-mathematica,* publiés en 1644; et nulle part dans cet ouvrage il ne parle de la pesanteur de l'air.

Cette même année, Mersenne recevait de Ricci une lettre où était exposée l'expérience de Torricelli, comme prouvant la possibilité du vide, mais sans que Torricelli fût nommé, ni que la pesanteur de l'air fût mentionnée. Mersenne, dit Pascal [*Lettre à M. de Ribeyre* (²)], « essaya de la répéter à Paris, et n'y ayant pas entièrement réussi, il la quitta et n'y pensa plus. Depuis, ayant été à

(¹) Dans une réponse à un correspondant anonyme, datée du 2 juin 1631 (t. III, p. 111; Cousin, t. VI, p. 204), Descartes enseigne la pesanteur de l'air; mais l'expérience fort obscure au sujet de laquelle le consulte ce correspondant n'a pas de rapport à celle de Torricelli.

(²) Cette Lettre, du 12 juillet 1651, très-importante pour l'historique de ces travaux de Pascal, se trouve (ainsi que les autres documents que nous citerons plus bas) dans les œuvres complètes de Pascal, édition Bossut, t. IV, p. 198 et suiv.; édition Lahure, t. III, p. 73 et suiv. — Pascal répète dans cette Lettre ce qu'il avait déjà dit en tête de ses *Nouvelles expériences touchant le vuide :* que l'expérience du vide « avoit été faite en Italie quatre ans avant mon écrit (les *Nouvelles expériences*) », c'est-à-dire en 1643. Mais l'expérience est probablement de 1644; du moins on n'a aucune donnée chronologique avant la Lettre de Torricelli à Ricci, en date du 11 juin 1644.

Rome pour d'autres affaires, et s'étant exactement informé du moyen de l'exécuter, il en revint pleinement instruit. » En effet Mersenne, qui avait été en Italie précisément à la fin de cette même année 1644, s'était fait montrer par Torricelli, à Florence, le tube qui avait servi aux expériences (*Observationum physico-mathematicarum F. Marini Mersenni*, t. III, p. 216; 1647). Mais Torricelli ou ne s'était pas fait connaître pour l'auteur de l'expérience ou avait recommandé à Mersenne le secret; car Mersenne à son retour en France ne prononça pas le nom de Torricelli. Il ne parla pas non plus de la pesanteur de l'air; il pensait sans doute, comme Ricci, que cette expérience ne prouvait que l'existence du vide. « Ces nouvelles, » continue Pascal dans la Lettre citée, « nous ayant été, en l'année 1646, portées à Rouen, où j'étois alors, nous y fîmes cette expérience d'Italie sur les mémoires du P. Mersenne, laquelle ayant très-bien réussi, je la répétai plusieurs fois; et par cette fréquente répétition, m'étant assuré de sa vérité, j'en tirai des conséquences, pour la preuve desquelles je fis de nouvelles expériences très-différentes de celles-là en présence de plus de cinq cents personnes de toutes sortes de conditions.... Le bruit de mes expériences étant répandu dans Paris, on les confondit avec celle d'Italie.... Pour rendre aux autres et à moi-même la justice qui nous étoit due, je fis imprimer, en l'année 1647 (¹), les expériences qu'un an auparavant j'avois faites en Normandie, » en séparant exactement l'expérience d'Italie de celles qui étaient particulières à Pascal. Pascal avait interprété très-faussement l'expérience de Torricelli et les siennes, en en tirant les conséquences suivantes, qui sont énoncées dans ses *Nouvelles expériences touchant le vuide:* « que tous les corps ont de la répugnance à se séparer l'un de l'autre et à admettre dans leur intervalle (le vuide apparent qui se montre dans le tube au-dessus du mercure); c'est-à-dire que la nature abhorre ce vuide apparent, — que la force de cette horreur est limitée et pareille à celle avec laquelle de l'eau d'une certaine hauteur, qui est environ de trente-un pieds, tend à couler en bas, — que l'espace vuide en apparence n'est rempli d'aucune des matières qui sont connues dans la nature et qui tombent sous aucun de nos sens. »

Cette publication provoqua une Lettre du P. Noël, jésuite, recteur du collége de Clermont, qui soutint contre Pascal que l'espace vuide en apparence devait être rempli de quelque matière. A peine la polémique était-elle engagée entre les deux adversaires, que, dit Pascal dans sa Lettre à M. de Ribeyre, « nous fûmes avertis d'une très-belle pensée qu'eut Torricelli touchant la cause de tous les effets qu'on a jusqu'à présent attribués à l'horreur du vuide ». En effet Mersenne vraisemblablement communiqua, mais toujours sans nommer Torricelli, l'idée

---

(¹) Au mois de septembre, suivant Baillet (*la Vie de M. Descartes*, 2ᵉ partie, p. 328). L'opuscule était intitulé : Expériences touchant le vuide, faites dans des tuyaux, seringues, soufflets et siphons de plusieurs longueurs et figures, avec diverses liqueurs, comme vif-argent, eau, vin, huile, air, etc., avec un discours sur le même sujet, où est montré qu'un vaisseau, si grand qu'on pourra le faire, peut être rendu vuide de toutes les matières connues en la nature et qui tombent sous nos sens, et quelle force est nécessaire pour faire admettre ce vuide; dédié à M. Pascal, conseiller du Roi en ses Conseils d'état et privé, par le sieur B. Pascal, son fils; le tout réduit en abrégé et donné par avance d'un plus grand traité sur le même sujet.

que la pesanteur de l'air est cause de la suspension du mercure dans le tube. Il en fut question dans l'entrevue entre Descartes et Pascal rapportée par Jacqueline Pascal dans une lettre du 25 septembre 1647 ([1]). « Mais », dit Pascal (*ibid.*), « comme ce n'était qu'une simple conjecture et dont on n'avait aucune preuve, pour en reconnaître ou la vérité ou la fausseté, je méditai dès lors une expérience que vous savez avoir été faite en 1648 par M. Périer au haut et au bas du Puy-de-Dôme. » Pascal écrivit en effet à son beau-frère Périer, conseiller à la cour des Aides d'Auvergne, dans une lettre du 15 novembre 1647 : « Je travaille... à chercher des expériences qui fassent voir si les effets que l'on attribue à l'horreur du vuide doivent être véritablement attribués à cette horreur du vuide, ou s'ils doivent l'être à la pesanteur et pression de l'air; car, pour vous ouvrir franchement ma pensée, j'ai peine à croire que la nature, qui n'est point animée ni sensible, soit susceptible d'horreur, puisque les passions présupposent une âme capable de les ressentir.... J'ai... imaginé de faire l'expérience ordinaire du vuide plusieurs fois en même jour, dans un même tuyau, avec le même vif-argent, tantôt au bas et tantôt au sommet d'une montagne, élevée pour le moins de cinq ou six cents toises.... Vous voyez déjà sans doute que cette expérience est décisive de la question, et que s'il arrive que la hauteur du vif-argent soit moindre au haut qu'au bas de la montagne (comme j'ai beaucoup de raisons pour le croire, quoique tous ceux qui ont médité sur cette matière soient contraires à ce sentiment), il s'ensuivra nécessairement que la pesanteur et pression de l'air est la seule cause de cette suspension du vif-argent, et non pas l'horreur du vuide, puisqu'il est bien certain qu'il y a beaucoup plus d'air qui pèse sur le pied de la montagne, que non pas sur son sommet; au lieu qu'on ne sauroit dire que la nature abhorre le vuide au pied de la montagne plus que sur son sommet. »

Le 19 septembre 1648, Périer ayant pris deux tuyaux de verre de pareille grosseur et longs de 4 pieds chacun observa dans le jardin des Minimes à Clermont, au lieu le plus bas de la ville, que le mercure se tenait dans les deux tubes à 26 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau du mercure qui était dans le bassin. Puis laissant là l'un des tuyaux, il se transporta avec l'autre au sommet du Puy-de-Dôme, « élevé au-dessus des Minimes d'environ 500 toises, » et trouva qu'il ne resta plus dans ce tuyau que la hauteur de 23 pouces 2 lignes de vif-argent : « ce qui nous ravit tous d'admiration et d'étonnement, et nous surprit de telle sorte, que pour notre satisfaction propre nous voulûmes la (l'expérience) répéter. » Il la répéta encore à Clermont, en haut et en bas de la plus haute des tours de la cathédrale; et il envoya sa relation à Pascal dans une lettre du

([1]) *Voir* Cousin, *Jacqueline Pascal*, p. 93. L'entrevue avait eu lieu le lundi et le mardi précédents. Il y fut sans doute question de l'expérience projetée par Pascal sur le Puy-de-Dôme. Dans des lettres à Carcavi (11 juin et 17 août 1649, t. III, p. 75, 77; Cousin, t. X, p. 344, 551), Descartes prétend qu'il avait « avisé » Pascal de faire cette expérience, et qu'il « l'avait assuré du succès comme étant entièrement conforme » à ses principes, « sans quoi il n'eût eu garde d'y penser à cause qu'il était de l'opinion contraire », sans doute au sujet du vide; ce qui n'a aucun rapport essentiel avec l'action de la pesanteur de l'air, que Pascal admettait dès lors, comme on le voit dans la lettre de sa sœur.

22 septembre 1648. « Y ayant vu », dit Pascal dans son *Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs* publié en 1648, « que la différence de 20 toises d'élévation faisait une différence de 2 lignes à la hauteur du vif-argent, et que 6 à 7 toises en faisaient une d'environ demi-ligne, ce qu'il était facile d'éprouver en cette ville (Paris), je fis l'expérience ordinaire du vuide au haut et au bas de la tour Saint-Jacques de la Boucherie, haute de 24 à 25 toises : je trouvai plus de 2 lignes de différence à la hauteur du vif-argent ; et ensuite je la fis dans une maison particulière, haute de 90 marches, où je trouvai très-sensiblement demi-ligne de différence. »

Le nom de Torricelli n'est pas encore mentionné dans le *Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs*. Cependant Pascal le connaissait ; car dans la lettre à M. le Pailleur, qui doit être de juin 1648 à peu près, il dit : « La lettre du grand Torricelli écrite au seigneur Ricchi il y a plus de quatre ans montre qu'il était dès lors dans cette pensée (que le poids de l'air est cause de la suspension du mercure dans le tube). » Il venait de l'apprendre ; car on lit dans sa lettre à M. de Ribeyre : « Comme nous étions tous dans l'impatience de savoir qui en était l'inventeur (de cette expérience), nous en écrivîmes à Rome au cavalier del Posso, lequel nous manda, longtemps après mon imprimé (les expériences touchant le vuide), qu'elle est véritablement du grand Torricelli, professeur du duc de Florence aux mathématiques. » Posso avait attendu la mort de Torricelli, qui survint le 25 octobre 1647, pour révéler son nom. Évidemment Torricelli avait voulu qu'on lui gardât le secret, sans doute par crainte d'être compromis avec le péripatétisme de l'école qui enseignait la légèreté de l'air et l'impossibilité du vide, et qui avait contribué beaucoup plus que la théologie à la condamnation de Galilée.

Pascal, dans son *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air,* publié après sa mort en 1663, devait faire l'historique exact de ces découvertes et donner « exactement et séparément ce qui est de l'invention de Galilée, ce qui est de celle du grand Torricelli, et ce qui est de la mienne (lettre à M. de Ribeyre). » Il n'a pas rempli sa promesse, mais il nous est facile d'y suppléer. Galilée a réuni tous les éléments de la solution dans ses *Dialogues des sciences nouvelles*, première journée : il a établi que l'air est pesant, il a fait entendre que la nature pourrait bien ne pas avoir d'horreur pour le vide, enfin il a appelé l'attention sur le fait que l'eau ne peut monter à plus de 18 brasses dans une pompe et par conséquent que les autres liquides y monteront plus ou moins haut en proportion inverse de leur pesanteur spécifique. Six ans après, Torricelli a eu la gloire de combiner tous ces faits et de concevoir une pensée qui avait échappé à Galilée, qui n'avait fait que traverser l'esprit de Descartes sans s'y arrêter, et qui ne s'était pas présentée à Pascal même après que l'expérience dite du vide lui avait été connue. Mais dans l'état où les sciences étaient alors, l'interprétation donnée par Torricelli à son expérience pouvait paraître et paraissait en effet contestable. Pascal a eu le mérite de concevoir une application ingénieuse de l'idée de Torricelli et d'imaginer une expérience qui devait paraître décisive.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXVI. — Juillet 1872.

E. Puchot. — *Note sur le pouvoir des pointes et la théorie du paratonnerre*, p. 310.

G. van der Mensbrugghe. — *Fait observé au contact de certains liquides de tensions superficielles très-différentes*, p. 318.

Fritzsche. — *Sur un état particulier des molécules de l'étain*, p. 321.

De la Rive. — *Théorie des aurores polaires*, p. 355.

P.-A. Favre. — *Observations sur les critiques dont le calorimètre à mercure a été l'objet*, p. 385.

4e série. — Tome XXVI. — Août 1872.

Berthelot. — *Recherches thermiques sur le soufre*, p. 462.

F. Lucas et A. Cazin. — *Recherches expérimentales sur la durée de l'étincelle électrique*, p. 477.

Berthelot. — *Réponse à la Note de M. Favre sur le calorimètre à mercure*, p. 529.

L.-C. de Coppet. — *Sur la sursaturation des solutions de lactate de calcium et de lactate de zinc*, p. 539.

Boussingault. — *Sur la congélation de l'eau*, p. 544.

Ch. Martins et G. Chancel. — *Des phénomènes physiques qui accompagnent la rupture par la congélation de l'eau des projectiles creux de divers calibres*, p. 548.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIII. — Supplément.

F. Zöllner. — *Sur l'origine du magnétisme terrestre, et les relations magnétiques des corps célestes*, p. 481.

C.-R.-A. Wright. — *Réponse à un « Examen de récentes attaques dont la théorie atomique a été l'objet »*, p. 503.

A. de la Rive. — *Sur un nouvel hygromètre*, p. 514.

Tait. — *Sur l'histoire de la seconde loi de la thermodynamique, en réponse au professeur Clausius*, p. 516.

G. Quincke. — *Sur l'électrolyse et le passage de l'électricité à travers les liquides*, p. 518.

Comptes rendus des Sociétés savantes, p. 529.

Mélanges, p. 544.

SUR LES COURBES ISOCHROMATIQUES;

PAR M. ABRIA.

La théorie des courbes isochromatiques peut être exposée en partant de la loi générale de la double réfraction et appliquant les formules aux cas particuliers que l'on étudie ordinairement. C'est ainsi qu'a procédé M. Bertin dans son beau Mémoire sur la surface isochromatique (*). Les calculs étant assez compliqués, il est quelquefois plus avantageux dans l'enseignement de les exposer directement pour chaque cas particulier. On n'est pas alors obligé de présenter avec détails la loi d'Huyghens, dont les formules générales sont presque toujours laissées de côté, et il est cependant possible de donner la théorie des courbes isochromatiques avec assez de développements pour que l'on en comprenne bien l'application au cas général. Ces motifs m'ont engagé à donner ici les calculs dans le cas des lames parallèles à l'axe et dans celui des mêmes lames croisées. Ce dernier cas est intéressant à examiner, parce qu'il permet de compléter la théorie de la réfraction, les deux rayons ordinaire et extraordinaire qui sortent de la première lame engendrant dans la seconde des ondes dont le mode de génération est plus compliqué que dans celui où le rayon incident vient de l'extérieur.

Je laisse de côté le cas, très-important, mais examiné ordinairement dans les traités, des lames perpendiculaires à l'axe.

Un cône de rayons polarisés, dont le sommet est sur la lame, tombant sur celle-ci, chacun des rayons qui le composent donne naissance à deux réfractés, dont il faut calculer la différence de marche lorsqu'ils ont repris dans le vide ou dans l'air des directions parallèles. L'interférence n'a pas lieu en réalité entre les réfractés provenant d'un même incident, mais entre les réfractés suivant une même direction, l'une ordinaire, l'autre extraordinaire, provenant de rayons incidents distincts; mais le retard de l'un sur l'autre est le même que pour les deux réfractés issus d'un même incident. Ces deux rayons sont polarisés dans des plans rectangulaires; mais si,

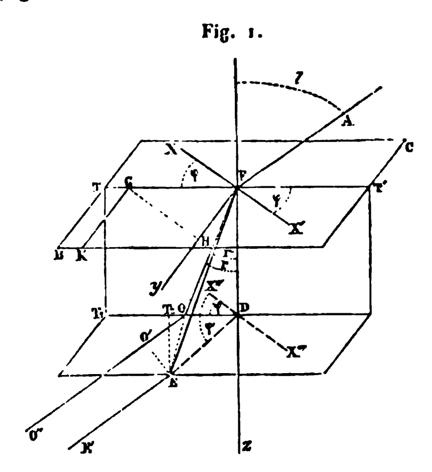
(*) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIII, p. 57.

pour fixer les idées, on leur fait traverser un Nicol, l'intensité de la lumière qui émerge de celui-ci dépend de la différence de marche des deux rayons. Il suffit donc de calculer cette dernière dans les divers cas que nous allons examiner. Nous admettrons dans ce qui va suivre le Nicol analyseur placé à l'extinction de la lumière incidente : l'intensité de la lumière émergente du Nicol sera donc à son minimum toutes les fois que la différence de marche vaudra un nombre pair de $\frac{\lambda}{2}$.

Premier cas. — *Lames uni-axes parallèles à l'axe.*

1. Soient (*fig.* 1) :

Fig. 1.



BC la surface supérieure du cristal;

FA le rayon incident;

TFT′ la trace du plan d'incidence;

XFX′ la direction de l'axe;

Fy une perpendiculaire à l'axe tracée sur la surface BC;

FZ la normale à la face d'incidence;

FO le rayon réfracté ordinaire, lequel est dans le plan d'incidence;

FE l'extraordinaire, lequel est déterminé par le point de contact du plan tangent à l'ellipsoïde d'Huyghens mené par la droite GK perpendiculaire à TT′ et située à la distance

$$FG = \frac{1}{\sin i};$$

OO′O″, EE′ les rayons émergents dans une direction parallèle à FA;
i l'angle d'incidence;
r l'angle de réfraction ordinaire;
r' l'angle de réfraction extraordinaire;
φ l'angle du plan d'incidence avec la section principale;
φ' l'angle du plan FDE de réfraction extraordinaire avec la même section;
x', y', z' les coordonnées du point de contact rapportées aux trois axes OX, Oy, OZ.

L'équation de l'ellipsoïde est

$$(1)\qquad \frac{x^2}{o^2}+\frac{y^2+z^2}{e^2}=1;$$

celle du plan tangent au point (x', y', z') est

$$(2)\qquad z-z'=p(x-x')+q(y-y'),$$

en posant

$$p=\frac{dz}{dx},\quad q=\frac{dz}{dy}.$$

Ce plan doit passer par la droite GK; l'équation de son intersection avec le plan des XY, savoir

$$-z'=p(x-x')+q(y-y'),$$

doit être vérifiée par les coordonnées de G, lesquelles sont

$$x=\frac{\cos\varphi}{\sin i},\quad y=\frac{\sin\varphi}{\sin i},$$

ce qui donne

$$-z'=p\left(\frac{\cos\varphi}{\sin i}-x'\right)+q\left(\frac{\sin\varphi}{\sin i}-y'\right).$$

De plus, elle doit être perpendiculaire à TT′, ou

$$y=x\tang\varphi;$$

on doit donc avoir

$$1-\frac{p}{q}\tang\varphi=0.$$

La différentiation de (1) donne pour p et q

$$\frac{x}{o^2}+\frac{z}{e^2}p=0,\quad \frac{y}{e^2}+\frac{z}{e^2}q=0,$$

d'où

$$p = -\frac{e^2}{o^2}\frac{x}{z}, \quad q = -\frac{y}{z}.$$

On a finalement, pour déterminer x', y', z', les trois équations

$$(3) \qquad -z' = -\frac{e^2}{o^2}\frac{x'}{z'}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin i} - x'\right) - \frac{y'}{z'}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin i} - y'\right),$$

$$(4) \qquad 1 - \frac{e^2}{o^2}\frac{x'}{y'}\operatorname{tang}\varphi = 0,$$

$$(5) \qquad \frac{x'^2}{o^2} + \frac{y'^2 + z'^2}{e^2} = 1.$$

De (4) on déduit

$$y' = \frac{e^2 \sin\varphi}{o^2 \cos\varphi} x';$$

par suite (3) devient

$$o^2 z'^2 + o^2 y'^2 + e^2 x'^2 = \frac{e^2}{\sin i \cos\varphi} x'.$$

(5) peut s'écrire

$$o^2 z'^2 + o^2 y'^2 + e^2 x'^2 = o^2 e^2;$$

donc

$$x' = o^2 \sin i \cos\varphi,$$
$$y' = e^2 \sin i \sin\varphi,$$
$$z' = e\sqrt{1 - \sin^2 i(o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi)}.$$

Si l'on abaisse de E la perpendiculaire sur OO'O'', l'avance R du rayon ordinaire, ramenée au vide, aura pour expression, en appelant ρ le rayon de l'ellipsoïde d'Huyghens qui aboutit au point (x', y', z'),

$$R = \frac{FO}{o} + OO' - \frac{FE}{\rho} = \frac{m}{o\cos r} + OO' - \frac{m}{\rho\cos r'};$$

on a

$$OO' = EO\cos EOO'.$$

Pour calculer EOO', considérons (*fig.* 2) le triangle sphérique ET_1O' formé par les intersections des trois droites OT_1, OO', OE avec la sphère décrite de O comme centre. Ce triangle est rectangle en T_1 et donne

$$\cos EOO' = \cos EOT_1 \cos O'OT_1;$$

donc

$$OO' = EO \cos EOT_1 \cos O'OT_1.$$

Si (*fig.* 1) on abaisse ET_2 perpendiculaire sur DT_1, on a successivement

$$EO \cos EOT_1 = OT_2 = m[\operatorname{tang} r' \cos(\varphi' - \varphi) - \operatorname{tang} r],$$
$$OO' = m \sin i [\operatorname{tang} r' \cos(\varphi' - \varphi) - \operatorname{tang} r];$$

mais

$$\rho \cos r' = z',$$
$$\operatorname{tang} r' = \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2}}{z'},$$
$$\cos(\varphi' - \varphi) = \cos\varphi' \cos\varphi + \sin\varphi' \sin\varphi$$
$$= \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \cos\varphi + \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \sin\varphi;$$

donc

$$OO' = m \sin i \left(\frac{x' \cos\varphi + y' \sin\varphi}{z'} - \operatorname{tang} r\right),$$

et

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{R}{m} &= \frac{1}{o \cos r} + \sin i \left(\frac{x' \cos\varphi + y' \sin\varphi}{z'} - \operatorname{tang} r\right) - \frac{1}{z'} \\ &= \frac{1 - o^2 \sin^2 i}{o\sqrt{1 - o^2 \sin^2 i}} - \frac{1 - \sin^2 i (o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}{e\sqrt{1 - \sin^2 i (o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}} \\ &= \frac{1}{o}\sqrt{1 - o^2 \sin^2 i} - \frac{1}{e}\sqrt{1 - \sin^2 i (o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}. \end{aligned} \right.$$

Fig. 2.

2. *Remarques.* — 1° On a

$$\operatorname{tang} \varphi' = \frac{y'}{x'} = \frac{e^2}{o^2} \operatorname{tang} \varphi;$$

φ' est donc plus grand que φ pour les cristaux négatifs, comme l'indique la *fig.* 1 : ce serait l'inverse pour les cristaux positifs.

2° Avant de discuter la formule (6), il est bon d'en déduire la justification de la règle que l'on donne pour trouver la direction de l'axe avec l'appareil de Norremberg.

Cette règle consiste, le Nicol analyseur étant à l'extinction, à déterminer d'abord, soit la section principale de la lame, soit celle qui lui est perpendiculaire, en la faisant tourner dans son plan jusqu'à ce que la lumière soit éteinte; à placer ensuite l'une des deux directions ainsi obtenues à 45 degrés du plan primitif de polarisation et à incliner la lame autour de l'une d'elles : lorsque la rotation produit un retard dans la différence de marche des deux rayons, ce dont on est averti parce que les couleurs remontent dans l'échelle de Newton, le trait normal à l'axe de rotation donne la direction de la section principale. Le retard augmente, au contraire, si la rotation a lieu dans le sens perpendiculaire. Dans le premier cas, les rayons traversent la lame suivant la section principale, et, dans le second, suivant la section perpendiculaire.

Or la formule (6) donne, pour $\varphi = 0$,

$$\frac{R}{m} = \left(\frac{1}{o} - \frac{1}{e}\right)\sqrt{1 - o^2 \sin^2 i};$$

i augmentant à partir de zéro, la différence de marche $\frac{R}{m}$ *diminue* en valeur absolue, quel que soit le signe du cristal.

Si l'on pose au contraire $\varphi = 90°$, on obtient

$$\frac{R}{m} = \frac{1}{o}\sqrt{1 - o^2 \sin^2 i} - \frac{1}{e}\sqrt{1 - e^2 \sin^2 i} = (e - o)\left(\frac{1}{eo} + \frac{1}{2}\sin^2 i\right);$$

la différence de marche *croît* en valeur absolue, quel que soit encore le signe du cristal.

3° Pour les cristaux négatifs, o étant plus petit que e, on en conclut sans difficulté que $o^2 = o^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)$ est plus petit que $o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi$; le premier radical de la formule (6) est plus grand que le second, et le premier terme de la même formule est supérieur au deuxième. R est donc positif; le rayon ordinaire est en O′ avant que le rayon extraordinaire correspondant soit en E.

Pour les cristaux positifs au contraire, o étant plus grand que e, la valeur de R est négative.

3. Si nous voulons obtenir la forme des courbes isochromatiques,

il faut développer l'expression de R suivant les puissances croissantes de $\sin^2 i$; on obtient, en négligeant les termes à partir de $\sin^4 i$,

$$\frac{R}{m} = \frac{1}{o}\left(1 - \frac{1}{2}o^2 \sin^2 i\right) - \frac{1}{e}\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2 i(o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi)\right].$$

Posons $R = \pm n\frac{\lambda}{2}$ (le signe + se rapportant aux cristaux négatifs et le signe — aux positifs); supposons les courbes reçues sur un écran placé à la distance D et rapportées à deux axes rectangulaires parallèles à ceux des X et des Y, on aura sensiblement, x et y étant les coordonnées d'un point de l'une des courbes,

$$\tang i = \sin i = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{D}, \quad \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

$$\frac{n\lambda}{2m} = \frac{1}{o}\left(1 - \frac{1}{2}o^2\frac{x^2+y^2}{D^2}\right) - \frac{1}{e}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{o^2x^2+e^2y^2}{D^2}\right).$$

Effectuant les calculs, on arrive à

$$(7) \qquad ey^2 - ox^2 = 2D^2\left(\frac{n\lambda}{2m}\frac{e}{e-o} - \frac{1}{o}\right),$$

équation d'une hyperbole.

Cristaux négatifs. — n et $e-o$ sont positifs; le facteur entre parenthèses pourra être positif ou négatif. Dans le premier cas, l'axe réel de l'hyperbole sera perpendiculaire à l'axe du cristal; il lui sera parallèle dans le cas contraire.

Si l'on pose

$$n = n' = \frac{1}{o}\frac{e-o}{e}\frac{2m}{\lambda},$$

l'équation devient $ey^2 - ox^2 = 0$, et représente deux droites inclinées sur les axes coordonnés d'environ 45 degrés, les valeurs de o et e différant en général très-peu l'une de l'autre.

Si $n = n' \pm K$, K étant un nombre entier, on obtient

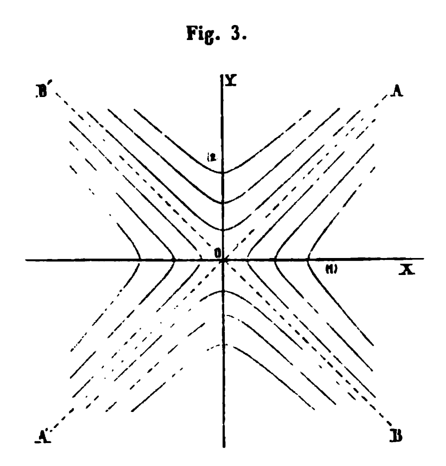
$$ey^2 - ox^2 = \pm 2D^2\frac{K\lambda e}{2m(e-o)},$$

et l'axe réel est donné par

$$x^2 = 2D^2\frac{K\lambda}{2m(e-o)}\frac{e}{o}, \quad \text{ou} \quad y^2 = 2D^2\frac{K\lambda}{2m(e-o}.$$

Les carrés des axes varient donc comme les nombres 1, 2, 3,..., en raison inverse de l'épaisseur du cristal et de la différence des deux vitesses.

Fig. 3.



La *fig.* 3 représente les deux systèmes de courbes : le système (1) indique celles qui correspondent aux valeurs de n inférieures à n'; le système (2) celles qui répondent aux valeurs supérieures.

A moins d'employer une lumière homogène et suffisamment intense, les courbes n'apparaissent que pour les faibles valeurs de n. L'épaisseur qui permet d'apercevoir les deux systèmes de courbes sera d'autant plus petite que $e - o$ sera plus grand, c'est-à-dire que la biréfringence du cristal sera plus forte. On ne pourrait les voir dans la lumière blanche avec le spath qu'en se servant de lames extrêmement minces. Si l'on suppose, par exemple, $n' = 10$, on obtient $m = \frac{1^{mm}}{70}$.

Cristaux positifs. — n est alors négatif, ainsi que $e - o$: en conservant à n sa valeur absolue, l'équation devient

$$ey^2 - ox^2 = 2D^2\left(\frac{n\lambda}{2m}\frac{e}{o-e} - \frac{1}{o}\right);$$

elle conduit donc aux mêmes conséquences que celle qui convient aux cristaux négatifs. Les hyperboles dont l'axe réel est parallèle à celui du cristal sont celles qui répondent aux valeurs de n inférieures

à celle de n' donnée par la relation

$$n' = \frac{1}{o}\,\frac{o-e}{e}\,\frac{2m}{\lambda}.$$

Avec une lame de quartz d'un tiers de millimètre d'épaisseur, $n' = 13$ environ : on peut donc apercevoir aisément les deux systèmes de franges avec une semblable lame.

SUR LES DIVERSES UNITÉS EMPLOYÉES POUR LA MESURE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ ET DE MAGNÉTISME ET LES RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE ELLES;

PAR M. A. TERQUEM.

III. — ÉLECTRODYNAMIQUE.

Action d'un courant circulaire sur un élément de courant très-éloigné. — La formule fondamentale relative à l'action d'un élément de courant sur un autre est, comme l'a démontré Ampère,

$$(7) \qquad f = -\frac{jj'}{l^2}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right);$$

j et j' sont les intensités des courants en unités électrodynamiques absolues, l leur distance, ε l'angle formé par les éléments, θ et θ' les angles qu'ils forment avec la droite qui les réunit, mesurés dans le sens de la propagation du courant; le signe — correspond à une attraction et le signe + à une répulsion; cette force, comme l'on sait, est dirigée suivant la droite qui réunit les éléments. Pour que $f = 1$, il faut que l'on ait

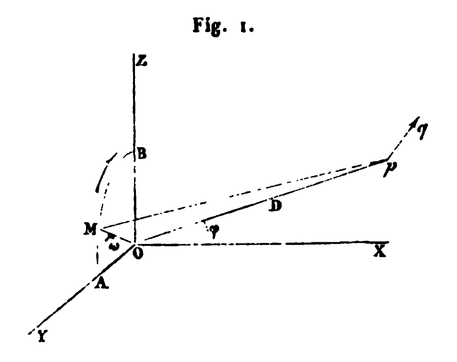
$$j = 1,\ j' = 1,\ l = 1,\ \cos\varepsilon = 1 \text{ ou } \varepsilon = 0,\ \theta = \theta' = \frac{\pi}{2},\ ds = ds' = 1.$$

L'intensité électrodynamique absolue des courants serait donc celle que devrait posséder le courant traversant deux éléments parallèles égaux à l'unité de longueur, placés à l'unité de distance, perpendiculaires à la droite qui les joint, afin que la force attractive qui en résultât fût égale à l'unité de force adoptée. Dans ces conditions, cette action n'est pas mesurable, et par con-

séquent il faut chercher à appliquer la formule (7) à l'étude de diverses formes de courants réalisables.

Cherchons d'abord l'action d'un courant circulaire sur un élément de courant situé à une très-grande distance par rapport au rayon du cercle. Prenons comme axes des X (*fig.* 1) la perpendi-

Fig. 1.



culaire menée par le centre du cercle; pour plan des XZ celui qui contient une des extrémités p de l'élément; pour plan des YZ celui du courant circulaire.

Soient a, b, c les cosinus des angles que fait l'élément $pq = ds'$ avec les trois axes; nous prendrons un élément ds du courant circulaire et nous chercherons son action sur ds'; puis on intégrera les expressions obtenues pour les trois composantes dans toute l'étendue du courant circulaire, en négligeant, comme on l'a déjà fait précédemment, les puissances de $\frac{r}{D}$ supérieures à la seconde. Le calcul est un peu long, mais ne présente aucune difficulté. Il est préférable d'appliquer immédiatement les formules générales d'électrodynamique relatives à l'action d'un courant fermé sur un élément de courant (¹), et qui sont

$$(8)\qquad \left\{\begin{aligned} X &= \frac{1}{2}jj'(Cb - Bc)ds',\\ Y &= \frac{1}{2}jj'(Ac - Ca)ds',\\ Z &= \frac{1}{2}jj'(Ba - Ab)ds', \end{aligned}\right.$$

(¹) Wiedemann, *Galvanismus*, t. II, p. 27.

A, B, C ayant les valeurs suivantes :

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} A &= \int \frac{(y-y')dz - (z-z')dy}{l^3},\\ B &= \int \frac{(z-z')dx - (x-x')dz}{l^3},\\ C &= \int \frac{(x-x')dy - (y-y')dx}{l^3}: \end{aligned}\right.$$

x, y, z sont les coordonnées de l'élément qui fait partie du courant fermé; x', y', z' celles de l'élément isolé; les intégrales s'étendent à toute la circonférence du courant fermé. Or ces quantités A, B, C, nommées les *déterminants du courant*, figurent également dans l'action du pôle d'un aimant sur un courant circulaire [équation (4), p. 122]. Nous avons vu que, dans ce cas, on avait

$$\begin{aligned} C &= \frac{\pi r^2}{D^3} 3 \sin\varphi \cos\varphi,\\ B &= 0,\\ A &= -\frac{\pi r^2}{D^3}(1 - 3\cos^2\varphi). \end{aligned}$$

Donc, dans le cas actuel, on obtiendra de même

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} X &= \frac{1}{2} jj' \frac{\pi r^2}{D^3} ds' 3b \sin\varphi \cos\varphi,\\ Y &= \frac{1}{2} jj' \frac{\pi r^2}{D^3} ds' [-c(1 - 3\cos^2\varphi) - 3a \sin\varphi \cos\varphi],\\ Z &= \frac{1}{2} jj' \frac{\pi r^2}{D^3} ds' b(1 - 3\cos^2\varphi). \end{aligned}\right.$$

Action d'un aimant sur un élément de courant très-éloigné. — Nous avons déjà cherché (p. 103) l'action d'un aimant très-petit sur une molécule de fluide magnétique très-éloignée. Supposons le point P remplacé par un élément de courant ds, dont les projections sur les trois axes seraient dx, dy, dz, en prenant les mêmes axes que dans la *fig.* 1, admettant que le centre de l'aimant coïncide avec O et que lui-même soit dirigé suivant OX.

Dans les formules générales (3) de la page 120, faisons

$$y = 0, \quad x = D\cos\varphi, \quad z = D\sin\varphi, \quad b = c = 0;$$

nous aurons

$$\xi = \frac{\mu i}{l^3} z\,dy,$$

$$\eta = \frac{\mu i}{l^3}[z\,dx - (x-a)\,dz],$$

$$\zeta = \frac{\mu i}{l^3}(x-a)\,dy.$$

En admettant, comme précédemment, que l'aimant soit réduit à deux centres magnétiques de signes contraires placés à une distance λ du point O, pour trouver l'action totale de l'aimant, il suffira de différentier ξ, η, ζ par rapport à a, en considérant l comme fonction de a; on obtient ainsi

$$d\xi = \mu i z\,dy\,\frac{3\,dl}{l^4},$$

$$d\eta = \mu i \left\{ -[z\,dx - (x-a)\,dz]\frac{3\,dl}{l^4} + \frac{dz\,da}{l^3} \right\},$$

$$d\zeta = \mu i \left[-\frac{3(x-a)\,dy\,dl}{l^4} - \frac{dy\,da}{l^3} \right].$$

Dans ces formules, posons $dx = a\,ds$, $dy = b\,ds$, $dz = c\,ds$, $da = -2\lambda$, $l = D$, $a = 0$, $dl = -\frac{(x-a)\,da}{l} = 2\lambda\cos\varphi$. Nous obtiendrons, en définitive,

$$(11)\quad \left\{ \begin{aligned} X &= \frac{(2\mu\lambda)\,i\,ds}{D^3}\,3\sin\varphi\cos\varphi, \\ Y &= \frac{(2\mu\lambda)\,i\,ds}{D^3}\,[c(1 - 3\cos^2\varphi) - 3a\sin\varphi\cos\varphi], \\ Z &= \frac{(2\mu\lambda)\,i\,ds}{D^3}(1 - 3\cos^2\varphi). \end{aligned} \right.$$

Ces formules (11) ne diffèrent des formules (10) que par le coefficient constant, ce qui justifie le principe énoncé précédemment, qu'à une grande distance un courant circulaire infiniment petit exerce la même action qu'un élément magnétique perpendiculaire à son plan. Cette analogie des formules (10) et (11) va nous permettre, en outre, de comparer l'intensité électromagnétique et l'intensité électrodynamique des courants. Dans les formules (11), nous

pouvons remplacer le moment magnétique $2\mu\lambda$ par un courant circulaire de rayon r et d'intensité électromagnétique telle, que l'on ait $2\mu\lambda = \pi r^2 i'$. Admettons, en outre, que, dans les formules (10) et (11), l'on ait $i = i'$ et $j = j'$; pour établir l'identité complète, il faudra poser $\frac{j^2}{2} = i^2$, ou bien $j = i\sqrt{2}$.

On voit donc que, si l'on adopte la formule (7) comme représentant l'action de deux éléments de courants et la définition de l'intensité électrodynamique des courants qui en est la conséquence, *l'unité qui sert à cette mesure est égale à l'unité d'intensité électromagnétique divisée par* $\sqrt{2}$. Il est préférable de n'adopter qu'une seule unité pour la mesure des actions électromagnétiques et électrodynamiques : c'est l'unité électromagnétique, c'est-à-dire *l'intensité du courant qui, parcourant un cercle de surface égale à* 1, *exerce la même action qu'un aimant ayant un moment magnétique égal à l'unité*.

Si donc, dans la formule (7), on remplace j et j' par $i\sqrt{2}$ et $i'\sqrt{2}$, elle devient

$$(12) \qquad f = -\frac{u'\,ds\,ds'}{l^2}(2\cos\varepsilon - 3\cos\theta\cos\theta'),$$

qui devrait être adoptée au lieu de la formule (7), puisqu'elle permet de n'admettre qu'une seule définition de l'intensité absolue des courants, celle qui résulte des actions électromagnétiques.

Il en résulte que deux éléments parallèles, égaux à 1 millimètre, situés à l'unité de distance, 1 millimètre, parcourus par des courants dont l'intensité est égale à l'unité électromagnétique, exercent l'un sur l'autre une attraction égale à deux fois l'unité de force adoptée, c'est-à-dire $\frac{1^{mgr}}{g}$. Deux éléments successifs d'un même courant, dans les mêmes conditions, exercent l'un sur l'autre une force répulsive égale à l'unité.

Action réciproque de deux courants circulaires très-éloignés par rapport à leurs diamètres. — Nous pouvons supposer que les deux courants circulaires sont remplacés par deux aimants perpendiculaires à leur plan, et dont les moments seraient égaux à l'intensité électromagnétique des courants multipliée par leur surface et le nombre des spires. Or l'une des bobines peut être suspendue à l'aide des deux fils qui servent au passage du courant, comme l'a

réalisé Weber [1], et constituer ainsi une balance de torsion bifilaire. Si donc on place la bobine mobile de telle sorte que les circonvolutions soient perpendiculaires au méridien magnétique, on pourra mettre la bobine fixe dans les positions convenables pour répéter avec des courants l'expérience que Gauss avait faite quand il a vérifié l'action réciproque de deux aimants éloignés. Soient (*fig.* 2) AB la bobine mobile, XY le méridien magnétique. On pourra placer la bobine fixe soit en CD, soit en EF, de manière que les spires soient parallèles au plan XY. La bobine bifilaire sera soumise à trois actions simultanées :

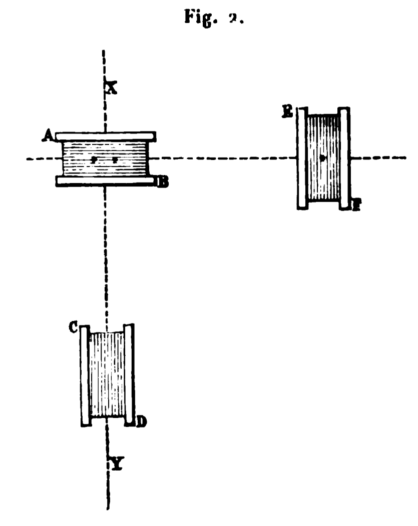
1° Le moment statique dû à la déviation de la bobine elle-même;

2° L'action du magnétisme terrestre;

3° L'action de la bobine fixe assimilable à celle d'un aimant, si la distance est assez considérable.

Le moment statique dû au mode de suspension peut être représenté par $\Delta = \frac{ab}{h}\frac{p}{g}$; a et b sont les écartements des fils de sus-

Fig. 2.



pension à la partie inférieure et supérieure, que l'on prend en général égaux entre eux, h la longueur de ces fils, p le poids de la

(1) WEBER, *Electrodynamische Maasbestimmungen*, 1re partie, p. 10; 1846.

bobine, et g l'intensité de la pesanteur (en adoptant l'unité de force de Gauss). Ce moment se mesure par la méthode des oscillations; si t est la durée des oscillations, p le poids de la bobine avec les pièces accessoires, telles que le miroir qui sert à mesurer la déviation, k^2 le rayon de giration (qui pourra être déterminé par le procédé de Gauss), on aura

$$\Delta = \frac{pk^2}{\pi^2 + 2}.$$

Pour une déviation égale à u, le moment dû à la suspension bifilaire sera

$$\Delta \sin u.$$

L'action de la Terre sera égale à

$$nSiT \sin u,$$

n étant le nombre des spires, S la surface de l'une d'elles, T l'intensité absolue horizontale du magnétisme terrestre. Si les spires forment plusieurs couches superposées, ce qui est le cas habituel, on pourra, dans une première approximation, remplacer la surface S par la moyenne géométrique de la surface correspondant à la première couche et à la dernière, en prenant comme contour de chacune d'elles la ligne passant par l'axe du fil conducteur recouvert d'une couche isolante.

L'action de la bobine fixe sera

$$\frac{nn'SS'ii'}{D^3} \cos u,$$

$n'S'i'$ ayant pour la bobine fixe la même signification que nSi pour la bobine mobile; D est la distance des centres, supposée très-grande relativement aux surfaces.

On aura donc, si l'on admet $i = i'_1$,

$$\frac{nn'SS'i^2}{D^3} \cos u = \Delta \sin u + nSiT \sin u.$$

Pour éliminer l'action du magnétisme terrestre, du reste très-faible et en général négligeable par rapport à Δ, il suffira de faire passer le courant en sens inverse; l'action des deux bobines l'une sur l'autre reste la même, celle du magnétisme change de signe; on

aura donc, en appelant u_1 et u_2 les deux déviations,

$$\frac{nn'SS'i^2}{D^3}\cos u_1 = \Delta \sin u_1 + nSiT \sin u_1,$$

$$\frac{nn'SS'i^2}{D^3}\cos u_2 = \Delta \sin u_2 - nSiT \sin u_2,$$

et, en faisant la somme,

$$\frac{nn'SS'i^2}{D^3} = \Delta(\operatorname{tang} u_1 + \operatorname{tang} u_2) = \Delta \operatorname{tang} \varphi$$

et

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{nn'SS'i^2}{D^3 \Delta}.$$

Si la distance n'est pas très-considérable, on pourra poser

$$(13) \qquad \operatorname{tang} \varphi = \frac{X}{D^3} + \frac{Y}{D^5},$$

comme dans l'action réciproque des aimants.

Weber a employé des formules plus compliquées et plus exactes qu'il a vérifiées par l'observation; mais on peut tout aussi bien employer la formule (13), sauf évidemment dans le cas où les centres des bobines coïncideraient, comme dans l'électrodynamomètre.

Voici quelques-unes des observations faites par Weber :

DISTANCE des centres des bobines.	BOBINE FIXE à l'est ou à l'ouest de la bobine bifilaire.		BOBINE FIXE au nord ou au sud de la bobine bifilaire.	
	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.
300	189,93	"	77,11	"
400	77,45	77,59	34,77	34,75
500	39,27	39,13	18,24	"
600	22,46	"	"	"

En déterminant X et Y à l'aide des observations faites à la distance

minima et à la plus grande distance, on obtient les formules suivantes :

$$f = 4759,02 \times 10^6 D^{-3} + 3321,00 \times 10^{10} D^{-5},$$
$$f_1 = 2404,09 \times 10^6 D^{-3} - 2885,06 \times 10^{10} D^{-5}.$$

Ces formules ont servi ensuite à calculer les déviations pour les distances intermédiaires; les divergences entre les nombres calculés et observés ne sont pas plus grandes que si l'on prend les formules plus compliquées de Weber.

Loi fondamentale de l'action réciproque des électricités en mouvement. — La loi fondamentale de l'action réciproque des éléments de courants donnée par Ampère ne doit être considérée que comme un résultat de l'observation; elle n'indique pas la cause de ces actions particulières des électricités en mouvement, actions qui s'écartent si notablement des attractions et des répulsions des fluides électriques à l'état statique. Divers physiciens ont cherché à combler cette lacune à l'aide d'hypothèses plus ou moins ingénieuses, que l'on a choisies de telle sorte qu'elles puissent amener à la formule fondamentale donnée par Ampère; mais ce ne sont que des hypothèses : les notions que nous possédons sur la cause générale des phénomènes électriques ne sont pas encore assez précises pour que nous puissions attribuer à ces hypothèses la même valeur qu'à celle de la gravitation universelle, par exemple.

Fechner [1] a posé la base de la théorie développée plus tard par Weber; il admet, en effet, que le courant électrique est formé d'une double circulation d'électricités positive et négative, en sens contraire et en quantités égales; les électricités de mêmes noms s'attirent quand elles marchent dans le même sens, se repoussent quand elles vont en sens contraire; inversement pour les électricités de noms contraires.

Weber [2], de son côté, admet dans chaque élément de courant l'existence des deux électricités de noms contraires, d'où résultent quatre actions qui se détruisent quand les fluides sont à l'état de repos; quand, au contraire, les électricités sont en mouvement, il admet, comme exprimant l'action réciproque de chaque fluide, la

(1) *Pogg. Ann.*, t. LXIV, p. 337; 1845.
(2) WEBER, *Electrodynamische Maasbestimmungen*, 1re partie, p. 89; 1846.

formule

$$f = \frac{ee'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(\frac{dr}{dt}\right)^n + \beta\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)^m\right];$$

r est la distance des éléments, $\frac{dr}{dt}$ la vitesse relative de ces deux électricités, et $\frac{d^2r}{dt^2}$ l'accélération de ce mouvement relatif; on a ainsi quatre actions simultanées, suivant les signes de e et de e'. On cherche ensuite à identifier la somme de ces quatre actions avec la formule fondamentale d'Ampère, en posant $i = aev$, $i' = a'e'v'$, v et v' étant les vitesses de circulation des électricités e et e' à travers la section du conducteur, et a un coefficient qui sert à exprimer le rapport des intensités i et i' (électromagnétiques) à l'unité d'électricité statique.

Weber a choisi, pour déterminer α, β, m et n, trois cas particuliers :

1° Celui des courants angulaires;

2° Celui de deux éléments de courants placés à la suite l'un de l'autre;

3° Celui de deux courants parallèles et de mêmes sens.

Mais il a, en outre, posé arbitrairement $n = 2$ (ayant reconnu seulement que n devait être pair), et de même, sans aucune justification, $m = 1$. Il est arrivé par des calculs très-simples à la formule

$$(14) \qquad f = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{8}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{4} r \frac{d^2r}{dt^2}\right].$$

En cherchant les quatre actions dues aux deux espèces d'électricité que contient chaque élément, le terme constant 1 disparaît, et l'on a à faire la somme des huit termes variables. On retombe exactement sur la formule d'Ampère.

Cette coïncidence ne démontre ni l'exactitude de la formule (14) ni même celle d'Ampère; car, comme on l'a fait souvent remarquer, cette dernière n'est relative qu'à l'action de deux éléments de courants, cas non réalisable. On a donné, en outre, plusieurs autres formules élémentaires ([1]) qui, dans le cas des courants fermés,

([1]) GRASSMANN, *Pogg. Ann.*, t. LXIV, p. 1; 1845. — REYNARD, *Annales de Chimie et de Physique*, t. XIX, 4e série, p. 272; 1870.

conduisent aux mêmes résultats, à cause des termes qui disparaissent par l'intégration. Il est, du reste, très-difficile de concevoir l'existence simultanée de deux flux d'électricité se mouvant en sens contraires à travers la même section d'un conducteur, comme l'admettent Fechner et Weber; des hypothèses de cette nature ne sont que la simple traduction des phénomènes, permettant d'appliquer le calcul à ces derniers, sans rien apprendre sur leur cause réelle.

SUR UN POINT DE LA THÉORIE DES PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES;

PAR M. J. MOUTIER.

Laplace a déduit de sa théorie des phénomènes capillaires l'expression du volume liquide soulevé dans un tube cylindrique vertical; depuis M. Bertrand a obtenu le même résultat au moyen d'une méthode très-simple ([1]), que je vais reproduire avant d'en faire l'application à quelques cas particuliers.

Cette méthode repose sur une propriété des surfaces démontrée par M. Bertrand dans son Mémoire sur les surfaces isothermes orthogonales. Soit MABC un rectangle élémentaire découpé sur une surface par quatre lignes de courbure; les normales à la surface aux points M et A se coupent en un point O sous un angle θ, les normales à la surface aux points M et C se coupent en un point O′ sous un angle θ'. Si l'on appelle R, R′ les rayons de courbure principaux de la surface au point M, OM, OM′, $MA = R\theta$, $MC = R'\theta'$, et l'aire du rectangle MABC a pour valeur

$$\omega = RR'\theta\theta'.$$

Si l'on mène des normales à la surface en chaque point et que l'on prenne sur toutes ces normales, dans la direction OM, des longueurs égales et infiniment petites ε, on forme une seconde surface équidistante de la première : les normales menées à la première surface suivant le contour MABC découpent sur la seconde surface un élément rectangulaire dont l'aire a pour valeur

$$\omega' = (R + \varepsilon)(R' + \varepsilon)\theta\theta'.$$

([1]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XIII, p. 199.

En négligeant les infiniment petits du second ordre

$$\omega' = \omega + \varepsilon(R + R')\theta\theta',$$

ou en remplaçant le produit $\theta\theta'$ au moyen de la première relation

$$(1) \qquad \omega' = \omega + \omega\varepsilon\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

Soit maintenant un tube cylindrique vertical à section circulaire dans lequel s'élève un liquide; en désignant par z l'ordonnée d'un point de la surface comptée à partir du niveau extérieur du liquide, l'équation de la surface capillaire est

$$(2) \qquad z = \alpha^2\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

où α^2 désigne une constante particulière au liquide.

Le volume du cylindre qui projette un élément ω de la surface terminale du liquide dans le tube sur la surface extérieure du liquide est $\omega z \cos\varphi$, en désignant par z l'ordonnée d'un point de l'élément ω et par φ l'angle de l'ordonnée avec la normale à la surface; le volume liquide soulevé dans le tube cylindrique vertical est

$$V = \Sigma\omega z \cos\varphi.$$

Considérons une seconde surface, obtenue en prolongeant les normales à la surface terminale du liquide d'une longueur infiniment petite ε, dirigée à l'intérieur du liquide; désignons par ω' l'élément correspondant à ω. D'après les relations (1) et (2),

$$(3) \qquad \omega' = \omega + \frac{\omega\varepsilon z}{\alpha^2}.$$

En reportant la valeur de ωz tirée de cette dernière équation dans l'expression du volume soulevé,

$$V = \frac{\alpha^2}{\varepsilon}(\Sigma\omega' \cos\varphi - \Sigma\omega \cos\varphi).$$

Or $\Sigma\omega \cos\varphi$, $\Sigma\omega' \cos\varphi$ sont les projections horizontales de la surface libre du liquide et de la surface infiniment voisine; elles ne diffèrent que par la projection de la zone déterminée par les normales de longueur infiniment petite ε menées suivant le contour de la surface terminale. La projection horizontale de cette zone a pour

valeur $L\varepsilon \cos i$, en désignant par L le contour de la surface terminale ou la circonférence du tube et par i l'angle de raccordement du liquide avec la paroi solide.

Le volume liquide soulevé dans le tube cylindrique vertical a donc pour expression

$$(4) \qquad V = \alpha^2 L \cos i \text{ (}^1\text{)}.$$

Cette expression a une grande importance dans la théorie des phénomènes capillaires, au point de vue des vérifications expérimentales. Si l'on désigne par H la hauteur moyenne à laquelle s'élève le liquide dans un tube de rayon r, définie par la relation $V = \varpi r^2 H$, et si l'on remarque que $L = 2\varpi r$, la relation précédente peut se mettre sous la forme

$$H = \frac{2\alpha^2 \cos i}{r}.$$

Si l'on regarde l'angle de raccordement i comme ayant une valeur constante, conformément aux théories de Laplace et de Gauss, la hauteur moyenne du liquide soulevé dans un tube cylindrique vertical doit être inversement proportionnelle au diamètre du tube.

Dans le cas des tubes étroits, la hauteur moyenne ne diffère pas sensiblement de l'ordonnée du point le plus bas de la surface terminale h; la relation précédente renferme alors la loi de Jurin comme loi limite. On retrouve d'ailleurs dans ce cas la relation précédente, comme on le sait, en supposant la méridienne du ménisque confondue avec le cercle osculateur au point le plus bas.

Lorsque le tube s'élargit, la différence entre H et h n'est plus négligeable. Laplace a essayé d'en tenir compte au moyen d'une correction qui suppose le ménisque hémisphérique, Ed. Desains a cherché à résoudre la difficulté en assimilant la surface du liquide à celle d'un ellipsoïde de révolution; mais ces corrections ne peuvent convenir qu'à des tubes de diamètre assez faible.

La question a été résolue récemment dans toute sa généralité, quel que soit le diamètre du tube, par M. Quet. Dans un Mémoire encore inédit, dont les principaux résultats ont été seuls publiés ([2]),

---

([1]) La même méthode a été appliquée par M. Bertrand à l'évaluation du volume d'une goutte de mercure posée sur un plan horizontal.

([2]) *Recueil de Rapports sur les progrès des Lettres et des Sciences en France.* De l'Électricité, du Magnétisme et de la Capillarité, par M. Quet, p. 260.

M. Quet a déduit de l'intégration générale de la surface capillaire la relation qui existe entre la hauteur moyenne H, la hauteur observée h et le rayon du tube, et il a pu vérifier pour des tubes de diamètres très-différents l'exactitude de la relation (4).

Cette relation montre que le volume du liquide soulevé est indépendant de la forme de la partie inférieure du tube; ce résultat est d'accord avec les expériences de Jurin.

La même relation s'applique également au volume liquide soulevé à l'extérieur d'un tube cylindrique vertical; L représente alors le périmètre extérieur du tube.

La démonstration donnée par M. Bertrand permet de reconnaître immédiatement l'influence que peut exercer la forme conique du tube sur le volume liquide soulevé. Si l'on imagine un tube ayant la forme d'un cône de révolution dont l'axe soit vertical et dont l'angle au sommet ait pour valeur 2β, il est aisé de voir que les normales à la surface capillaire menées par les différents points du périmètre de raccordement sont inclinées sur l'horizon de l'angle $i \mp \beta$, suivant que le sommet du cône occupe la partie supérieure ou la partie inférieure du tube. La zone déterminée par ces normales a pour projection horizontale $L\varepsilon \cos(i \mp \beta)$, et si l'on désigne par V le volume contenu à l'intérieur du cylindre qui projette la surface du liquide horizontalement, on a

$$V = \alpha^2 L \cos(i \mp \beta).$$

Des raisonnements analogues s'appliquent au cas de deux lames parallèles verticales. Si l'on désigne par L le périmètre mouillé, c'est-à-dire le double de la longueur de l'une des lames, le volume liquide soulevé entre les deux lames a pour expression

$$V = \alpha^2 L \cos i. \tag{5}$$

On peut répéter, à propos des vérifications de cette formule, ce qui a été dit précédemment au sujet du tube vertical. On voit que cette expression est indépendante de la distance des lames, et qu'elle convient également au volume liquide soulevé le long d'une seule lame de part et d'autre de cette lame.

Il est facile, en suivant une marche analogue, de trouver l'expression du volume liquide soulevé entre deux lames parallèles inclinées.

Considérons deux lames parallèles inclinées sur l'horizon d'un angle γ; prenons sur la surface terminale du liquide compris entre les deux lames un élément ω; désignons par z l'ordonnée de l'un de ces points, par Z la longueur de la parallèle à la ligne de plus grande pente des lames menée par ce point et terminée à la surface extérieure du liquide dans le vase, on a

$$z = Z \sin\gamma.$$

Appelons φ l'angle de la normale à la surface capillaire au point considéré avec la droite Z; le cylindre circonscrit à l'élément ω parallèlement à Z a pour section droite $\omega \cos\varphi$; le volume de ce cylindre compris entre la surface terminale du liquide et le niveau de la surface extérieure dans le vase est

$$Z\omega \cos\varphi = \frac{z\omega \cos\varphi}{\sin\gamma},$$

et le volume du liquide soulevé entre les deux lames a pour valeur

$$V = \frac{1}{\sin\gamma} \Sigma\, \omega z \cos\varphi.$$

Si l'on imagine, comme précédemment, une seconde surface déterminée par les extrémités des normales de longueur ε infiniment petite, menées à tous les points de la surface du côté du liquide, et que l'on désigne par ω' l'élément correspondant à ω, on a, d'après l'équation (3),

$$\omega z = \frac{\alpha^2}{\varepsilon}(\omega' - \omega),$$

et par suite

$$V = \frac{1}{\sin\gamma} \frac{\alpha^2}{\varepsilon} (\Sigma\, \omega' \cos\varphi - \Sigma\, \omega \cos\varphi).$$

Or la quantité renfermée dans la parenthèse est la projection sur un plan perpendiculaire à Z de la zone déterminée par les normales de longueur ε menées suivant le contour de la surface terminale; cette projection a pour valeur

$$L\varepsilon \cos i,$$

et l'expression du volume soulevé est alors

$$V = \frac{1}{\sin\gamma} \alpha^2 L \cos i.$$

Si l'on appelle V_1 le volume liquide soulevé entre deux lames parallèles supposées verticales et de même longueur que les lames inclinées, on a vu (5) que

$$V_1 = \alpha^2 L \cos i;$$

il en résulte

$$V = \frac{V_1}{\sin\gamma}. \tag{6}$$

Cette relation est susceptible d'une vérification expérimentale, et, comme on a supposé l'angle i constant, conformément aux théories de Laplace et de Gauss, quelle que soit l'inclinaison des lames, on pourra peut-être démontrer ainsi par l'expérience que l'angle de raccordement du liquide avec la paroi est indépendant de l'obliquité de cette paroi, et vérifier une conséquence de la théorie des phénomènes capillaires.

Si l'on désigne par b la distance des lames, par H la valeur moyenne de Z, le volume du liquide soulevé peut se représenter par la relation

$$V = \frac{1}{2} L b H.$$

En appelant H_1 la hauteur moyenne du liquide compris entre deux lames parallèles verticales éloignées de la même distance b,

$$V_1 = \frac{1}{2} L b H_1.$$

On a donc, d'après la relation (6),

$$H = \frac{H_1}{\sin\gamma}.$$

Si l'on considère des lames très-rapprochées, la valeur de H ne diffère pas sensiblement des valeurs de Z relatives aux divers points de la surface; la valeur de H_1 ne diffère pas sensiblement de l'ordonnée z_1 d'un point de la surface dans le second cas,

$$Z = \frac{z_1}{\sin\gamma},$$

et, comme $Z = \dfrac{z}{\sin\gamma}$, il en résulte

$$z = z_1.$$

La hauteur à laquelle s'élève le liquide compris entre deux lames parallèles situées à une distance invariable et très-petite est donc indépendante de l'inclinaison des deux lames sur l'horizon.

L'expression du volume liquide soulevé entre deux lames parallèles inclinées est indépendante de la distance des lames; elle s'applique, par conséquent, au cas de deux lames parallèles très-écartées et, par suite, à la somme des volumes liquides soulevés sur les deux faces d'une lame unique inclinée plongée dans un liquide.

RUDORFF. — Ueber das Gefrieren der Salzlösungen (Sur la congélation des dissolutions salines); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 599.

DE COPPET. — Recherches sur la température de congélation des dissolutions salines; *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, XXV, XXVI.

Blagden avait trouvé dès 1788 que l'abaissement du point de congélation de certaines dissolutions salines est proportionnel à la quantité de sel dissous. Il avait vérifié une proposition énoncée par Deluc, à savoir que le plus grand froid qu'on puisse obtenir par le mélange d'un sel avec de la glace doit être celui auquel une solution saturée de ce sel se congèle.

Despretz observa la température de congélation de diverses dissolutions dont il recherchait le maximum de densité.

M. Dufour conclut de ses expériences que, dans la congélation de la dissolution aqueuse d'un corps solide, il n'y a jamais une séparation complète du corps et du liquide, et que la loi de Blagden est sensiblement vérifiée, quoiqu'il y ait des exceptions à cette loi.

M. Rüdorff (*Ann. de Poggendorff*, 1861-1864) étudia de nouveau ce sujet, qui lui a fourni la matière du Mémoire que nous analysons.

Si l'on dissout un poids M de substance dans 100 grammes d'eau, et si l'on désigne par C l'abaissement en degrés centigrades du point de congélation au-dessous de 0 degré, on trouve un certain nombre de sels pour lesquels $\frac{C}{M}$ est constant ou oscille autour d'une valeur moyenne. M. Rüdorff en conclut que le corps dissous se trouve dans l'eau à l'*état anhydre* et agit comme tel sur la température de congélation de l'eau qui se trouve abaissée.

Il trouve ainsi :

	$\frac{C}{M}$
Chlorure de potassium	0,446
Chlorure d'ammonium	0,635
Iodure de potassium	0,212
Bromure de potassium	0,292
Sulfate de soude	0,297
Sulfate de potasse	0,201
Sulfate d'ammoniaque	0,269
Sulfate double de manganèse et d'ammoniaque	0,037
Sulfate de cadmium et d'ammoniaque	0,145
Chromate de potasse	0,134
Carbonate de potasse	0,317
Azotate de chaux	0,277
Azotate de strontiane	0,184

Pour d'autres sels, le rapport $\frac{C}{M}$ croît à mesure que M augmente. M. Rüdorff admet que l'eau joue alors un double rôle; une partie se combine avec le sel qui se dissout et forme un *hydrate* à proportions définies; le reste sert de dissolvant. C'est l'hydrate ainsi formé qui agit alors pour abaisser le point de congélation. En partant de cette hypothèse, on peut, à l'aide de deux observations qui donnent les abaissements C' et C'' correspondant aux masses M' et M'' de sel dissous, déterminer le nombre r d'atomes d'eau qu'il faut supposer combinés avec le sel pour que, en appelant M_r le poids de cette combinaison dissous dans 100 parties d'eau, le quotient $\frac{C}{M_r}$ soit constant. On a $r = \frac{100A(MC' - M'C)}{18MM'(C' - C)}$; A est le poids atomique du corps. L'expérience apprendra si, en faisant varier le poids M du sel, le quotient précédent conserve toujours la même valeur.

C'est ainsi qu'on supposera :

12 atomes d'eau unis à :	$\frac{C}{M}$
Azotate de magnésie	0,132
Azotate de zinc	0,113
Azotate de manganèse	0,116
Azotate de cadmium	0,095
Azotate de deutoxyde de cuivre	0,111
Azotate de nickel	0,114

Chlorure de manganèse	0,138
Chlorure de cobalt	0,142
Chlorure de nickel	0,140
9 atomes d'eau unis à :	
Acide sulfurique	0,129
Acide azotique	0,231
7 atomes d'eau unis à :	
Sulfate de magnésie	0,072
Sulfate de zinc	0,058
Sulfate de nickel	0,055
6 atomes d'eau unis à :	
Acide chlorhydrique	0,251
5 atomes d'eau unis à :	
Sulfate de cuivre	0,065
Potasse	0,397
Acétate de soude	0,202
4 atomes d'eau unis à :	
Soude	0,509
Acide iodhydrique	0,157

Il est un petit nombre de sels qui ne trouvent pas leur place dans les deux groupes précédents. Tels sont les chlorures de sodium et de baryum et le chlorure de cuivre. M. Rüdorff pense qu'il s'opère un changement dans la constitution du sel dissous; que, par exemple, un sel anhydre se combine à un certain moment avec un certain nombre d'équivalents d'eau, ou que, s'il est hydraté, il forme un nouvel hydrate.

Ainsi il trouve que, pour le chlorure de sodium, $\frac{C}{M} = 0,6$, jusqu'à ce que la dissolution renferme 16 pour 100 de sel. Jusque-là, le corps agit à l'état anhydre sur la température de congélation; mais, au-dessus, $\frac{C}{M}$ croît avec la proportion de sel, et c'est le composé $NaCl + 2H^2O$ qu'il faut supposer dissous pour avoir une valeur constante de $\frac{C}{M'} = 0,341$, M′ étant la masse de sel hydraté dissous dans 100 parties d'eau. De même,

Chlorure de baryum........ $BaCl^2 + 2H^2O$, $\frac{C}{M'} = 0,190$,

tant que la proportion de sel n'atteint pas 16 pour 100; au-dessus, on supposera

Chlorure de baryum........ $BaCl^2 + 6H^2O$, $\frac{C}{M'} = 0,150$.

De même,

Chlorure de cuivre......... $CuCl^2 + 4H^2O$, $\frac{C}{M'} = 0,283$,

depuis 20 pour 100; au-dessous

$CuCl^2 + 12H^2O$, $\frac{C}{M'} = 0,127$.

Le premier de ces hydrates est vert, et il devient bleu lorsque la concentration est plus grande. Cette couleur bleue appartiendrait au second hydrate.

Enfin, pour certains sels, pour l'azotate d'argent surtout, $\frac{C}{M}$ décroît d'une manière notable à mesure que M augmente, et M. Rüdorff ne trouve pas d'explication satisfaisante de ce fait. Ainsi il rejette, comme peu probable, la théorie que M. de Coppet propose pour ce cas.

Celui-ci pense qu'alors les dissolutions contiennent un mélange de deux ou de plusieurs modifications de ces sels, mélange dont les proportions relatives varient avec la température et le degré de concentration de la dissolution. Il laisse de côté le cas où le sel lui-même serait décomposé par l'eau, comme les sels de bismuth, et admet seulement la décomposition de l'hydrate, décomposition qui se ferait graduellement à mesure que le degré de concentration s'accroîtrait.

Il rapproche cette décomposition des expériences de M. Debray sur la dissociation des sels. Ici la théorie m'a semblé manquer de clarté. L'auteur suppose qu'un hydrate en dissolution dans une masse d'eau a une *tension de dissociation* analogue à la tension des vapeurs des sels hydratées, tension combattue par une certaine *résistance* qu'oppose à la décomposition la masse entière du dissolvant. Ces expressions me semblent manquer de netteté et de précision.

Craignant de ne pas bien rendre les idées de l'auteur, je me borne à transcrire les deux hypothèses fondamentales de sa théorie :

1° La combinaison des sels avec l'eau d'hydratation et la décomposition de ces hydrates dans les dissolutions aqueuses suivent une

marche analogue à celle de la dissociation des hydrates solides dans un espace limité contenant de la vapeur d'eau;

2° L'abaissement du point de congélation d'une dissolution saline au-dessous de zéro et l'abaissement de la température du maximum de densité au-dessous de celle du maximum de l'eau sont l'un et l'autre proportionnels au poids du sel (anhydre ou hydraté) dissous dans une quantité constante d'eau.

La première partie de l'énoncé est l'extension à tous les cas de la loi que M. Rüdorff limite à ceux pour lesquels le rapport $\frac{C}{M}$ ne décroît pas lorsque M augmente.

La seconde, relative au maximum de densité, est, jusqu'à un certain point, vérifiée par les expériences de Despretz. Mais il faudrait un plus grand nombre d'expériences pour rendre la démonstration complète.

M. de Coppet a eu l'idée de multiplier le rapport $\frac{C}{M}$ par le poids atomique du sel (anhydre ou hydraté) que l'on considère. Il obtient ainsi ce qu'il appelle l'*abaissement atomique*. Il a formé plusieurs groupes de corps pour lesquels l'abaissement atomique est le même.

Ainsi, pour les chlorures, bromures, iodures de potassium et de sodium, et aussi pour la potasse et la soude, le produit ne s'éloigne pas de 34.

Pour l'ammoniaque, il serait 19. M. de Coppet en conclut que la dissolution d'ammoniaque n'a pas la même composition que celle de potasse.

Les sulfates de fer, de zinc, de magnésie et de cuivre pris à l'état d'hydrate, avec la composition que leur assigne M. Rüdorff, forment un autre groupe dont l'abaissement atomique est voisin de 16.

Pour les chlorures de baryum, strontium, calcium, cuivre, manganèse, on trouve encore des nombres à peu près égaux; mais il faut, pour certains d'entre eux, changer les formules données par M. Rüdorff sur la composition de ces hydrates. Il y a encore là un point à éclaircir, et il ne peut l'être que par des expériences s'étendant aux groupes de sels les plus variés.

C'est alors qu'on saura sûrement si, comme l'énonce M. de Coppet, les abaissements atomiques du point de congélation et ceux de la température du maximum de densité, qui correspondent aux différents états d'hydratation d'un même sel, sont à peu près égaux

entre eux; si le rapport des deux abaissements a toujours la même valeur, quel que soit l'état d'hydratation du sel.

M. de Coppet conclut, des expériences faites par Despretz sur la potasse, les chlorures de sodium et de calcium, que, pour tout le groupe des chlorures, bromures, iodures alcalins ou alcalino-terreux, pour la potasse et pour la soude, l'abaissement atomique du maximum de densité de leurs dissolutions aqueuses est sensiblement quadruple de l'abaissement atomique de leur point de congélation. Une telle généralisation de quelques résultats particuliers est peut-être un peu prématurée dans un sujet encore aussi obscur; et c'est peut-être trop se hâter que d'admettre que l'on peut, à l'aide de cette loi et en l'absence d'expériences directes, trouver par le calcul, pour un grand nombre de sels, les températures de congélation et du maximum de densité de leurs dissolutions

Il est bon de remarquer que, sur certains points, la théorie de M. de Coppet conduit à des conclusions différentes de celles que M. Rüdorff tire de ses expériences. Ainsi les bromure et iodure de sodium, que M. Rüdorff regarde comme combinés avec 4 atomes d'eau, doivent être pris seulement avec 3, d'après M. de Coppet; alors seulement ils satisfont à la loi de l'abaissement atomique. La dissolution de chlorure de sodium devrait contenir probablement un mélange de deux hydrates ou d'un hydrate et de sel anhydre. Le chlorure de calcium serait aussi sous deux états dans la solution concentrée. Il en serait probablement de même du chlorure de baryum, etc. Ces divergences ne peuvent disparaître que par des expériences, qui sont plus puissantes que toutes les considérations théoriques; et ces expériences ne sauraient être trop multipliées, car elles présentent des difficultés qui expliquent les différences, parfois notables, que l'on trouve dans les nombres bruts donnés par MM. Rüdorff et de Coppet pour l'abaissement du point de congélation de certaines dissolutions prises au même degré de concentration, quoique le procédé d'observation soit le même de part et d'autre (*voir* chlorures de sodium et de baryum). M. de Coppet, en opérant sur des mélanges de chlorure de potassium ou de sodium et de carbonate de potasse, et en citant quelques résultats obtenus par M. Rüdorff, trouve que l'abaissement du point de congélation du mélange est rigoureusement la somme des abaissements produits par chaque substance isolément.

Les solutions sursaturées lui ont paru rentrer dans le cas des solutions ordinaires, quant à l'abaissement du point de congélation. Les résultats numériques de ces expériences, dit-il, ne peuvent se concilier avec la théorie de M. Rüdorff qu'à la condition d'y introduire les hypothèses nouvelles dont nous avons parlé plus haut.

L'une des expériences faites par M. Rüdorff sur une solution sursaturée de sulfate de soude est intéressante. Une solution saturée de ce sel à 5 degrés est refroidie jusqu'à —4 ou —5 degrés; elle est alors sursaturée. On projette dans le ballon une parcelle de glace; il se sépare immédiatement une abondante quantité de glace, et le thermomètre remonte de 2 ou 3 degrés. Si l'on eût jeté dans le ballon un petit cristal de sulfate de soude, le sel se fût précipité seul, sans formation de glace. En projetant successivement ou simultanément la glace et le sel, on obtient successivement ou simultanément un dépôt de glace et un dépôt de sel. M. Rüdorff cite cette expérience pour soutenir que, lors de la congélation d'une dissolution saline, il s'en sépare de la glace pure, et que la petite quantité de sel que l'on trouve dans cette glace provient d'une partie de la dissolution qui est emprisonnée dans les feuillets de glace. Si, dans l'expérience précédente, il se séparait de la dissolution une parcelle de sel solide, elle entraînerait la précipitation de l'excès de sel qui se trouve dans la solution sursaturée.

Rappelons enfin que M. Wüllner a mesuré la force élastique de la vapeur d'eau émise par les dissolutions salines. Il a trouvé que, si l'on appelle V la diminution de force élastique de la vapeur et M la proportion de sel anhydre dissous, $\frac{V}{M}$ est constant, et le sel préexiste dans la dissolution à l'état anhydre. Tels sont les chlorures de potassium, de sodium, azotates de chaux, de soude, sulfate de potasse, résultats conformes à ceux de M. Rüdorff, et aussi les sulfates de soude, de cuivre, de nickel, que M. Rüdorff considère comme hydratés, une fois qu'ils sont dissous. Pour certains corps, chlorure de calcium, potasse, soude, $\frac{V}{M}$ n'est constant qu'autant qu'on prend pour M la masse d'un hydrate défini du corps dissous dans 100 parties d'eau. Sauf pour le chlorure de calcium, les formules des hydrates données par M. Wüllner diffèrent de celles de M. Rüdorff.

Ce sujet d'études, comme on le voit, est loin d'être épuisé.

E. Gripon.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIV. — Juillet 1872.

JAMES CROLL. — *Qu'est-ce qui détermine le mouvement moléculaire? Le problème fondamental de la nature*, p. 1.

ALFRED-M. MAYER. — *Sur un nouveau galvanomètre-lanterne*, p. 25.

HENRY MOSELEY. — *Sur l'écoulement constant d'un liquide*, p. 30.

SEDLEY TAYLOR. — *Sur les variations de hauteur dans les battements*, p. 56.

W. STRUTT. — *Sur les idées de M. Moon sur la pression des gaz*, p. 64.

4e série. — Tome XLIV. — Août 1872.

E. EDLUND. — *Sur la nature de l'électricité*, p. 81.

ROBERT MOON. — *Réponse à quelques remarques de M. W. Strutt sur la pression des gaz*, p. 101.

JOHN WILLIAM DRAPER. — *Recherches de chimie actinométrique. Premier Mémoire : Sur la distribution de la chaleur dans le spectre*, p. 104.

R. CLAUSIUS. — *Une correction indispensable à propos d'une des remarques de M. Tait*, p. 117.

W. ATKINSON. — *La théorie atomique, en réponse au Dr Wright*, p. 118.

ALFRED TRIBE. — *Remarques sur l'ambiguïté, l'insuffisance et l'inutilité prétendue de la théorie atomique*, p. 121.

S. SHALER. — *La lumière cendrée sur la lune*, p. 123.

R. BIRT. — *Contribution à la science des mouvements de l'atmosphère*, p. 125.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLVI. — No 6. — Juillet 1872.

R. KÖNIG. — *Les flammes manométriques*, p. 161.

S. LAMANSKY. — *Recherches sur le spectre calorifique de la lumière du soleil et de la chaux*, p. 200.

E. HAGENBACH. — *Recherches sur la fluorescence* (suite), p. 232.

H. WEBER. — *Sur la conductibilité calorifique du fer et de l'argent*, p. 257.

A.-V. ŒTTINGEN. — *Spectre de l'aurore boréale*, p. 284.

W. MUSAEUS. — *Sur une nouvelle modification à la machine de Holtz avec des disques tournants opposés*, p. 288.

P. VOLPICELLI. — *Recherches sur la transformation de la force vive en chaleur*, p. 305.

R. CLAUSIUS. — *Sur les objections faites par M. Tait à ma théorie mécanique de la chaleur*, p. 308.

E. MACH. — *Sur la double réfraction temporaire des corps sous l'action d'une pression partielle*, p. 313.

E. MACH. — *Recherches spectrales sur une tige de verre vibrant longitudinalement*, p. 316.

F. STREHLKE. — *Remarques sur les figures acoustiques*, p. 319.

DES LOIS DE LA PROPAGATION DE L'ÉLECTRICITÉ DANS L'ÉTAT PERMANENT;

PAR J. RAYNAUD,
Directeur des Télégraphes.

Bien que les principes de la théorie de Ohm soient devenus aujourd'hui classiques, il ne semble pas cependant que toute leur fécondité ait encore attiré l'attention des physiciens français. Dans la plupart des Traités, on se borne à mentionner l'hypothèse de Ohm, et à montrer la concordance des lois qui s'en déduisent avec les lois expérimentales de M. Pouillet.

Pour l'étude des courants dérivés, les mesures des résistances et des forces électromotrices, on se renferme, en général, dans l'exposé des méthodes qui font l'objet du célèbre Mémoire publié par M. Wheatstone en 1844, et qui découlent toutes de la loi des intensités. Quelques-uns des travaux publiés dès 1845, par MM. Kirchhoff et Poggendorff, ont été traduits toutefois dans les *Annales de Chimie et de Physique;* d'autres ont été laissés de côté, qui conduisent cependant à des conséquences si simples et d'une application si immédiate, qu'il nous a paru utile de combler cette lacune. De ce nombre est l'étude du problème général des dérivations par M. Kirchhoff. Les corollaires que M. Bosscha en a tirés simplifient le calcul d'une façon remarquable dans la plupart des cas, et fournissent des méthodes nouvelles de mesure de résistance, dont l'importance pratique a été signalée dans plusieurs Communications récentes à la Société Royale de Londres.

Nous nous proposons, dans ce premier article, de rappeler sommairement les lois de Ohm, en indiquant leurs applications à l'étude des circuits électriques en général, et des circuits télégraphiques [1] en particulier.

Nous examinerons, en second lieu, les propriétés des courants dérivés simples, et les lois dites de Kirchhoff;

Puis la résolution des équations résultant de ces lois, dans le cas le plus général des dérivations;

Et enfin les corollaires de M. Bosscha, et les méthodes expérimentales auxquelles ils conduisent.

---

[1] Un circuit télégraphique est un circuit électrique fermé par la terre.

I. — *Lois de Ohm dans l'état permanent* [1].

1. Pour établir la théorie de la propagation de la chaleur à travers les corps, on admet qu'entre deux points voisins, dont la température est différente, il s'opère un mouvement calorifique tendant à établir l'égalité des températures ; que le flux de chaleur marche du point où la température est la plus élevée à l'autre ; et enfin que l'*intensité* de ce flux, ou la quantité de chaleur, qui passe dans l'unité de temps, est proportionnelle à la différence des températures.

Ainsi, s'il n'y a pas de déperdition de chaleur, I étant l'intensité du flux, dt la différence de la température entre deux points à la distance dx, ω la section du conducteur supposé cylindrique, K son pouvoir conducteur, on a

$$I = -K\omega \frac{dt}{dx}.$$

Pour l'équilibre calorifique, il faut que I soit constant, c'est-à-dire que

$$\frac{dt}{dx} = a \quad \text{ou} \quad \frac{d^2 t}{dx^2} = 0,$$

d'où

$$t = ax + b.$$

Les constantes a et b seront déterminées, si l'on connaît la température en deux points donnés.

2. Nous assimilerons avec Ohm la propagation de l'électricité dans un conducteur à celle de la chaleur dans un corps ; mais, au lieu d'employer le mot *tension* qui prête à confusion [2], nous dé-

(1) *Théorie de la propagation de l'Électricité;* par MM. Blavier et Gounelle. (*Annales télégraphiques*, 1859.)

Ohm, *Théorie mathématique du circuit électrique* (1827), traduction de M. Gaugain (1860).

(2) Le mot *tension* est souvent employé pour désigner, par exemple, la pression électrique à la surface d'un conducteur. On dit, dans ce sens, que, dans un ellipsoïde chargé, la tension est plus grande à l'extrémité du grand axe qu'à l'extrémité du petit axe. La confusion du mot tension ainsi entendu avec la *tension* de la théorie d'Ohm conduirait à ce résultat absurde, qu'il y aurait courant dans un arc conducteur joignant les sommets de ces deux axes.

signerons par *potentiel* l'analogue de la température dans les phénomènes électriques, ce qu'on pourrait appeler la *température électrique* du corps [1].

Entre deux éléments électriques qui ont des potentiels inégaux, il se produira un *courant,* par suite de la tendance des deux éléments à se rapprocher de la moyenne de leurs potentiels, c'est-à-dire de l'équilibre. L'inégalité de potentiel entre deux points étant la cause de tout courant électrique, on appellera *force électromotrice* toute cause qui produit une différence de potentiel entre deux points voisins. Enfin les potentiels seront rapportés au potentiel moyen de la terre, pris comme zéro de l'échelle.

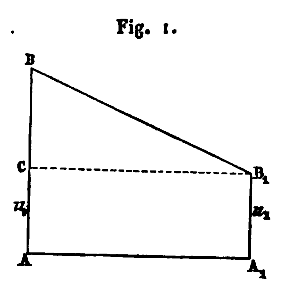
3. Les deux principes de la théorie de Ohm, dont le second n'est autre que l'hypothèse de Volta, s'énonceront alors comme il suit :

Principe de Ohm : « Quand un mouvement électrique se manifeste dans un conducteur, par suite de la différence de potentiel entre deux points voisins, il passe, dans un temps donné, une quantité d'électricité qui est proportionnelle à la différence de potentiel aux deux points. »

Principe de Volta : « Aux points du circuit où réside une force électromotrice, elle introduit des deux côtés de la surface de contact une différence de potentiel qui reste constante, quel que soit l'état général du circuit. »

Considérons un circuit linéaire homogène (*fig.* 1), avec une force

Fig. 1.



électromotrice en un de ses points introduisant une différence de potentiel e; ouvrons ce circuit au point où réside la force électro-

---

(1) *Voir* l'article de M. Cornu, *Sur les mesures électrostatiques;* même tome, p. 92.

motrice et développons-le en ligne droite; en prenant ce point comme origine, u étant le potentiel à la distance x, on a

$$(1) \qquad \frac{d^2u}{dx^2} = 0 \quad \text{ou} \quad u = ax + b.$$

La courbe des potentiels est donc représentée géométriquement par une ligne droite, dont l'inclinaison est a.

On a pour l'intensité

$$I = -k\omega\frac{du}{dx} = -k\omega a$$

d'où

$$a = -\frac{I}{k\omega}, \text{ et } \quad u = -I\frac{x}{k\omega} + b.$$

Quand I sera positif, $\frac{du}{dx}$ sera négatif, et le courant marchera dans le sens des abscisses croissantes.

Posons $\frac{x}{k\omega} = \rho$, ρ sera ce qu'on appelle la *longueur réduite*, ou la *résistance* du conducteur comprise entre x et l'origine; b est le potentiel à l'origine, et le principe de Volta permet de déterminer I.

Car u_0 et u_1 étant les potentiels aux points A et A_1, c'est-à-dire à l'origine et à l'autre extrémité,

$$(2) \qquad u_0 - u_1 = e.$$

Mais si r est la longueur réduite du circuit

$$u_0 = b,$$
$$u_1 = b - Ir;$$

d'où

$$Ir = e \quad \text{ou} \quad I = \frac{e}{r}.$$

La force électromotrice est regardée comme positive quand elle accroît le potentiel au point où elle réside, c'est-à-dire quand elle produit un courant dirigé dans le sens pour lequel on admet que l'intensité est positive (ou tel que u diminue si x augmente).

4. Lorsqu'on a un circuit composé de plusieurs conducteurs, l'équilibre dynamique exige encore que la quantité d'électricité qui sort de l'un des conducteurs soit égale à celle qui entre dans le conducteur suivant, ou que

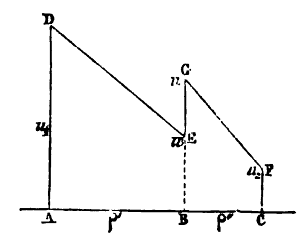
$$i = i' = i'' = \ldots,$$

ou encore que

$$k\omega a = k'\omega' a' = k''\omega'' a'' = \ldots.$$

Concevons deux points A et C (*fig.* 2) d'un circuit entre lesquels soit située en B une force électromotrice e, produisant une différence

Fig. 2.



de potentiel $u'' - u' = e$; l' et l'' étant les longueurs qui séparent A et C du point B où réside e, posons

$$\rho' = \frac{l'}{k'\omega'}, \quad \rho'' = \frac{l''}{k''\omega''} \quad \text{et} \quad r = \rho' + \rho'',$$

on a (3)

$$\begin{aligned} u_1 - u' &= \mathrm{I}\rho' \\ u' - u'' &= -e \\ u'' - u_2 &= \mathrm{I}\rho'' \end{aligned}$$

d'où

$$u_1 - u_2 = \mathrm{I}(\rho' + \rho'') - e = \mathrm{I}r - e.$$

Pour chacun des conducteurs, la courbe des potentiels est une droite $u = ax + b$, dont l'inclinaison est donnée (3) par

$$\frac{du}{dx} = a = -\frac{\mathrm{I}}{k\omega},$$

et, au point où réside la force électromotrice, le potentiel croît ou décroît brusquement d'une quantité égale à e.

5. Concevons en général un circuit de n conducteurs définis par leurs résistances $r_1, r_2, \ldots, r_n$ et renfermant des forces électromotrices e_1, $e_2, \ldots$, e_n. Les conditions du problème sont définies par les équations :

$$\frac{d^2u}{dx^2} = 0 \tag{1}$$

pour chaque conducteur;

$$u'' - u' = e \tag{2}$$

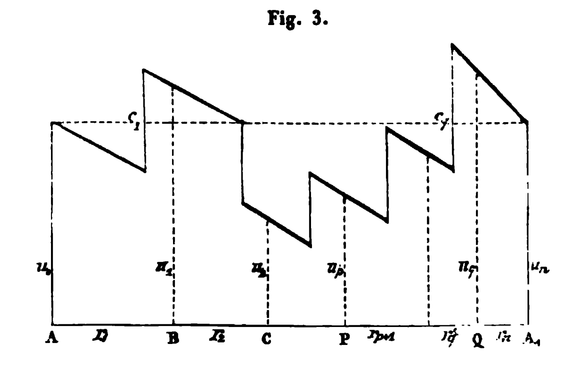
aux points où réside une force électromotrice;

$$i_1 = i_2 = \ldots = i_p = i_q \ldots = i_n \tag{3}$$

dans les divers conducteurs.

Les abscisses représentant les résistances, les courbes des potentiels seront des droites parallèles.

Fig. 3.



Si deux points P et Q (*fig.* 3) sont séparés par une résistance

$$PQ = r_{p+1} + r_{p+2} + \ldots + r_q = \Sigma_{p+1}^{q} r,$$

et si $\Sigma_{p+1}^{q} e$ représente la somme algébrique des forces comprises dans l'intervalle, on aura, entre les potentiels u_p et u_q, la relation

$$u_p - u_q = I\Sigma_{p+1}^{q} r - \Sigma_{p+1}^{q} e. \tag{4}$$

Le circuit ayant été ouvert au point A, on a

$$u_0 = u_n;$$

donc

$$I\Sigma_1^n r = \Sigma_1^n e,$$

ou

$$(5) \qquad I = \frac{\Sigma e}{\Sigma r}.$$

C'est la formule bien connue des intensités.

L'équation (5) montre que l'intensité $\left(\frac{du}{dx}\right)$ est parfaitement déterminée; mais le potentiel donné par l'équation (4) ne l'est qu'à une constante près; géométriquement, la position de l'axe des x n'est pas définie. La relation (4) fait voir que, *si le potentiel d'un point quelconque du circuit subit une variation déterminée, le potentiel de tous les autres points subit la même variation.*

6. Soient u_0 le potentiel à l'origine des coordonnées, si R_0 est la résistance interposée entre l'origine et le point u, et E_0 la somme des forces électromotrices comprises entre les deux points, on aura

$$u_0 - u = IR_0 - E_0,$$

ou

$$u = u_0 + E_0 - IR_0;$$

u_0 sera déterminé si l'on connaît le potentiel en un point du circuit.

Si, à l'origine, le circuit communique avec la terre, on aura

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad u = E_0 - IR_0.$$

S'il communique avec la terre en un point séparé de u par une résistance R, E étant la somme des forces entre la terre et ce point, on aura

$$u = IR - E.$$

Si le circuit est isolé de la terre en tous ses points, on déterminera u_0 par la condition que le circuit renferme des quantités égales d'électricité positive et négative, ou que la somme totale d'électricité développée soit nulle.

Si le circuit est linéaire et homogène, de telle sorte que la quantité en chaque point soit proportionnelle au potentiel en ce point, et s'il n'y a dans le circuit qu'une force à l'origine; il faudra exprimer

que la somme des potentiels ou l'ordonnée moyenne est nulle; alors

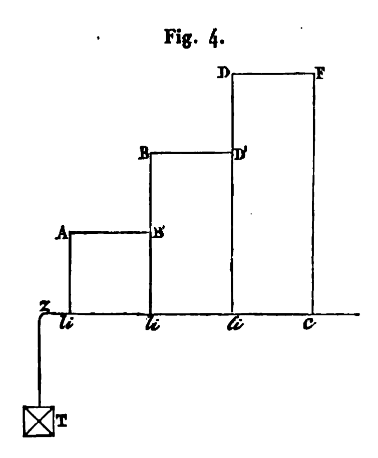
$$u_0 = \frac{E}{2}, \quad u_n = -\frac{E}{2}.$$

Dans les applications qui suivent, nous supposerons, pour simplifier, un des points en communication avec la terre.

7. *Application aux circuits voltaïques.* — Considérons une pile formée d'un certain nombre de couples, zinc, acide sulfurique, cuivre, par exemple, et admettons que la force électromotrice réside seulement au contact du zinc et du liquide. La courbe des potentiels sera continue d'une surface de contact à celle de l'élément suivant, où le potentiel du liquide croîtra brusquement d'une quantité égale à la force électromotrice.

Si la pile est ouverte $\Sigma r = \infty$, et par suite $I = 0$, et si le premier zinc est à la terre, on a $u = E_0$. S'il y a n éléments, le potentiel du dernier cuivre sera $u_n = ne$. La courbe des potentiels sera une série

Fig. 4.

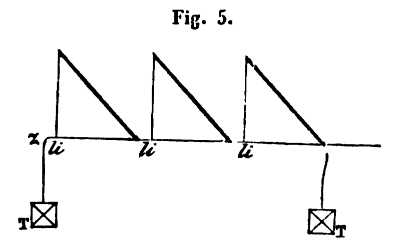


de droites parallèles à l'axe représentées dans la figure 4, où les lettres l, i indiquent les surfaces de séparation du zinc et du liquide, z le premier zinc et c le dernier cuivre.

Supposons les deux pôles de la pile réunis directement sans conducteur interpolaire, le premier zinc étant toujours à la terre : la courbe des potentiels sera une série de droites parallèles, dont l'in-

clinaison commune est $a = -$ I (les abscisses représentant les résistances ou longueurs réduites). A chaque contact du liquide et du

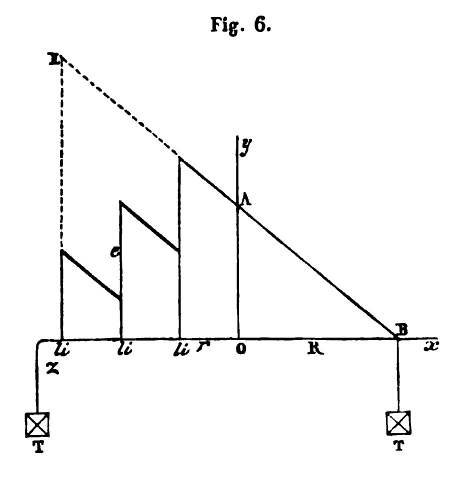
Fig. 5.



zinc, le potentiel est égal à la force électromotrice; il retombe à zéro à chaque cuivre. L'intensité $I = \frac{ne}{nr} = \frac{e}{r}$ est indépendante du nombre des éléments, e et r étant la force électromotrice et la résistance d'un élément.

Supposons enfin les deux pôles de la pile réunis par un conducteur de résistance R (*fig.* 6); la courbe des potentiels, en comptant les

Fig. 6.



résistances sur les abscisses, sera encore une série de droites parallèles. Le pôle zinc de la pile étant à la terre, le potentiel, au dernier cuivre ou à l'origine du conducteur, sera

$$OA = \frac{ne}{nr + R} \times R;$$

si on prolonge la ligne BA jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire ZE, menée par le premier zinc, on a

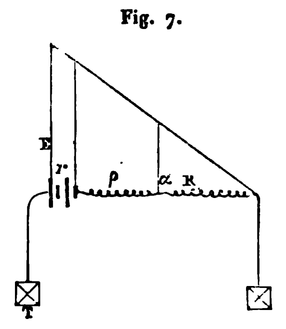
$$ZE = OA \times \frac{nr + R}{R},$$

par suite $ZE = ne$, force électromotrice de la pile. Donc, en portant les résistances sur les abscisses et élevant à l'origine de la pile une perpendiculaire égale à la force électromotrice totale de la pile, la droite EB aura la direction de la ligne des potentiels le long du conducteur; mais le segment EA ne représentera cette ligne dans les divers éléments de la pile qu'autant que celle-ci est supposée réduite à un seul élément.

L'intensité sera $I = \frac{ne}{nr + R}$.

8. *Mesure des potentiels.* — Considérons une pile de force électromotrice E et de résistance r, dont le pôle négatif est mis directement à la terre (*fig.* 7), et dont le pôle positif communique aussi

Fig. 7.



avec la terre, mais par l'intermédiaire d'un conducteur de résistance $\rho + R$. Le potentiel en un point α séparé de la terre par une résistance R, et du pôle positif par une résistance ρ, sera donné par

(1) $$u = \frac{R}{r + \rho + R} E;$$

si $\rho = 0$, ou si α est pris au pôle positif lui-même,

(2) $$u = \frac{R}{r + R} E;$$

si $R = \infty$, c'est-à-dire le pôle positif isolé,

$$u = E \tag{3}$$

Dans ce cas, *le potentiel est égal à la force électromotrice de la pile et indépendant de la résistance de cette dernière.*

Ces trois formules fournissent trois moyens de mesurer le potentiel en un point quelconque d'un circuit bon conducteur ; en effet, l'inégalité du potentiel en deux points étant la condition indispensable de tout mouvement électrique entre ces deux points, il en résulte que si, dans un système de circuit, on réunit par un arc conducteur deux points ayant le même potentiel, le courant dans cette branche est nul, et un galvanomètre interposé ne donnera aucune déviation.

Réciproquement, si le galvanomètre ainsi placé ne dévie pas, les deux points auront le même potentiel.

D'où, pour mesurer le potentiel en un point d'un circuit quelconque :

1° On joindra, par un arc conducteur, le point dont on cherche le potentiel au pôle positif d'une pile isolée, mais ayant son autre pôle directement à la terre ; on intercalera un galvanomètre sur le parcours de cet arc, et l'on fera varier le nombre des éléments de la pile auxiliaire jusqu'à ce que la déviation soit nulle.

Le potentiel du point sera égal à la force électromotrice de la pile ainsi déterminée

$$u = E;$$

2° Au lieu de faire varier la force électromotrice de la pile E, on prend cette pile constante, mais on met son pôle positif en communication avec la terre par l'intermédiaire d'un rhéostat, dont on détermine la résistance R, de manière à ramener l'aiguille du galvanomètre au zéro. On a alors

$$u = E\frac{R}{R + r};$$

3° On peut enfin former le circuit auxiliaire d'une pile constante et de deux rhéostats mis à la suite l'un de l'autre, et dont le dernier est mis à la terre : on place le galvanomètre sur un arc conducteur joignant le point dont on cherche le potentiel au point du circuit

auxiliaire situé entre les deux rhéostats, et l'on fait varier les résistances ρ et R de ces derniers jusqu'à ce que le galvanomètre ne dévie plus. On a alors

$$u = E \frac{R}{r + \rho + R}.$$

Il est évident que, si le potentiel cherché était négatif, ce serait le pôle négatif de la pile qui devrait être mis en communication avec le rhéostat. On reconnaît d'ailleurs que le potentiel cherché est de signe contraire à celui de la pile employée, à ce que l'équilibre ne peut être atteint avec la disposition adoptée.

9. Conséquences : *Chute du potentiel au pôle de la pile; application.* — Si l'on compare les formules (2) et (3), le facteur $\frac{R}{r+R}$ étant toujours plus petit que l'unité, on voit que le potentiel, dans le second cas, est toujours inférieur à ce qu'il est dans le troisième. Il y a donc une diminution de potentiel au pôle de la pile, par suite de sa mise en communication avec un conducteur de résistance finie R.

Cette diminution est exprimée par

$$E\left(1 - \frac{R}{r+R}\right) = E \frac{1}{1 + \frac{R}{r}}.$$

Si R est très-grand, ou r très-petit, la diminution est très-faible. *Le potentiel au pôle se rapprochera donc d'autant plus de la force électromotrice que la résistance extérieure sera plus grande, ou la résistance de la pile plus petite.*

Le potentiel au pôle d'une pile varie donc avec la résistance extérieure, et, celle-ci variant de o à ∞, le potentiel au pôle croîtra de zéro à la force électromotrice de la pile.

On vérifie cette loi de la manière suivante [1] :

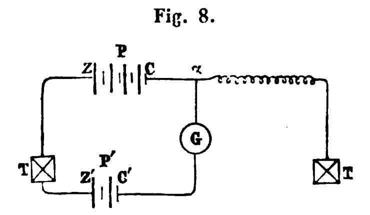
On prend deux piles P et P′ (*fig.* 8) dont on met les pôles négatifs à la terre; le pôle positif de la première communique avec la terre par l'intermédiaire d'un rhéostat, et le pôle positif de la seconde est relié au pôle positif de la première par l'intermédiaire d'un galva-

---

[1] Latimer Clark, *Submarine Report* (1858).

nomètre. Introduisant dans le rhéostat une résistance infinie, pour que le galvanomètre soit au zéro, il faut que les piles P et P′ soient égales; mais si l'on introduit dans le rhéostat des résistances décroissantes, on vérifie que, pour maintenir l'aiguille au zéro, il faut diminuer graduellement le nombre d'éléments de P′; et si la résistance du rhéostat est nulle, il faudra supprimer P′.

Fig. 8.



Or, le courant étant nul dans la branche du galvanomètre, le potentiel polaire de P′ est égal au potentiel polaire de P; la pile P′ étant isolée, son potentiel est égal à sa force électromotrice E′; celui de P est donné par

$$u = E\frac{R}{R+r}.$$

On a donc entre E′, E et R la relation

$$E' = E\frac{R}{R+r},$$

d'où l'on déduira E′, connaissant E et r et déterminant expérimentalement R. En particulier, si $r = R$, on a $E' = \frac{E}{2}$.

C'est la méthode de Poggendorff (1841) pour mesurer les forces électromotrices.

Si $E' = n'e$, $E = ne$, on a

$$n' = n\frac{R}{R+r} \quad \text{ou} \quad r = \frac{R(n-n')}{n'};$$

d'où, connaissant n', n et R, on pourra calculer la résistance r de la pile P.

C'est la méthode indiquée dans ce Journal (même tome, p. 108).

Si $n' = \frac{n}{2}$, on a

$$r = \frac{R}{2}.$$

10. *Distribution du potentiel aux divers points du circuit.*

La formule

$$u = E\frac{R}{r+\rho+R}$$

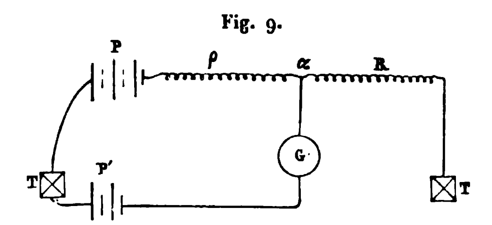
montre que :

Le potentiel dans un conducteur homogène varie proportionnellement à la distance du point considéré à l'extrémité de la ligne qui est à la terre.

On vérifiera expérimentalement cette loi comme il suit :

Le pôle positif de la pile P communique avec la terre par l'intermédiaire de deux rhéostats, et le galvanomètre est situé sur la

Fig. 9.



branche qui joint le point α situé entre les deux rhéostats au pôle correspondant de P'.

E et E' étant les forces électromotrices des deux piles, et l'équilibre étant établi pour les résistances R et ρ introduites dans les deux rhéostats, on a

$$E' = E\frac{R}{r+\rho+R}.$$

Faisant varier ρ et R, tout en laissant $\rho + R$ constant, le potentiel en α représentera successivement les potentiels aux divers points du circuit extérieur $\rho + R$, et l'on vérifiera que E' est proportionnel à R ; ou bien, faisant varier E' et R proportionnellement, on vérifiera que la valeur de ρ qui établit l'équilibre satisfait toujours à la relation

$$\rho + R = \text{const}.$$

On en déduit facilement la *méthode de compensation* de Bosscha (1855) pour la mesure des forces électromotrices ([1]).

Car, l'équilibre galvanométrique étant successivement établi pour des résistances ρ et R, ρ_1 et R_1 des deux résistances, on a

$$(1) \qquad \frac{E}{E'} = \frac{r+\rho+R}{R},$$

$$(2) \qquad \frac{E}{E'} = \frac{r+\rho_1+R_1}{R_1};$$

d'où

$$\frac{E}{E'} = \frac{(\rho-\rho_1)+(R-R_1)}{R-R_1}$$

et

$$r = \frac{R\rho_1 - R_1\rho}{R_1 - R}.$$

Ces formules font connaître E et r.

Mais, si l'on cherche simplement E, on remarque que, l'équilibre étant une fois établi pour les résistances ρ et R des deux rhéostats, en ajoutant une résistance δ au premier rhéostat et mesurant la résistance Δ à ajouter au second, pour établir l'équilibre en *compensant* la première différence, on a

$$\frac{E}{E'} = \frac{r+(\rho+\delta)+(R+\Delta)}{R+\Delta};$$

d'où, en vertu de l'équation (1),

$$\frac{E}{E'} = \frac{\Delta+\delta}{\Delta} = 1 + \frac{\delta}{\Delta}.$$

11. *Pont de Wheatstone* ([2]). — Les propriétés du système de circuits dérivés connu sous le nom de pont de Wheatstone sont une conséquence immédiate des lois de la distribution des potentiels dans les conducteurs.

Considérons un quadrilatère MNQR, dont deux sommets opposés sont réunis aux deux pôles P. Le courant se rendra de M en N en suivant MQN et MRN : les potentiels aux points M et N étant les

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVIII, p. 458.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. X, p. 257, et 4e série, t. XXVIII, p. 448.

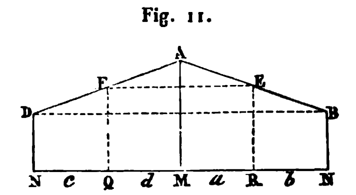
mêmes dans les deux circuits, il doit y avoir nécessairement entre ces deux points d'autres points jouissant de la propriété d'avoir le même potentiel. Cherchons la condition que doit remplir le point Q situé

Fig. 10.

sur le circuit MQN pour avoir le même potentiel que le point R situé sur le circuit MRN : soient T et t les potentiels de M et N, communs aux deux circuits; θ et θ' ceux de R et Q; a, b, c, d les résistances des côtés du quadrilatère.

Je prends sur une droite les longueurs $MR = a$, et $RN = b$. J'élève en M et N des perpendiculaires $AM = T$, $BN = t$; la droite

Fig. 11.



AB est le lieu des sommets des perpendiculaires à MN, représentant les potentiels aux divers points du circuit MRN; par suite

$$ER = \theta, \quad \text{et} \quad \frac{T - t}{\theta - t} = \frac{a + b}{b};$$

prenons de même $MQ = d$ et $QN = c$, on aura aussi $FQ = \theta'$, et

$$\frac{T - t}{\theta' - t} = \frac{c + d}{c};$$

si donc on veut que $\theta = \theta'$, il faut que

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{c}$$

ou que $ac = bd$.

Géométriquement, les points F et E seront sur une même parallèle à MN.

Les points R et Q ayant le même potentiel, aucun courant ne circulera dans le conducteur qui joint ces deux points, et, par suite, un galvanomètre, intercalé entre R et Q, ne donnera aucune déviation.

Réciproquement, si un galvanomètre ainsi disposé n'indique le passage d'aucun courant, les points R et Q auront le même potentiel, et l'on aura $ac = bd$ ou

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{c}.$$

Ainsi, P étant une pile quelconque, a et d des résistances arbitraires, c une résistance inconnue, si l'on détermine b à l'aide d'un rhéostat, de telle sorte que l'aiguille du galvanomètre reste au zéro, la valeur de la résistance inconnue c se déduira de la relation $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$, d'où

$$c = b\frac{d}{a};$$

ou bien, b étant une résistance de comparaison déterminée, on fera varier le rapport $\frac{d}{a}$ jusqu'à ramener le galvanomètre au zéro, et la même relation donnera c.

On a donc, par là, une méthode de mesure des résistances indépendante de la pile P et de la résistance du galvanomètre.

SUR LA TENSION SUPERFICIELLE DES LIQUIDES.

Monsieur le Rédacteur,

Un article récent de votre Journal (même tome, p. 98) contient quelques réflexions de M. Moutier sur la tension superficielle des liquides; l'auteur rappelle d'abord que les phénomènes capillaires peuvent s'expliquer soit en partant de la théorie de Laplace, soit en regardant un liquide quelconque comme offrant une force contractile

ou tension constante en tous les points de sa surface. A ce propos, M. Moutier s'émeut à l'idée qu'on a vu une preuve directe de l'existence de la tension superficielle des liquides dans les expériences de Dupré de Rennes et dans les miennes; il ajoute que la facilité avec laquelle la force contractile se prête au calcul, l'importance des recherches que l'étude de cette force a provoquées dans ces dernières années, ont ébranlé la confiance accordée à la théorie de Laplace. Cependant ne peut-on pas se rendre compte des phénomènes observés, sans qu'il faille faire intervenir l'existence d'une membrane élastique à la surface des liquides ? Telle est la question que se pose M. Moutier. Pour la résoudre, il choisit deux expériences, l'une imaginée par Dupré de Rennes, l'autre par moi, et démontre qu'elles sont de tous points conformes à la théorie de Gauss, qui, comme on sait, consiste à appliquer à l'ensemble de toutes les attractions moléculaires le principe des vitesses virtuelles et à écarter ainsi la considération des effets dus aux liaisons du système.

L'auteur conclut de son calcul que la théorie de Gauss permet d'interpréter très-simplement les phénomènes attribués exclusivement à la tension. D'après les termes dans lesquels cette conclusion est exprimée, M. Moutier semble croire que, puisque la théorie de l'attraction moléculaire explique tout, la tension superficielle est au moins inutile, si elle existe.

Qu'il me soit permis d'opposer à cette manière de voir les considérations suivantes, que je vous prie de bien vouloir publier dans votre Journal.

Dans mon opinion, et probablement dans celle de tous les physiciens qui se sont occupés récemment de ce genre de questions, l'existence de la tension superficielle n'exclut en aucune façon la justesse de la théorie de Laplace. Cela est si vrai que M. Lamarle est parti précisément de cette théorie pour démontrer l'existence de la tension dans la couche superficielle d'une masse liquide pleine, et par conséquent aussi dans une lame liquide ; un peu plus tard, M. Plateau a pu regarder avec beaucoup de raison la force contractile des liquides comme résultant des pressions normales régnant en tous les points d'une surface courbe, en ce sens que chacune de ces pressions donne lieu à des composantes tangentielles. D'autre part, la propriété mathématique de la tendance au minimum

que présente la surface libre d'une lame liquide en équilibre, qu'exprime-t-elle autre chose sinon l'existence d'une véritable tension? Comment comprendre d'ailleurs qu'une lame liquide, se conformant, je le veux bien, à la théorie de Laplace, conserve la forme plane, si elle n'est pas tendue? Et dans mon expérience, que M. Moutier rappelle avec une bienveillance dont je le remercie, est-il possible de ne pas reconnaître que le fil flexible inséré dans la lame plane obéit réellement à une traction, dès qu'on crève la portion laminaire intérieure à son contour? Comment se rendre compte de l'équilibre d'un anneau métallique suspendu à une simple lame liquide, si ce n'est grâce à la force contractile qui est susceptible de contre-balancer l'effet de la pesanteur? Enfin n'est-ce pas par les différences de force contractile qu'on a pu expliquer et même prévoir tous les phénomènes d'extension des liquides les uns sur les autres, la substitution d'une lame liquide à une autre, la rotation de certains corps solides à la surface de l'eau, les courants centrifuges ou centripètes produits par certaines vapeurs sur l'eau et le mercure?

On le voit, le calcul de M. Moutier, bien loin de plaider contre le principe de la tension superficielle, ne fait, en définitive, que lui donner une confirmation nouvelle, et ne justifie pas le moindre doute quant à sa rigueur.

Puisque, en vertu même de la théorie de Laplace, il est impossible de nier l'existence de la tension superficielle, il ne s'agit plus que de savoir si la considération de cette force présente quelque utilité. A cet égard, je me contenterai d'appeler l'attention des physiciens non-seulement sur les travaux qu'a rappelés M. Moutier lui-même, mais encore sur ceux de MM. Quincke et Lüdtge en Allemagne, Marangoni en Italie, Tomlinson en Angleterre et Bosscha en Hollande. Les questions, aussi nombreuses que variées, que ces savants ont abordées et, je n'hésite pas à le dire, résolues par la théorie de la tension superficielle, ont démontré suffisamment l'extrême importance du principe qui établit l'existence de cette force, et qui, j'ose l'espérer, ne tardera pas à être cité dans tous les Traités de Physique.

Veuillez agréer, etc.,

G. VAN DER MENSBRUGGHE,
Répétiteur à l'Université de Gand.

SUR LES PROPRIÉTÉS DES LAMES MINCES ÉLASTIQUES;

PAR M. D. GERNEZ.

L'importance que les travaux récents sur la capillarité ([1]) attribuent à l'existence d'une sorte de membrane élastique tendue à la surface des liquides en équilibre et la facilité que présente cette notion pour expliquer un grand nombre de phénomènes capillaires m'engagent à faire connaître un moyen de réaliser quelques-unes des expériences relatives à la *tension superficielle,* avec des lames élastiques aussi faciles à produire que les lames minces d'eau de savon et qui ont l'avantage d'être indéfiniment persistantes.

J'obtiens ces lames avec un collodion riche en coton-poudre et contenant avec peu d'alcool des quantités considérables d'huile de ricin. Un collodion formé de 80 à 90 pour 100 d'éther avec plus de 4 pour 100 de coton-poudre donne facilement une lame mince liquide lorsqu'on y plonge un fil rigide de $0^{mm},2$ de diamètre, à contour fermé quelconque; il permet de produire les figures d'équilibre des lames liquides de M. Plateau, mais, à mesure que l'éther s'évapore, la membrane de collodion s'amincit, se rétracte et se tend au point de déformer la charpente, si le fil qui la constitue ne présente pas une grande rigidité; elle est à peine extensible et se déchire facilement.

L'addition d'huile de ricin au collodion en modifie singulièrement les propriétés : elle permet d'obtenir des lames extrêmement extensibles et élastiques, qui se maintiennent à un état intermédiaire entre l'état solide et l'état liquide. Pour donner une idée des déformations que les lames de ce genre peuvent subir sans se briser, j'indiquerai les résultats qu'on observe avec les collodions qui contiennent environ le tiers de leur poids d'huile de ricin, par exemple avec celui dont la composition est

Éther..................	60
Alcool absolu...........	4
Coton-poudre...........	3
Huile de ricin..........	33
	100

([1]) *Voir* pages 98 et 197 du présent volume: DUPRÉ, *Théorie mécanique de la Chaleur,* Paris, 1869; DUCLAUX, *Annales de Chimie et de Physique,* 4e série, t. XXI, p. 378, etc.

On peut déformer une lame plane circulaire de façon à lui faire prendre la forme soit d'un cône, en exerçant une pression normale à sa surface à l'aide d'une tige arrondie à son extrémité, soit d'une surface convexe, par l'action d'un courant d'air rapide, et la surface est facilement doublée sans qu'il y ait rupture ; la lame, abandonnée à elle-même, reprend immédiatement la forme plane.

Les lames élastiques ainsi obtenues permettent de suivre les détails d'une expérience curieuse. M. Dupré a fait voir ([1]) qu'un grain de plomb qui tombe à travers une lame mince liquide laisse derrière lui une cavité à gorge qui se referme à la suite de son passage; avec une lame de collodion et une petite balle de plomb, on voit se former une poche, qui s'allonge si l'on tire la balle avec des pinces et dont les parois se rapprochent et se ressoudent derrière la balle lorsqu'elle a crevé la membrane.

Il est aussi facile de réaliser une expérience de M. van der Mensbrugghe ([2]), qui consiste à suspendre à une lame circulaire un anneau qui descend parallèlement au cercle fixe et dont le poids permet de déterminer la tension superficielle de la lame élastique.

Du reste, le même liquide permet d'obtenir avec la même facilité les figures d'équilibre de M. Plateau, au moyen de charpentes de 6 à 8 centimètres de hauteur. A cause de la viscosité du liquide, l'équilibre ne se produit que graduellement et l'on peut suivre toutes les phases transitoires du phénomène. Lorsqu'on réalise cette expérience, les lames liquides sont entièrement opalines au bout de quelques secondes, sauf dans le voisinage des fils métalliques, sans doute à cause de la solidification de l'huile de ricin, déterminée par le froid que produit l'éther en se vaporisant; elles ne deviennent transparentes qu'au bout de quelques minutes.

Avec un collodion dont la richesse en huile de ricin dépasse 40 pour 100, par exemple avec celui qui a pour composition

Éther................	52
Alcool absolu.........	3
Coton-poudre........	2,5
Huile de ricin........	42,5
	100

([1]) *Théorie mécanique de la Chaleur*, p. 352; Paris, 1869.
([2]) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, t. XXXIII, 2e partie, p. 323.

les lames élastiques obtenues permettent de vérifier, par une expérience analogue à celle du fil de M. van der Mensbrugghe [1], l'égalité de la tension superficielle dans toutes les directions d'une lame plane. Vient-on à fendre la lame avec une pointe suivant une ligne droite, on voit immédiatement les bords de la fente s'écarter en boutonnière et présenter graduellement toutes les formes de passage entre la ligne droite et la circonférence. Quand la forme circulaire est atteinte, elle se conserve à mesure que le rayon grandit, même lorsque l'ouverture, s'élargissant, arrive d'un côté au fil métallique de forme quelconque qui a servi à produire la lame. Du reste, un bourrelet liquide prend naissance sur le pourtour et l'on y observe pendant la période de transition un courant tangent à la courbe, qui finit par répartir uniformément le liquide sur la circonférence limite. Les mêmes phénomènes se produisent lorsqu'on détermine la rupture de la lame par le contact avec un corps de forme quelconque mouillé d'éther : dans ce cas, les mouvements du liquide sur le bord de l'ouverture sont encore plus manifestes.

On peut varier l'expérience en produisant plusieurs ouvertures dans la même lame et vérifier que les courbes limites des ouvertures ont des figures qui correspondent à un minimum de la surface.

Du reste, la rapidité avec laquelle s'étend l'ouverture faite dans une lame liquide varie avec la quantité d'huile de ricin qu'elle contient; elle devient presque comparable à celle de l'eau de savon pour un collodion qui contient 75 pour 100 d'huile de ricin.

SUR LES COURBES ISOCHROMATIQUES

(FIN);

PAR M. ABRIA.

DEUXIÈME CAS. — *Lames uni-axes, parallèles à l'axe et croisées.*

4. On peut supposer les deux lames appliquées l'une contre l'autre sans aucune substance intermédiaire, ou admettre qu'elles

---

(1) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, t. XXXIII, 2e partie, p. 312.

sont séparées par une lame, soit d'air, soit d'une substance monoréfringente à faces parallèles. La différence finale de marche est la même dans les deux hypothèses, mais nous supposerons que la première est réalisée, afin de pouvoir appliquer la loi générale de la double réfraction.

Soient donc (*fig.* 4) :

T_1 OED la face supérieure de la deuxième lame ;

T_2 O′E′D′ sa face inférieure ;

XX′ la direction de l'axe de la première, à laquelle celui de la seconde est perpendiculaire et dirigé dans le plan de la face supérieure ;

FO, FE les deux rayons ordinaire et extraordinaire déjà déterminés (*fig.* 1, p. 274);

T_1 OD la trace du premier plan d'incidence prolongé;

OD′ la normale commune aux deux faces de la deuxième lame,

X″D′X‴ parallèle à XX′ menée par le point D′;

OE′, EO′ les deux rayons que fournissent dans le second cristal les rayons incidents FO, FE;

E′E″E‴, O′O″ rayons émergents parallèlement au rayon incident primitif FA (*fig.* 1) ;

φ'' angle du plan OD′E′ avec la section principale du premier cristal.

Pour déterminer la direction des rayons dans la seconde lame, nous allons appliquer la loi générale de la réfraction qui convient à tous les cas, quelle que soit la nature ordinaire ou extraordinaire du rayon incident.

Cette loi consiste à décrire dans le second milieu, à partir du point d'incidence, deux surfaces caractéristiques, l'une du premier, l'autre du second milieu ; à prolonger le rayon incident jusqu'à la rencontre de la première, à mener à celle-ci, par le point de rencontre, un plan tangent qui coupera la face d'incidence suivant une droite par laquelle on mènera un plan tangent à la seconde surface : le point de contact de ce dernier plan détermine la direction du rayon réfracté.

5. Le rayon FO devrait donc donner naissance, par son passage dans la seconde lame, à deux rayons réfractés, dont l'un, l'ordinaire, sera son prolongement, puisque le milieu ne change pas; mais, les deux sections principales étant perpendiculaires l'une à l'autre, les vibrations de FO, normales à la section principale du premier cristal, se trouvent parallèles à celle du second, et, par suite, l'intensité du rayon ordinaire est nulle : on n'a donc à rechercher que le rayon extraordinaire.

Pour le trouver, il faut, d'après la règle que nous venons de rappeler, décrire du point O comme centre la sphère de rayon égal à la vitesse ordinaire, prolonger le rayon FO jusqu'à sa rencontre avec elle, et mener par ce point un plan tangent à la sphère. Or il est aisé de voir qu'on reproduit ainsi la construction de la *fig.* 1, et que la distance G'O de la droite d'intersection au point O sera égale à $\frac{1}{\sin i}$. Le rayon extraordinaire s'obtiendra donc en recommençant les calculs du n° 1, avec cette observation que l'ellipsoïde est de révolution autour de la perpendiculaire à XX'. x'', y'' étant les coordonnées du point de contact du plan tangent avec cet ellipsoïde, on a pour les équations du problème

$$\frac{y''^2}{o^2} + \frac{x''^2 + z''^2}{e^2} = 1,$$

$$1 - \frac{o^2}{e^2}\frac{x''}{y''}\operatorname{tang}\varphi = 0,$$

$$-z'' = -\frac{x''}{z''}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin i} - x''\right) - \frac{y''}{z''}\frac{e^2}{o^2}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin i} - y''\right),$$

d'où l'on déduit sans difficulté

$$x'' = e^2 \sin i \cos\varphi,$$

$$y'' = o^2 \sin i \sin\varphi,$$

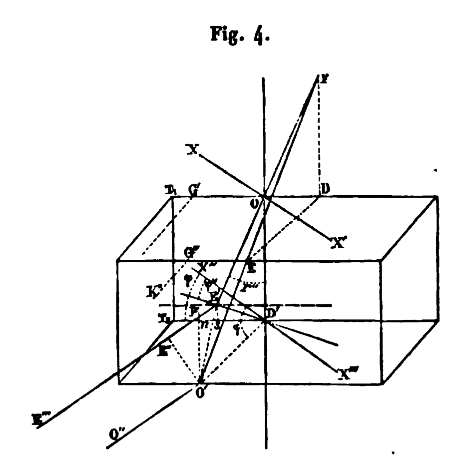
$$z'' = e\sqrt{1 - \sin^2 i\,(e^2\cos^2\varphi + o^2\sin^2\varphi)},$$

$$\operatorname{tang}\varphi'' = \frac{y''}{x''} = \frac{o^2}{e^2}\operatorname{tang}\varphi.$$

φ'' est donc plus petit que φ pour les cristaux négatifs, comme l'indique la *fig.* 4; ce serait l'inverse pour les cristaux positifs.

6. Le rayon FE devra de même donner naissance, en se propageant dans la seconde lame, à deux rayons, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire; mais, à cause du croisement des axes, l'intensité de

Fig. 4.



ce dernier est nulle ou est négligeable. Concevons, en effet, en appliquant la règle générale, que l'on transporte en E l'ellipsoïde déjà décrit (*fig.* 1, p. 274), qui a son centre en F. En prolongeant l'incident FE et menant un plan tangent à l'ellipsoïde par le point de rencontre, on trouvera pour intersection avec la face d'incidence la droite G″K″, analogue à GK (*fig.* 1), et pour laquelle $EG'' = \frac{1}{\sin i}$. Les deux plans menés par cette droite et tangents à la sphère ordinaire décrite du point E et à l'ellipsoïde de révolution autour d'une parallèle à l'axe des y menée par E détermineront : 1° un rayon ordinaire parallèle à FO de la *fig.* 1; 2° un extraordinaire parallèle à OE′.

Ce dernier peut être négligé : les vibrations de FE sont, d'après la théorie, dirigées dans le plan mené par XX′ et le point x', y', z'; celles du nouveau rayon extraordinaire le sont, au contraire, dans le plan mené par l'axe des y et le point x'', y'', z''; on a, pour les

équations de ces deux plans,

$$y - \frac{e \sin i \sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 i (o^2 \cos^2 \varphi + e^2 \sin^2 \varphi)}} z = 0,$$
$$x - \frac{e \sin i \cos \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 i (e^2 \cos^2 \varphi + o^2 \sin^2 \varphi)}} z = 0,$$

et pour le cosinus de l'angle qu'ils forment entre eux

$$\frac{e^2 \sin^2 i \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - o^2 \sin^2 i \cos^2 \varphi} \sqrt{1 - o^2 \sin^2 i \sin^2 \varphi}}.$$

Pour $\varphi = 0$ ou $90°$, l'angle est droit et l'intensité du rayon extraordinaire est nulle; pour $\varphi = 45°$, le cosinus devient

$$\frac{e^2 \sin^2 i}{2 - o^2 \sin^2 i}.$$

Si l'on suppose $i = 30°$, et si l'on fait le calcul pour le spath, on obtient $86°36'$ pour l'angle des deux plans; dans ce cas, l'intensité du rayon extraordinaire est $\frac{1}{285}$ de celle du rayon ordinaire, et, par conséquent, tout à fait négligeable.

L'angle des deux plans croît, il est vrai, avec i : il devient 74 degrés pour l'incidence rasante, et, dans ce cas, le rayon extraordinaire peut égaler $\frac{1}{12}$ du rayon ordinaire; mais ce cas extrême n'est jamais atteint dans les expériences : on peut donc négliger le rayon extraordinaire.

7. Les deux rayons OE′ et EO′ reprennent, en sortant de la seconde lame, des directions parallèles à celle du rayon incident, et si l'on mène par O′ la perpendiculaire O′E″ à la direction commune des deux rayons, la différence finale de marche devient

$$R = \frac{FO}{o} - \frac{FE}{\rho} + \frac{OE'}{\rho'} - \frac{EO'}{o} + E'E'' = \frac{OE'}{\rho'} - \frac{FE}{\rho} + E'E''$$
$$= \frac{m}{\rho' \cos r''} - \frac{m}{\rho \cos r'} + E'E'' = \frac{m}{z''} - \frac{m}{z'} + E'E''.$$

Par une série de raisonnements analogues à ceux du n° 1, et en remarquant que $D'O' = DE$, on obtient

$$\begin{aligned}
E'E'' = E'O' \cos O'E'E'' &= E'O \cos O'E'P \cos E''E'P = E'P \sin i \\
&= m[\operatorname{tang} r' \cos(\varphi' - \varphi) - \operatorname{tang} r'' \cos(\varphi - \varphi'')] \sin i \\
&= m \sin i \left(\frac{x' \cos\varphi + y' \sin\varphi}{z'} - \frac{x'' \cos\varphi + y'' \sin\varphi}{z''} \right) \\
&= m \sin^2 i \left(\frac{o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi}{z'} - \frac{o^2 \sin^2\varphi + e^2 \cos^2\varphi}{z''} \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{R}{m} &= \frac{1 - \sin^2 i(o^2 \sin^2\varphi + e^2 \cos^2\varphi)}{e\sqrt{1 - \sin^2 i(o^2 \sin^2\varphi + e^2 \cos^2\varphi)}} - \frac{1 - \sin^2 i(o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}{e\sqrt{1 - \sin^2 i(o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}} \\
&= \frac{1}{e}\left[\sqrt{1 - \sin^2 i(o^2 \sin^2\varphi + e^2 \cos^2\varphi)} - \sqrt{1 - \sin^2 i(o^2 \cos^2\varphi + e^2 \sin^2\varphi)}\right] \\
&= \frac{o^2 - e^2}{2e} \sin^2 i(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi),
\end{aligned}$$

en développant et négligeant les termes affectés de $\sin^4 i$ et des puissances supérieures.

8. Si l'on suppose, comme au n° 1, $R = n\frac{\lambda}{2}$, et si l'on suppose les courbes reçues sur un écran placé à la distance D et rapportées à deux axes parallèles à ceux des X et des Y, on aura, en appelant x, y les coordonnées d'un point quelconque de l'une des courbes,

$$\sin i = \operatorname{tang} i = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D}, \quad \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\pm \frac{n\lambda}{2m} = \frac{o^2 - e^2}{2eD^2}(x^2 - y^2),$$

ou

$$x^2 - y^2 = \pm \frac{e}{o^2 - e^2} D^2 \frac{n\lambda}{m}.$$

Les courbes se présenteront donc sous la forme d'hyperboles équilatères dont les axes seront parallèles aux axes croisés des deux lames; leurs carrés varient comme la suite des nombres naturels, en raison directe de la longueur d'onde et inverse de l'épaisseur de la lame. D'une lame à une autre, les carrés des axes des courbes, pour lesquelles λ est le même, varient sensiblement en raison inverse

de la différence $o^2 - e^2$ des carrés des deux vitesses dans la substance dont les lames sont formées. Les axes seront donc plus grands dans le quartz, par exemple, que dans le spath.

INSTRUCTION SUR L'EMPLOI DU CALORIMÈTRE A MERCURE;

PAR M. P.-A. FAVRE.

Pour fournir aux physiciens et aux chimistes, qui voudront faire usage du calorimètre à mercure, des renseignements utiles que je dois à de longues années de recherches, je considère comme un devoir d'entrer dans quelques explications sur la construction et sur l'emploi de cet instrument.

Pour que ce calorimètre fonctionne d'une manière satisfaisante, il doit remplir les conditions suivantes, qui sont actuellement très-faciles à réaliser :

1° Il doit avoir au moins deux moufles pour le cas, par exemple, où deux corps sont appelés à réagir l'un sur l'autre; il importe, en effet, que ces corps soient l'un et l'autre à la même température initiale, qui est celle du calorimètre. Il y a même un grand avantage à multiplier les moufles. En effet, lorsqu'on a introduit dans chacun d'eux les corps sur lesquels on veut opérer, les expériences peuvent se succéder sans interruption, puisque la loi du réchauffement de l'appareil, étudiée après une opération, est aussi la loi de son échauffement avant l'opération qui suit immédiatement. Ces moufles doivent avoir une capacité qui permette d'opérer sur des quantités assez grandes de matière et en présence d'une quantité d'eau considérable.

2° Le calorimètre doit contenir une quantité de mercure aussi grande que possible. Ainsi, parmi les calorimètres qui sont à ma disposition, il en est un, portant sept moufles verticaux, ayant chacun une capacité de 200 centimètres cubes environ. L'appareil contient 7 litres de mercure, tandis qu'un autre, portant dix moufles également verticaux et de même capacité, n'en contient pas moins de 20 litres. L'emploi d'une quantité considérable de mercure offre le grand avantage d'une faible élévation de température de l'instru-

ment pendant les opérations, ce qui permet de ne pas tenir compte des différences que présentent, par rapport à l'eau, les chaleurs spécifiques des mélanges qui se produisent pendant les opérations.

3° L'air doit être complétement expulsé du grand réservoir mercuriel pendant l'opération du remplissage, afin d'éviter la marche par saccades du mercure dans le tube calorimétrique. Cette condition est très-facile à réaliser, à l'aide d'une disposition spéciale qui permet au mercure, lorsqu'il pénètre en filet très-fin dans l'intérieur de l'appareil (où l'on a soin de maintenir le vide à l'aide d'une bonne machine pneumatique), de chasser devant lui la totalité de l'air raréfié.

4° Il faut qu'il soit renfermé dans une boîte en bois remplie de duvet de cygne (dans tout l'espace qui n'est pas occupé par l'instrument) et qui laisse sortir le tube calorimétrique et l'extrémité de la tige qui se relie au piston plongeur.

5° Il faut que le tube calorimétrique, bien calibré, ait un diamètre tel que la sensibilité de l'appareil ne soit pas exagérée.

6° Pour établir la valeur de la calorie exprimée en longueur de marche du mercure dans le tube calorimétrique, il faut, dans une première opération, verser à l'intérieur du calorimètre une quantité de chaleur bien déterminée, et noter la longueur de marche du mercure qui en résulte, en faisant les corrections que comporte ce genre d'observations. Il faut déterminer cette valeur dans les deux conditions suivantes : 1° lorsque les éprouvettes en verre qui baignent dans le mercure des moufles ne renferment qu'une quantité d'eau limitée ; 2° lorsque ces éprouvettes contiennent le maximum d'eau qu'elles peuvent recevoir pendant les opérations. Il est alors facile de calculer la valeur de la calorie, pour chacun des états intermédiaires. Ainsi, pour le calorimètre à sept moufles, dont je me sers le plus habituellement, ces deux valeurs, qui servent à calculer toutes les autres, sont : la première de $0^{mm},159$, lorsque les éprouvettes ne renferment que 100 grammes d'eau, et la seconde de $0^{mm},139$, lorsque les éprouvettes en contiennent 500 grammes.

Si la calorie a été mal déterminée, les résultats absolus fournis par les expériences seront tous inexacts ; mais ils conservent toujours une valeur relative. Ils sont, du reste, faciles à corriger. En effet, après avoir établi la valeur réelle de la calorie, il suffit de faire une détermination exacte pour rectifier toutes les autres.

7° La lecture est faite à l'aide d'une lunette qui se déplace parallèlement au tube calorimétrique, et qui porte un micromètre permettant de lire les cinquantièmes de millimètre.

Lorsque le calorimètre à mercure satisfait à toutes les conditions que je viens de signaler, et lorsqu'on opère dans un local dont la température présente une constance satisfaisante, j'ose presque affirmer que c'est dans la réaction même dont on étudie les effets thermiques qu'il faudra chercher la cause de l'erreur qui peut entacher le résultat d'une opération, lorsque cette erreur ne provient pas, toutefois, de l'inexpérience ou de la distraction de l'opérateur.

EXPÉRIENCE DESTINÉE A MONTRER LES EFFETS DE LA DISPOSITION DU PENDULE COMPENSÉ;

PAR M. E. GRIPON.

Deux tiges de fer et deux de cuivre de 30 centimètres de longueur présentent la disposition adoptée dans le pendule compensé, ou encore celle des éléments d'une pile de Melloni. Les tiges de fer se dilatent de haut en bas, celles de cuivre de bas en haut; elles sont verticales et d'égale longueur. La première tige de fer est fixée à un support; la dernière de cuivre est libre à son extrémité supérieure. Elle s'appuie sur une petite barre horizontale qui est liée à un miroir vertical mobile autour d'un axe horizontal. Les tiges sont entourées par un tuyau de zinc, dans lequel on dirige un courant de vapeur d'eau. On reçoit sur le miroir les rayons lumineux d'une lampe : le faisceau réfléchi va former une tache lumineuse sur un écran éloigné. Lorsque les barres s'échauffent, on voit la tache se déplacer dans un sens qui indique que le petit bras du miroir a été soulevé par la tige de cuivre. Ce métal se dilate donc plus que le fer.

L'emploi d'un miroir est très-commode pour montrer à tout un auditoire l'existence de faibles dilatations. Ainsi on peut mettre en évidence la dilatation qu'éprouve un petit tuyau de zinc de 50 centimètres de longueur, lorsqu'un courant de vapeur d'eau le traverse,

en le fixant par l'une de ses extrémités et le faisant agir par l'autre sur le petit bras d'un miroir mobile autour d'un axe.

S. LAMANSKY. — Untersuchungen über das Wärmespectrum des Sonnen- und Kalklichtes (Recherches sur la distribution de la chaleur dans le spectre solaire et dans le spectre de la chaux); *Annales de Poggendorff*, CXLVI, 200; 1872.

En décembre 1871, M. Lamansky a publié les résultats d'une série de recherches qu'il avait faites pendant le cours des années 1870 et 1871, touchant la distribution de la chaleur dans le spectre solaire. Ces recherches confirment, de la manière la plus nette, une proposition déjà énoncée par sir W. Herschel (1), et qui consiste en ce que, dans la région calorifique obscure du spectre solaire, il existe plusieurs minima d'intensité, ou, en d'autres termes, des bandes plus froides que celles qui les précèdent ou les suivent immédiatement.

Pour bien établir l'existence de ces minima, et pour déterminer exactement la position qu'ils occupent, M. Lamansky s'attacha d'abord à obtenir des spectres d'une grande pureté, puis il prit pour les étudier une pile linéaire, très-sensible, qui, sous l'action d'une vis micrométrique, pouvait se mouvoir en restant toujours parallèle à l'arête réfringente du prisme employé à disperser les rayons. Le pas de la vis était égal à $0^{mm},469$. Quant à l'ouverture par laquelle les rayons arrivaient à la pile, elle était d'une étroitesse extrême; le plus souvent sa largeur n'excédait pas $0^{mm},25$, et alors elle n'était guère que le quart de celle des bandes à étudier.

Les lentilles et les prismes étaient ordinairement en sel gemme, quelquefois en flint. Enfin, dans une série d'expériences particulières, la lentille fut de flint et le prisme en sulfure de carbone. La constitution du spectre n'est pas la même dans ces trois cas; toutefois, dans chacun d'eux, M. Lamansky a constaté que la région calorifique obscure présente trois minima d'intensité nettement accusés, et par conséquent quatre maxima successifs. Dans toutes les expériences faites avec des appareils en sel gemme, les dispositions relatives des pièces restèrent les mêmes. Il en fut de même

---

(1) *Philosophical Transactions*; 1800.

de la longueur du spectre, et, dans ces cas, le premier maximum s'est toujours trouvé à une distance de la raie D de Frauenhofer sensiblement égale à $0^{m},0068$, et le dernier à une distance de cette même raie D égale ou variable entre $0^{m},0117$ et $0^{m},0109$; quant aux deux maxima intermédiaires, ils ont présenté un peu moins de fixité dans leurs positions.

Lorsque l'ouverture de la pile se trouve au milieu d'une des bandes observées par M. Lamansky, l'aiguille de l'appareil thermoscopique ne revient pas au zéro : il s'en faut même beaucoup; car, une fois seulement dans les tableaux inscrits au Mémoire que nous analysons, on voit se manifester entre un minimum et le maximum voisin une différence égale à la moitié de ce dernier. En général même, les différences sont beaucoup moindres.

Pour fixer les idées et sur ce point et sur l'ensemble des phénomènes observés avec tant de soin par M. Lamansky, nous allons reproduire presque intégralement les résultats d'une de ses séries d'observation. Ils furent obtenus le 11 septembre, entre 10 heures du matin et $12^{h}50^{m}$. Le prisme et la lentille étaient en sel gemme.

Dans la première colonne du tableau sont inscrites les distances de la pile à la raie D; l'unité adoptée dans leur estimation est la longueur du pas de la vis micrométrique qui fait mouvoir la pile. Dans la seconde colonne sont inscrites les indications de l'appareil thermométrique.

	Distances de la pile à la raie D.	Indication du thermomultiplicateur.
Ligne	D	50,0
	1	52,5
	...	....
	...	....
Limite du rouge	6	67
	7	67,5
	...	....
	...	....
	12,5	84
	13	87,5
	13,5	89,5
	14	92
	14,5	96
	15	92

	Distance de la pile à la raie D.	Indication du thermomultiplicateur.
Limite du rouge	15,5	86,5
	16	77,5
	16,5	80
	17	89
	17,5	101
	18	**112**
	18.5	110.5
	19	102
	19,5	99,5
	20	96
	20,5	99
	21	**105**
	21,5	102,5
	22	92
	22,5	87
	23	77
	23,5	90
	24	102
	24,5	**106**
	25	87
	....	....
	....	....
	27	34

Le premier minimum est inférieur à la moyenne des deux maxima qui le comprennent, d'une quantité à peu près égale au cinquième de la moyenne de ces deux maxima. Le second minimum est moins prononcé ; le troisième l'est autant que le premier.

Dans ses expériences, M. Lamansky employait toujours le rhéomètre à réflexion de Magnus, et la grande sensibilité de cet appareil lui permettait d'opérer avec des ouvertures très-étroites, sans pour cela être réduit à n'observer que des déviations difficiles à mesurer à cause de leur petitesse.

En répétant ces expériences, je me suis assuré qu'avec des rhéomètres moins sensibles les fentes de $\frac{1}{2}$ millimètre donnent d'assez bons résultats. Il convient, toutefois, que la partie obscure du spectre ait au moins de 12 à 15 millimètres de long.

Dans ces conditions, les raies de Frauenhofer s'observent très-bien dans la région lumineuse, pourvu toutefois que les surfaces réfringentes soient nettes; à ce point de vue, les lentilles et les prismes de flint sont d'un usage très-commode, seulement ils diminuent l'intensité des effets, et surtout le spectre qu'ils forment n'est plus le spectre normal.

En comparant les résultats d'analyses spectrales faites à différentes époques, avec un même appareil dans lequel le prisme et les lentilles étaient de sel gemme, M. Lamansky reconnut que les minima n'occupaient pas toujours rigoureusement les mêmes positions entre les deux maxima extrêmes et que, de plus, ils n'avaient pas non plus toujours les mêmes intensités. Une fois même, le 11 septembre 1871, entre 7 et 9 heures du matin, l'un de ces minima ne s'accusa point. M. Lamansky attribue ces différences aux variations que présente, soit au point de vue de son épaisseur, soit au point de vue de la vapeur qu'elle renferme, la couche atmosphérique traversée par les rayons. J'ai de mon côté signalé antérieurement dans la constitution du spectre solaire différentes particularités dues à ces mêmes causes.

Je n'y reviendrai pas; mais, pour terminer, j'indiquerai les résultats d'expériences que je n'ai pas encore publiées et qui rentrent tout à fait dans la question dont il s'agit en cet article.

A la suite de ses études sur le spectre solaire, M. Lamansky a cherché si le spectre de la chaux incandescente offrait aussi des minima d'intensité successifs. Il n'en a point trouvé, et jusqu'ici il ne s'en est pas non plus présenté à moi, dans les expériences que j'ai faites à différentes reprises avec les rayons de cette source; mais je me suis assuré que si, avant de disperser ces rayons par un prisme de sel gemme, on les fait passer à travers une auge de verre de $0^m,01$ d'épaisseur, pleine soit d'eau pure, soit d'une solution de sulfate de didyme, on trouve dans la région obscure du spectre des bandes d'absorption aussi nettement accusées que les minima du spectre solaire.

P. Desains.

C. SZILY. — Das Hamilton'sche Princip und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (Le principe d'Hamilton et la seconde loi de la théorie mécanique de la chaleur); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 295; 1872.

M. Szily remarque que l'équation

$$\delta L = \sum \frac{m}{2} \delta(v^2) + \Sigma m v^2 \delta(\log i),$$

à laquelle parvient M. Clausius [1], est identique avec celle que l'on déduit du principe d'Hamilton pour le mouvement particulier considéré.

Ce principe peut s'énoncer ainsi : Étant donné un système de points libres et soumis à l'action de forces dont les composantes suivant les trois axes coordonnés sont les dérivées par rapport aux coordonnées de chaque point d'une fonction ($-$L) de ces coordonnées (ou elliptiquement un système conservatif), on peut écrire

$$(1) \qquad \delta A = \Sigma m v_1 \delta s_1 - \Sigma m v_0 \delta s_0 + t \delta E.$$

Dans cette équation, A est ce que Hamilton nomme l'*action*, c'est-à-dire l'intégrale $\int \Sigma m v^2 dt$, prise pendant le temps t que met le système à passer d'une position initiale (0) où la vitesse d'un point quelconque est v_0 à une position finale (1) où la vitesse finale du même point est v_1; E est la somme (constante dans un pareil système) de la fonction L et de la demi-force vive; δ est la caractéristique de la variation des quantités A et E, lorsque l'on passe d'un mouvement défini par les vitesses et positions initiales (0) et finales (1) à un mouvement défini par des vitesses et positions initiales (0') et finales (1') différentes; δs_0 et δs_1 sont les projections sur les vitesses v_0 et v_1 de la distance des positions initiales (0) et (0') ou finales (1) et (1') du point dont les vitesses initiales et finales sont v_0 et v_1.

Cette équation se réduit à

$$\delta A = t \delta E,$$

---

[1] Voir même tome, p. 75.

lorsqu'on a $\Sigma m v_1 \delta s_1 = \Sigma m v_0 \delta s_0$, ce qui aura lieu en particulier si les deux mouvements considérés sont périodiques et que le temps soit un multiple des périodes correspondant aux différents points du système, puisque pour chaque point $v_1 = v_0$, $\delta s_1 = \delta s_0$.

D'ailleurs A, ou $\int_0^t \Sigma m v^2 dt$, est le produit du temps t par la force vive moyenne du système, en posant $A = t\,\Sigma m(v^2)$, et par suite

$$\delta A = \Sigma m(v^2)\,\delta t + t\,\Sigma m\,\delta(v^2);$$

d'autre part, on a par définition

$$\delta E = \delta L + \sum \frac{m}{2}\,\delta(v^2);$$

l'équation $\delta A = t\,\delta E$ devient

$$\delta L = \sum \frac{m}{2}\,\delta(v^2) + \frac{\delta t}{t}\,\Sigma m(v^2),$$

qui est bien l'équation de M. Clausius, où i remplace la lettre t.

La forme $\delta E = \frac{\delta A}{t}$ conduit plus simplement, du reste, à la condition $\frac{\delta E}{\Sigma m(v^2)} = \frac{\delta A}{A} = \delta \log A$, qui montre que le premier membre, dont le dénominateur est à une constante près la température absolue dans l'hypothèse de M. Clausius, est une différentielle exacte, A ou $t\,\Sigma m(v^2)$ étant une fonction des deux variables qui déterminent l'état du corps. Le numérateur δE est d'ailleurs la variation de l'énergie totale du corps qui est équivalente à la chaleur qui lui a été cédée.

M. Szily ajoute que, si le système n'est pas *conservatif,* l'intégrale $\int \frac{\delta E}{\Sigma m(v^2)}$, étendue à un cycle quelconque, sera négative au lieu d'être nulle, parce que la différence $\delta A - t\,\delta E$ est positive, quand elle n'est pas nulle, dans les phénomènes naturels, tels que frottement, viscosité, etc.; mais il n'explique pas comment on pourrait concilier l'existence de systèmes non conservatifs avec les idées d'équivalence du travail et de la chaleur, à moins qu'on ne considère des systèmes incomplets, ou une portion seulement des points qui réagissent les uns sur les autres.

Il est aisé de voir que les calculs qui ont servi à M. Clausius pour établir sa proposition ne diffèrent que par la forme de ceux de Hamilton. L'équation (1) s'établit en effet ainsi :

$\begin{pmatrix} x_0, y_0, z_0 \\ x_1, y_1, z_1 \end{pmatrix}$ sont les coordonnées $\begin{pmatrix}\text{initiales}\\ \text{finales}\end{pmatrix}$ d'un point dans le premier mouvement, et la caractéristique δ indique la variation de ces coordonnées en passant des états (o) et (1) aux états (o') et (1'). De l'équation

$$A = \int \Sigma m v^2 dt = \int \Sigma m \left(\frac{dx}{dt} dx + \frac{dy}{dt} dy + \frac{dz}{dt} dz \right),$$

on déduit

$$\delta A = \int \Sigma m \left(\frac{dx}{dt} d\delta x + dx \delta \frac{dx}{dt} + \ldots \right);$$

intégrant par parties

$$\delta A = \left[\Sigma m \left(\frac{dx}{dt} \delta x + \ldots \right) \right]_0^1 - \int \Sigma m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \delta x + \ldots \right) dt + \int \Sigma \frac{1}{2} m \delta v^2 dt.$$

Mais, par hypothèse,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{dL}{dx}, \ldots,$$

d'où

$$\delta A = \left[\Sigma m \left(\frac{dx}{dt} \delta x + \ldots \right) \right]_0^1 + \int \delta L \, dt + \int \Sigma \frac{1}{2} m \delta v^2 dt.$$

Or, dans le premier mouvement, $L + \sum \frac{1}{2} m v^2$ est une constante E, l'énergie totale; dans le second, cette somme est une autre constante relativement au temps, $E + \delta E$; les deux dernières intégrales se réduisent donc à $\int \delta E dt$, ou, puisque δE ne contient pas t, à $t \delta E$; enfin, comme $\frac{dx}{dt} \delta x + \frac{dy}{dt} \delta y + \frac{dz}{dt} \delta z$ est le produit de la vitesse par la projection de la droite $(\delta x, \delta y, \delta z)$ sur cette vitesse, projection qui a été nommée δs plus haut, il vient

$$\delta A = \Sigma m v_1 \delta s_1 - \Sigma m v_0 \delta s_0 + t \delta E.$$

A. Potier.

PH. CARL. — La lumière à l'oxygène dans les cours de physique; *Ph. Carl's Repertorium*, t. VII, p. 189; 1871.

L'auteur indique le moyen suivant d'obtenir une lumière vive, moins éclatante, il est vrai, que la lumière Drummond, mais qui peut la remplacer dans certains cas, et rendre service dans les cabinets de physique qui ne possèdent pas les appareils nécessaires pour la produire.

On emploie une de ces lampes à niveau constant connues sous le nom de lampes de cabinet ou de lampes d'horloger. Le réservoir est rempli d'une solution saturée de naphtaline dans l'huile de pétrole; à l'intérieur du porte-mèche, on fait souder un tube qui occupe un peu moins de la moitié de l'espace où l'air circule d'ordinaire, et qui fait en haut une légère saillie que l'on couronne d'un ajutage portant des trous coniques, évasés vers l'extérieur, et rangés suivant les rayons d'une circonférence. Un tube de caoutchouc met en communication l'extrémité inférieure de ce tube avec un gazomètre.

En allumant la lampe sans faire arriver le courant de gaz, on a une lumière extrêmement fumeuse, qui prend un très-vif éclat quand on produit et qu'on règle convenablement le jet d'oxygène. On dispose derrière la flamme un réflecteur, et on introduit le tout dans une boîte fermée ou une lampe à projection.

DUCLAUX.

VAN DE SANDE BACKHUYZEN. — Zur Theorie des Polaristrobometers und des drehenden Nicols (Théorie du polaristrobomètre et du Nicol tournant); *Annales de Poggendorff*, CXLV, 259; 1872.

Cet appareil, imaginé par M. Wild, de Berne, sert à mesurer les pouvoirs rotatoires; il est formé d'un prisme de Nicol (polariseur), tournant dans un cercle divisé, puis d'une petite lunette astronomique. La substance à essayer se place entre le Nicol et la lunette; derrière l'objectif sont placées les deux lames de spath du polariscope de Savart, taillées à 45 degrés sur l'axe du spath, et avec leurs sections principales à angle droit; puis, entre l'oculaire et l'œil, est le Nicol analyseur. Quand le plan de polarisation de la lumière qui

tombe sur les lames de spath coïncide avec la section principale d'une de ces lames, les franges rectilignes disparaissent; si donc on a ainsi disposé d'abord l'appareil et qu'on interpose une substance douée du pouvoir rotatoire, les franges réapparaissent; on tourne alors le Nicol polariseur jusqu'à ce qu'elles disparaissent de nouveau; cette rotation donne le pouvoir rotatoire de la substance essayée. On fait quatre lectures, en faisant disparaître quatre fois les franges par la rotation continue du polariseur, et l'on en prend la moyenne; mais les différences de ces angles ne sont pas rigoureusement de 90 degrés. L'auteur de ce travail calcule les différences dues aux défauts d'ajustement rigoureux du Nicol et des lames de spath et fait voir que l'on peut obtenir des résultats très-satisfaisants en prenant la moyenne des quatre lectures faites dans les quatre quadrants.

A. Terquem.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIV. — Septembre 1872.

L. Schwendler. — *Des galvanomètres différentiels*, p. 161.

F.-C. Webb. — *Expérience électrique faite avec une chambre isolée*, p. 170.

M.-E. Edlund. — *Sur la nature de l'électricité*, p. 174.

Challis. — *De la théorie hydrodynamique des forces attractives et répulsives*, p. 189.

H. Hudson. — *Sur les théories de la lumière, de la chaleur et de l'électricité*, p. 210.

S.-W. Strutt. — *De la loi de la pression des gaz.*

Annales de Poggendorff.

Tome CXLVI. — N° 7. — Juillet 1872.

H. Knoblanch. — *Passage des rayons calorifiques à travers des lames diathermanes inclinées*, p. 321.

E. Hagenbach. — *Recherches sur la fluorescence* (suite), p. 375.

E. Ketteler. — *Influence des mouvements astronomiques sur les phénomènes d'optique.* — 3. *Théorie de l'expérience de Fizeau sur la rotation du plan de polarisation; direction des vibrations de la lumière polarisée*, p. 406.

Tome CXLVI. — N° 8. — Août 1872.

Tome CXLVII. — N° 1. — Septembre 1872.

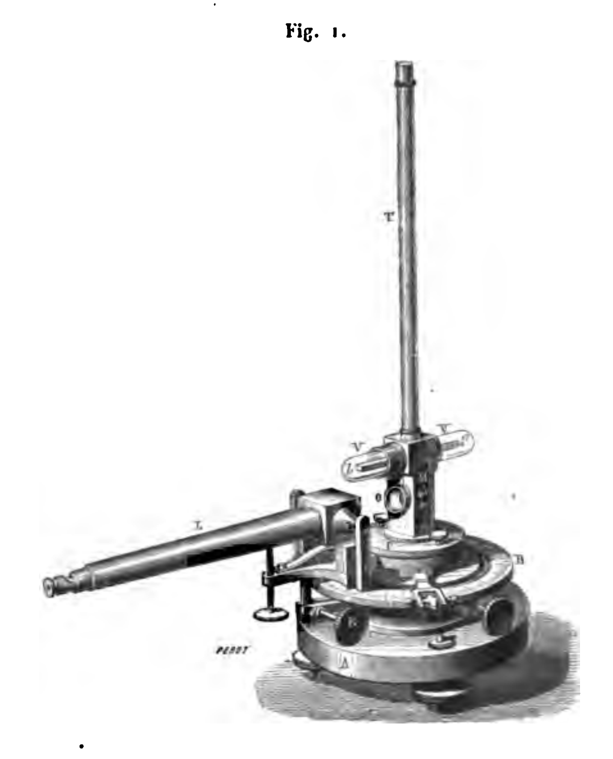
APPAREILS MAGNÉTIQUES DE M. LAMONT;

PAR M. C. ANDRÉ.

M. Lamont a imaginé, il y a quelques années, une méthode expérimentale qui permet aux voyageurs de déterminer commodément et avec précision, au moyen d'un seul instrument, la *déclinaison, l'inclinaison* et la *composante horizontale* du magnétisme terrestre.

1° *Déclinaison.* — Un aimant *ab*, suspendu par un paquet de fils sans torsion (*fig.* 1 et 2) au milieu d'une cage de verre V qui le

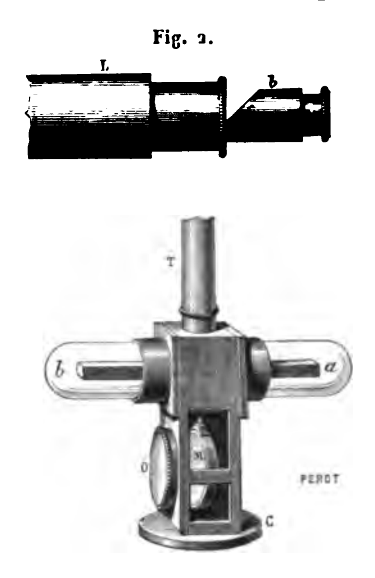
Fig. 1.



protége contre les agitations de l'air, porte, au moyen d'un gros fil de cuivre, un miroir plan M sur lequel on pointe la lunette L d'un théodolite à travers l'ouverture O.

La cage de l'aimant et du miroir est portée par un disque C mobile dans son plan autour d'un axe fixé au pied A de l'appareil;

Fig. 2.



au-dessous de ce disque C en est un second également mobile dans son plan, qui porte le théodolite par un prolongement latéral, et dont la position, par rapport au cercle divisé B, est donnée à chaque instant par des verniers. Ces deux disques peuvent être fixés l'un à l'autre au moyen des vis qui, dans la figure, se voient au-dessus de C.

Pour faire une observation, on commence par s'assurer, au moyen de niveaux, de la verticalité de l'axe de rotation des disques C; puis, rendant libres les deux disques C, on fait tourner le disque supérieur jusqu'à ce que l'aimant *ab* oscille librement dans la cage V sans en toucher les parois; après quoi, on tourne le théodolite, de façon à apercevoir à la fois, dans la lunette, les fils du réticule et leur image réfléchie; rendant alors les deux disques solidaires, on serre la vis de pression S, et avec la vis de rappel R on fait mouvoir lentement le théodolite de façon à faire coïncider exactement la croisée du réticule avec son image réfléchie.

L'axe optique de la lunette est alors perpendiculaire au miroir, et si celui-ci est normal à l'axe magnétique de l'aimant *ab*, les verniers donneront la position de cet axe optique.

Après ces opérations, on enlève le disque supérieur C avec tout l'ensemble des appareils qu'il porte, et l'on se sert de la lunette pour déterminer, comme on le ferait avec un théodolite ordinaire, la lecture du cercle B qui correspond au méridien géographique. La différence entre cette lecture et la première donne la valeur de la déclinaison. Nous ajouterons deux remarques importantes :

1° Pour que les observations soient précises, il faut que le réticule de la lunette soit bien éclairé; on obtient ce résultat en ouvrant le porte-oculaire comme l'indique la figure, et en y introduisant un plan de verre à 45 degrés, qui renvoie sur les fils la lumière du ciel.

2° Le miroir n'est jamais perpendiculaire à l'axe magnétique du barreau aimanté. Il en résulte une erreur constante, dite *erreur de collimation,* que l'on détermine une fois pour toutes, en comparant, dans un observatoire magnétique, les indications du théodolite à celles d'un appareil fixe, boussole de Gambey, magnétomètre.

2° *Inclinaison.* — Après avoir déterminé, comme nous venons de le dire, la position d'équilibre du barreau *ab*, on fixe, dans son plan et concentriquement au fil qui le porte, un anneau de laiton R (*fig.* 3), portant, dans un plan perpendiculaire au méridien magnétique, deux barreaux de fer doux F et F′ symétriques par rapport au sien. Sous l'influence de la terre, ces deux barreaux deviennent des aimants, et font dévier l'aimant *ab*; on détermine, comme tout à l'heure, la nouvelle position du barreau *ab*: la déviation δ de l'aimant *ab* suffit pour faire connaître la valeur I de l'inclinaison.

En effet, la quantité de magnétisme développée sur F et F′ est proportionnelle à la composante verticale V du magnétisme terrestre; de telle sorte que le moment du couple qui fait dévier l'aiguille peut être regardé lui-même comme proportionnel à V; de même le moment du couple qui tend à ramener le barreau dans le plan du méridien magnétique est proportionnel à la composante horizontale H de l'action terrestre; de telle sorte que, *a* étant une constante, on peut écrire

$$H \sin\delta = aV;$$

et comme

$$H = V \operatorname{tang} I,$$

on a

$$\operatorname{tang} I = b \sin\delta,$$

b étant une constante que l'on obtiendra, une fois pour toutes, en comparant les indications du théodolite à celles d'une boussole d'inclinaison.

Fig. 3.

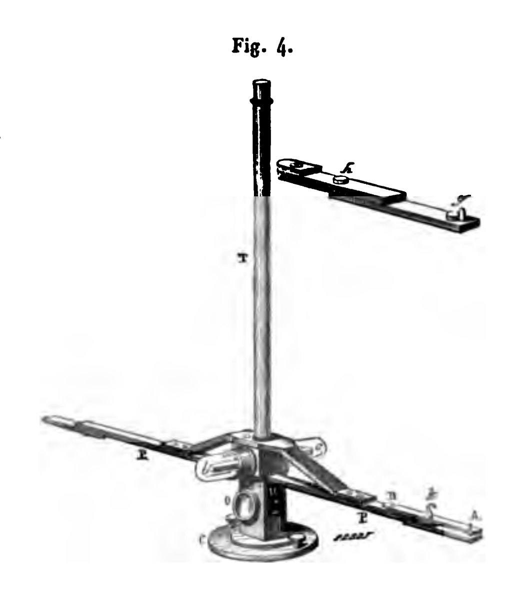


En réalité, le nombre I que l'on inscrit est la moyenne de *huit* opérations analogues à la précédente. En effet, des retournements sont nécessaires pour éviter les défauts de symétrie de l'appareil et l'influence du magnétisme permanent que peuvent posséder les deux barreaux.

3° *Intensité.* — On fixe sur le support de la cage de l'aimant, et perpendiculairement au plan du méridien magnétique, une longue règle de bois dont les deux extrémités sont travaillées comme l'indique la *fig.* 4. A l'une d'elles, on place un aimant AB aussi normalement que possible à la position d'équilibre de *ab*, et l'on mesure la déviation ω produite sur l'aiguille AB; on retourne alors l'aimant AB, de façon à mettre en B le pôle A, et *vice versâ;* puis on porte l'aimant AB à l'autre extrémité de la règle, et l'on y répète les

deux opérations précédentes. Soient ω', ω'', ω''' les trois déviations nouvelles. Nous prendrons la moyenne Δ pour valeur de la déviation vraie qu'aurait produite l'aimant AB, s'il eût été réellement

Fig. 4.



perpendiculaire à ab. Or soient M le moment magnétique du barreau déviant, H la composante horizontale du magnétisme terrestre, a une constante; on sait que l'on a

$$\frac{M}{H} = a \operatorname{tang} \Delta,$$

d'où

$$H = \frac{b}{\operatorname{tang} \Delta}.$$

Quand on aura déterminé la constante b par des observations comparatives faites dans un observatoire, il suffira de mesurer la déviation Δ pour obtenir la valeur de la composante horizontale H.

SUR LA CAPILLARITÉ;

PAR M. E. DUCLAUX.

[Extrait par l'auteur d'un travail inédit intitulé : *Théorie élémentaire de la capillarité* (¹)].

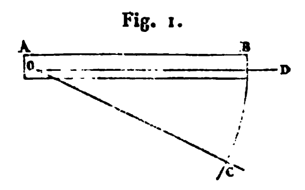
La partie de la Physique qui traite des phénomènes capillaires a toujours été considérée, à bon droit, comme une des plus difficiles à exposer avec simplicité et clarté. Les expériences y abondent, il est vrai, mais elles sont tellement discordantes qu'on est obligé d'en éliminer arbitrairement quelques-unes pour arriver à établir des lois précises. D'un autre côté, les théories connues sur ce sujet sont des travaux exclusivement mathématiques, dépassant de beaucoup le niveau commun des études.

Je voudrais essayer d'en esquisser ici une nouvelle qui n'a pas la prétention de pénétrer aussi loin que ses aînées dans la véritable nature des phénomènes, mais qui présente l'avantage d'être d'accord avec tous les faits, de les interpréter simplement, et d'avoir une base exclusivement expérimentale : c'est celle dans laquelle on fait intervenir la tension superficielle des liquides, sur laquelle des travaux nombreux ont récemment rappelé l'attention.

Principe. — Toutes les fois qu'un liquide présente une surface libre, il y est comme enveloppé dans une couche contractile, d'épaisseur très-faible, constamment tendue, se reformant lorsqu'elle est brisée, et dont on peut se faire une idée nette, lorsque tout est en repos, en la comparant à une membrane très-mince de caoutchouc enserrant le liquide.

Voici les expériences qui mettent cette force en évidence :

Fig. 1.



1° A une lame mince verticale de laiton est soudé un fil métallique BC (*fig.* 1), courbé en arc de cercle. Un deuxième fil très-

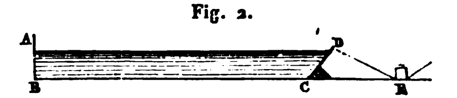
(¹) Ce travail doit paraître prochainement.

mince, pénétrant en O par son extrémité recourbée dans un trou pratiqué dans la lame, peut tourner librement autour de ce point en s'appuyant sur BC. Le fil étant en OD, on le mouille, ainsi que la lame, avec de l'eau de savon, ou mieux avec le liquide glycérique de M. Plateau, puis on amène le fil en OD, ce qui détermine la formation d'une lame liquide. Si alors on l'abandonne à lui-même, on voit cette lame se contracter rapidement et ramener le fil à son point de départ, malgré l'action de la pesanteur (Dupré).

2° Sur un cadre de fil de fer on produit, avec le liquide de M. Plateau, une lame liquide sur laquelle on dépose doucement un anneau de fils de cocon, qui y prend une forme quelconque. Si l'on crève la portion de lame intérieure à l'anneau, celui-ci se tend brusquement en prenant une forme circulaire, qui témoigne qu'en tous ses points existe une tension constante (van der Mensbrugghe).

3° Un vase rectangulaire ABCD (*fig.* 2), très-peu profond, a

Fig. 2.



trois de ses parois latérales fixes. La quatrième CD est une lame métallique mince, bien dressée, posée simplement sur le fond, appliquée, dans une situation un peu inclinée, contre un butoir C et maintenue dans cet état à l'aide d'un fil DE. Les choses étant ainsi disposées, on verse de l'eau dans le vase, de manière à amener la surface au niveau du bord supérieur de la lame mobile qui doit être mouillée partout, puis on brûle le fil, et aussitôt la tension superficielle du liquide fait tourner la lame autour de sa base et la jette en dedans, malgré la poussée hydrostatique qui tend à produire le mouvement en sens contraire (Dupré).

4° Si, sur la surface libre d'un liquide, on place un anneau de fil de cocon, il y prend une forme quelconque. Si ensuite, en son milieu, on dépose une goutte d'un autre liquide ayant une tension superficielle plus faible que le premier, l'anneau se tend encore, comme tout à l'heure, en prenant une forme circulaire sous l'action prédominante du liquide extérieur (van der Mensbrugghe).

5° On saupoudre de grès fin la surface d'une masse de mercure, et, en un point quelconque, on enfonce une baguette de verre bien

propre. Tout se passe alors comme si le grès se trouvait sur une membrane qui recouvrirait le mercure. Le tube qui s'enfonce entraîne avec lui la couche superficielle et la poussière qu'elle porte, et, si la cuve est assez profonde, on peut faire disparaître le sable en entier. Enlève-t-on la baguette, la couche enfoncée remonte à la surface et le grès s'étale de nouveau. Avec l'eau et la poudre de lycopode, on peut reproduire le même phénomène. Il faut avoir soin seulement d'employer une baguette assez bien graissée pour que l'eau ne la mouille pas.

Concluons donc que, dans tout liquide, qu'il soit en couche mince ou en couche profonde, il y a à la surface une membrane liquide d'épaisseur très-faible et dans laquelle existe une tension. Si nous la supposons coupée en deux parties par un plan normal quelconque, sur chaque unité de longueur de la section existeront, à l'intérieur de la membrane, deux forces contraires perpendiculaires au plan sécant, égales entre elles, et qui agiront pour maintenir au contact les deux surfaces séparées par le plan. Nous appellerons *tension superficielle* la valeur en milligrammes de ces forces par millimètre de longueur de la section, et voici comment on la mesure : il y a pour cela divers procédés que nous rencontrerons successivement dans le courant de cet exposé; je me bornerai pour le moment à citer le plus direct, dû à M. van der Mensbrugghe.

Un fil fin de coton est tendu horizontalement entre deux points fixes distants d'environ 12 centimètres. D'autre part, un tube en verre de 1 décimètre de longueur et de 1 millimètre à peu près de diamètre extérieur, est garni près de chacune de ses extrémités d'un anneau de fil de fer mince, et supporte, par un fil de cocon attaché en son milieu, un petit plateau de papier. Pour mesurer une tension, on mouille d'abord du liquide à essayer le fil horizontal, puis on transporte le tube sous celui-ci, de manière qu'il le touche par ses deux petits anneaux. Entre ce tube et le fil horizontal règne ainsi un espace étroit que l'on remplit du même liquide avec un pinceau, après quoi on abandonne le tube, qui demeure suspendu, par la tension des deux faces de la lame liquide. On verse alors doucement du sable fin sur le petit plateau, jusqu'à ce que le tube se détache. Le poids en milligrammes du tube du plateau et du sable, divisé par le double du nombre de millimètres compris

entre les deux anneaux, donne alors la tension superficielle du liquide.

C'est par ce procédé et d'autres analogues qu'ont été déterminés par divers expérimentateurs les nombres suivants, qui représentent les tensions superficielles de divers liquides, à 15 degrés environ.

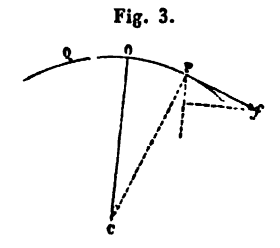
Eau	7,5	Alcool absolu	2,5
Glycérine	7,25	Chloroforme	2,7
Sulfure de carbone	3,2	Éther acétique	2,5
Huile d'olive	3,5	Esprit de bois	2,4
Essence de térébenthine	2,9	Éther	1,8
Pétrole	2,6	Mercure	49,0

Théorie capillaire.

Il résulte de ce que nous venons de voir sur la tension superficielle que, lorsque la surface libre d'un liquide est plane, il n'y a aucune force normale au liquide. La membrane qui le recouvre, fortement attachée aux parois du vase par des forces dont l'étude est en dehors de notre sujet, et qu'il faut admettre, quelle que soit la théorie qu'on adopte, est tendue seulement dans le sens horizontal. Mais toutes les fois que le liquide présente une surface courbe, il résulte de la tension superficielle une composante normale dont il est facile de comprendre l'existence et de calculer la valeur.

En un point O de cette surface, supposons attaché un fil très-court, dont nous promènerons l'autre extrémité sur la surface, en le maintenant constamment tendu. Nous aurons ainsi une sorte de courbe sphérique. Sur chaque unité de longueur du contour de

Fig. 3.



cette courbe s'exerce, comme nous l'avons vu, une force F tangentielle à la surface et normale à l'élément de la courbe. Toutes ces forces F ont dès lors une composante parallèle à la normale

en O, dont l'ensemble donne une pression normale sur l'élément de surface limité par le contour. Si autour de O nous traçons alors une série décroissante de courbes semblables à la première, le rapport de la pression normale dans chaque cas, à la surface correspondante, tendra vers une limite qui sera la pression en O.

Pour calculer la valeur de cette limite, menons par la normale OC (*fig.* 3) n plans prolongés, faisant entre eux des angles infiniment petits $\frac{\pi}{n}$ égaux, et découpons par suite la courbe sphérique de rayon s en petits éléments sensiblement égaux à $\frac{\pi s}{n}$. Soient P le milieu d'un de ces éléments et f la force qui y est appliquée, on a $f = F\frac{\pi s}{n}$.

La composante de cette force, suivant une parallèle à la normale en O, sera $\frac{\pi s}{n} F \sin\alpha$, ou bien, en appelant ρ le rayon de courbure en O, $\frac{\pi F s^2}{n\rho}$.

Dans le même angle dièdre s'exercera de même en Q une force dont la composante normale est identique avec la précédente, et, dans le dièdre perpendiculaire, on trouvera de même deux autres forces égales chacune à $\frac{\pi F s^2}{n\rho'}$, ρ' étant le rayon de courbure de la section perpendiculaire à PQ.

L'ensemble de ces quatre forces normales aura donc pour valeur $\frac{2\pi F s^2}{n}\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)$.

Or, d'après le théorème de Meusnier, $\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$, en désignant par R et R' les rayons de courbure principaux de la surface en O. La résultante normale des quatre forces considérées a donc une valeur constante; et, comme on peut former $\frac{n}{2}$ groupes pareils, la résultante normale sera

$$\pi s^2 F\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

et son rapport à la surface πs^2, ou bien ce que nous appelons la pression en O, sera $z = F\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$ (Dupré).

On reconnaît là le second terme de la formule de Laplace, celui qui suffit pour l'explication de tous les phénomènes capillaires, et je pourrais borner ici cet exposé en soudant à la formule précédente, obtenue très-facilement par la considération de la tension superficielle, tous les développements que Laplace y a rattachés; mais il vaut mieux reprendre en détail les principaux phénomènes pour montrer l'interprétation simple qu'en donne la nouvelle théorie, en substituant dans la majorité des cas la considération des forces actives aux symboles et aux abstractions des autres théories.

Nous étudierons d'abord les liquides qui mouillent les solides que l'on y plonge; puis ceux qui, comme le mercure, ne les mouillent pas.

Liquides qui mouillent.

I. *Ascension dans les tubes capillaires.* — On sait depuis Gay-Lussac que, pour obtenir des résultats constants et réguliers, il faut que le tube soit bien mouillé au-dessus de la surface libre que le liquide vient y former dans l'état d'équilibre, et qu'il porte, collée à ses parois, une couche liquide dont la tension fait équilibre au poids du liquide soulevé. Si donc r est le rayon du tube, h la hauteur du liquide soulevé et Δ la densité, on a, en égalant le poids soulevé à la somme des forces actives, l'équation

$$2\pi r F = \pi r^2 h \Delta,$$

d'où

$$h = \frac{2F}{\Delta r},$$

ce qui est la loi de Jurin.

On voit ici nettement où est la force active, et pourquoi il faut s'attacher à ce que le tube soit bien propre et bien mouillé. On voit, en outre, qu'il faut tenir compte, dans la mesure de h, du ménisque terminal, et cette valeur de h, en tenant compte du ménisque, sera désormais ce que nous appellerons *hauteur moyenne*.

Si le tube est très-étroit, on obtiendra, comme on sait, cette hauteur moyenne, en ajoutant à la hauteur du point le plus bas le tiers du rayon. La loi de Jurin se vérifie alors exactement, ainsi que l'ont montré les expériences de Gay-Lussac et d'Ed. Desains.

Si le tube est trop large, la correction du ménisque devient difficile à faire, et cela au moment où, par suite de la faible hauteur d'ascension du liquide, elle prend précisément le plus d'importance. D'un autre côté, dans les tubes très-étroits, l'épaisseur de la couche qui tapisse le tube n'est plus négligeable, comme dans les tubes plus larges, et il faut en tenir compte pour faire rentrer les résultats qu'ils présentent dans la formule générale.

Tous les faits observés dans l'ascension des liquides dans les tubes capillaires s'interprètent facilement, en partant de l'explication précédente.

L'action de la chaleur diminue à la fois Δ et F. L'abaissement de la colonne ne suivra donc pas en général une loi simple (Wolf).

Si à la surface du ménisque dans le tube capillaire on fait arriver une petite quantité d'un autre liquide, celui-ci se substitue quelquefois au liquide inférieur, mouille le tube à sa place, et forme un nouveau ménisque, capable de soutenir un poids déterminé. De là une variation dans la hauteur du liquide soulevé. C'est ce qu'ont vu Young, en faisant arriver un peu d'huile dans le tube capillaire, et Quincke, dans le cas de l'alcool et de l'eau, ou de l'essence de térébenthine et de l'huile d'olive. Dans ces deux derniers cas, les liquides employés étant miscibles l'un à l'autre, il n'y a pas, comme dans l'expérience de Young, deux ménisques superposés; il n'y en a qu'un, qui est celui du liquide supérieur, et le poids soulevé est exactement celui que comporte la tension superficielle de ce liquide. Ce fait est en contradiction avec une des conclusions des théories de Laplace et de Gauss.

III. *Ascension entre des lames parallèles.* — Considérons un petit prisme de liquide compris entre ces lames et deux plans verticaux perpendiculaires aux lames, et menés à une distance l'un de l'autre égale à l'unité de longueur; on a encore, en égalant la force soulevante au poids soulevé,

$$2F = hd\Delta,$$

d'où

$$h = \frac{2F}{d\Delta}.$$

On voit encore ici qu'il faut tenir compte du ménisque.

IV. *Adhésion des disques mouillés.* — Il est facile, en songeant à la tension superficielle du liquide compris entre les deux plans, de voir d'où provient et comment se mesure la force qu'il faut déployer pour les séparer.

V. *Ascension contre un plan mouillé.* — La force disponible dans la couche qui mouille ce plan est F par unité de longueur, et elle est employée à soulever un ménisque. Le poids de celui-ci est donc aussi F par unité de longueur.

La considération de la formule $z = F\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$ va nous conduire à la même conclusion, et nous donner d'autres résultats qu'il serait difficile d'établir directement.

Dans le cas d'un plan unique, l'un des rayons de courbure devient infini, et l'on a, en appelant y la hauteur soulevée au point où le rayon de courbure est ρ,

$$z = \Delta y = \frac{F}{\rho},$$

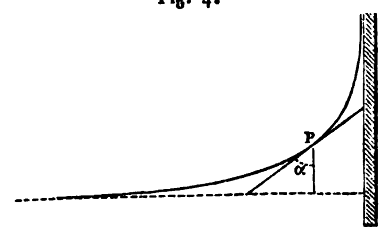
ou bien, en remplaçant $\frac{1}{\rho}$ par sa valeur,

$$\Delta y = F \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}};$$

d'où l'on tire facilement, en remontant à la fonction primitive,

$$\frac{\Delta y^2}{2} + C = -F \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}}.$$

Fig. 4.



Or, si nous appelons α (*fig.* 4) l'angle de la tangente en P avec l'ordonnée,

$$y' = \operatorname{cotang} \alpha \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} = \sin \alpha;$$

on a donc

$$\frac{\Delta y^2}{2} + C = - F \sin\alpha.$$

La valeur de la constante se détermine en remarquant que, pour $y = 0$, $\alpha = 90^\circ$, d'où l'on tire $C = - F$; on a donc

$$\frac{\Delta y^2}{2} = F(1 - \sin\alpha). \tag{1}$$

Comme au point de raccordement du ménisque et de la couche immobilisée le long des parois l'angle α est nul, on a en ce point

$$\frac{\Delta y^2}{2} = F, \quad \text{d'où} \quad y = \sqrt{\frac{2F}{\Delta}}.$$

Cette valeur de l'ordonnée à l'origine concorde avec les expériences de M. Ed. Desains.

Quant au volume soulevé par unité de longueur, il est évidemment exprimé par le même nombre que l'aire de la courbe. L'élément de cette aire est $y\,dx$ ou bien $\frac{y\,dy}{\cot\alpha}$, puisque $y' = \frac{dy}{dx} = \cot\alpha$. Or l'équation (1) donne

$$y\,dy = - \frac{F}{\Delta} \cos\alpha\, d\alpha.$$

L'élément de l'aire devient donc

$$\delta A = - \frac{F}{\Delta} \frac{\cos\alpha}{\cot\alpha} d\alpha = - \frac{F}{\Delta} \sin\alpha\, d\alpha,$$

d'où l'on tire

$$A = - \frac{F}{\Delta} (\cos\alpha)_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{F}{\Delta}.$$

Le poids soulevé par unité de longueur est donc $\Delta A = F$. C'est la conclusion à laquelle nous étions arrivé tout à l'heure.

Remarquons en passant que, si l'angle de raccordement n'était pas nul à l'origine et avait une valeur ω, l'ordonnée contre la paroi deviendrait

$$y = \sqrt{\frac{2F}{\Delta}(1 - \sin\omega)}, \tag{2}$$

et le volume soulevé par unité de longueur,

$$\frac{F}{\Delta}\cos\omega.$$

Nous aurons bientôt l'occasion d'utiliser ces relations.

VI. *Ascension entre deux lames inclinées l'une sur l'autre d'un angle α.* — Si les plans sont bien mouillés, leurs surfaces en regard peuvent devenir le siége d'une force $2Fl$, en appelant l la longueur des plans. Si donc ces plans ne sont en aucun point à une distance l'un de l'autre plus petite que le double de l'épaisseur de la couche active, le volume d'eau soulevé entre eux sera constant, quel que soit l'angle qu'ils font entre eux.

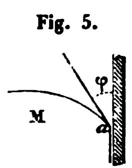
Tension superficielle à la surface de contact de deux liquides.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les liquides dont la surface était libre et en contact avec l'air. Voyons ce qui doit se passer lorsque deux liquides sont en contact l'un avec l'autre. On sait d'abord que, sauf le cas où ces liquides sont miscibles en toutes proportions, la tension superficielle ne s'évanouit pas, et les forces figuratives continuent d'agir. Ainsi font l'huile, le chloroforme, le sulfure de carbone, l'éther, etc., dans l'eau. Mais, en se fondant sur ce qu'un liquide homogène peut toujours être considéré, en l'un quelconque de ses points, comme formé de deux liquides de tensions identiques accolés l'un à l'autre, et que dans l'intérieur de ce liquide la tension est nulle partout, il est facile de prévoir, par analogie, que, lorsqu'on mettra en contact deux liquides de tensions superficielles différentes, ces tensions seront diminuées l'une par l'autre. C'est ce que confirment les expériences de Quincke.

Si donc F est la tension superficielle de l'un des liquides, au contact d'un autre liquide, ou, ce qui revient évidemment au même, d'un corps solide, elle deviendra $F - F_1$. Seulement, dans le cas du solide, il faudra que le contact soit parfait, et ne soit empêché ni par une couche d'air adhérente, ni par une couche d'un autre liquide. Tel est le cas pour le mercure et le verre, et à ce cas correspondent de nouvelles conditions d'équilibre que nous allons étudier.

Considérons une masse M (*fig.* 5) de mercure en contact avec une paroi plane et verticale. Sur toute la surface libre du liquide

Fig. 5.



existe une tension F; sur la surface en contact avec la paroi, une tension $F - F_1$. Pour que ces forces se fassent équilibre, il faut qu'elles fassent en *a* un angle φ tel, que $F \cos\varphi = F - F_1$, d'où $\cos\varphi = \frac{F - F_1}{F}$.

Cet angle φ est ce qu'on appelle l'*angle de raccordement* relatif au liquide et au solide considéré. On voit qu'il est toujours plus petit que 90 degrés, et qu'il dépend non-seulement de la nature du liquide et de celle de la paroi, mais de l'intimité du contact qui s'établit entre eux. Comme d'ailleurs le mercure absorbe constamment dans l'air l'oxygène ou les vapeurs qu'il y rencontre, F varie constamment; φ sera donc variable aussi, mais ses variations sont comprises d'ordinaire entre des limites assez étroites, et il reste toujours assez voisin de 40 degrés.

Sauf l'existence de cet angle de raccordement, l'étude des phénomènes dans le cas des liquides qui ne mouillent pas est la même que pour les liquides qui mouillent. C'est ce qu'un rapide exposé va nous montrer.

Liquides qui ne mouillent pas.

I. *Dépression dans les tubes capillaires.* — Sur tout le pourtour du tube agit une force égale à $F - F_1$ par unité de longueur. En désignant donc par h la hauteur moyenne de la dépression, on a

$$2\pi r(F - F_1) = \pi r^2 h \Delta;$$

d'où

$$h = \frac{2(F - F_1)}{\Delta r}.$$

On voit que la dépression ne dépend pas ici seulement de la nature

du liquide, comme dans les liquides qui mouillent, mais aussi de la nature de la paroi. C'est ce qu'ont confirmé les expériences d'Avogadro, qui a trouvé la dépression deux fois plus grande dans le fer que dans le platine.

II. *Dépression entre deux plans.* — L'étude de ce cas se fait sans aucune difficulté.

III. *Volume déprimé contre un plan vertical.* — On voit facilement que l'ordonnée contre la paroi sera donnée par l'équation (2)

$$y = \sqrt{\frac{2F}{\Delta}(1 - \sin\varphi)},$$

ce qui est la formule de Laplace pour la flèchè du ménisque dans un tube très-large.

De même on trouve que le volume déprimé est égal à $\frac{F}{\Delta}\cos\varphi$.

Ces résultats ont été vérifiés par Gay-Lussac et Ed. Desains.

IV. *Goutte de mercure sur un plan.* — Si elle est suffisamment petite, elle prendra évidemment une forme à peu près sphérique; si son volume augmente, elle s'étalera sur le plan horizontal en obéissant aux lois générales. Celles-ci donnent un résultat simple lorsqu'on suppose la goutte assez large pour qu'il soit permis de négliger l'un des rayons de courbure et de ne considérer que celui de la section méridienne.

L'épaisseur de la goutte est alors constante. Pour le démontrer, il suffit de remarquer que, sur l'un quelconque des points de la circonférence de base de la goutte, l'angle α, que fait la tangente avec l'ordonnée, est $\frac{\pi}{2} + \varphi$. L'équation (2) étant applicable, on a, pour l'épaisseur y,

$$y = \sqrt{\frac{2F}{\Delta}\left[1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)\right]} = \sqrt{\frac{2F}{\Delta}(1 + \cos\varphi)},$$

ce qui est encore la formule de Laplace, vérifiée par MM. Ed. Desains et Quincke.

Il résulte, comme on le sait, des expériences faites avec soin par ce

dernier observateur que l'angle de raccordement n'est pas constant, et qu'une goutte de mercure, avec quelque soin qu'elle soit préparée et conservée, est toujours en équilibre instable et tend à s'affaisser de plus en plus. On devine tout de suite la cause de ces effets, qui avaient d'abord paru singuliers. L'épaisseur de la goutte dépend de F, et toutes les causes qui font varier cette tension, une trace d'impureté dans le mercure employé, l'oxydation au contact de l'air, la condensation à sa surface des vapeurs que l'air renferme, font diminuer F et écrasent la goutte. Si l'on agite celle-ci de façon à répartir dans la masse les impuretés superficielles, la goutte se relève un peu. La correction du ménisque lorsque ce ménisque est exposé à l'air, comme dans le baromètre de Gay-Lussac, est donc variable et impossible à faire exactement.

Mécanisme de la formation des gouttes. — Supposons un vase assez large rempli d'eau et communiquant par sa partie inférieure, par un tube étroit, avec un orifice de faible section. Une petite goutte d'eau vient perler sur l'orifice, dont elle mouille toute la surface, et former un mamelon arrondi à l'ombilic duquel existe une pression dirigée de bas en haut et égale à $\frac{2F}{R}$, R étant le rayon de courbure en ce point. Si la pression hydrostatique est plus grande que $\frac{2F}{R}$, la goutte continue à grossir, et il n'y aura pas de nouveau point d'arrêt, puisque R augmente de plus en plus; sinon elle s'arrêtera, et pour la forcer à se gonfler il faudra ou augmenter la pression hydrostatique ou diminuer F. On arrivera facilement à ce dernier résultat en passant à une certaine distance, en dessous de la goutte, le doigt mouillé d'alcool ou d'éther. La petite quantité de ces liquides qui se dissoudra dans la couche superficielle du mamelon liquide permettra à la bulle de grossir.

Une goutte d'eau se développe donc à l'intérieur d'une espèce de petit sac élastique, qui se gonfle tant que sa résistance sur un périmètre égal à celui de la section de l'orifice reste suffisante, et qui se brise lorsque le poids à soutenir est devenu trop grand.

Suspension des liquides dans les tubes capillaires ou de faible section. — Supposons un tube de faible section renfermant une colonne de liquide qui le mouille, et qui vient faire saillie à l'extérieur, à la partie inférieure du tube. Soit α l'angle du premier élé-

ment du liquide en ce point avec la paroi verticale. Les forces qui soutiendront la colonne sont $2\pi r F \cos\alpha$ en bas et $2\pi r F$ en haut. Si donc h est la hauteur de la colonne, on aura

$$h = \frac{2F}{r}(1 + \cos\alpha).$$

Cette hauteur sera maximum lorsque $\alpha = 0$, et égale au double de celle qui serait soutenue dans un tube de même diamètre plongeant dans l'eau, ce qui devait être *a priori*, puisque alors il y a deux forces agissantes égales, l'une au haut, l'autre au bas du tube. Il est facile de reconnaître que l'équilibre qui se produit alors est stable pour tout mouvement d'élévation de la colonne, mais instable pour tout mouvement inverse, ce qui le rend difficile à observer.

L'existence de ce maximum a été démontrée pour la première fois par M. Bertrand.

Nous bornerons ici cet exposé, trop long déjà et pourtant fort incomplet, car il nous resterait encore à parler des remarquables travaux de Plateau sur les surfaces libres des liquides sans pesanteur, sur les polyèdres laminaires, de ceux de M. van der Mensbrugghe et d'autres observateurs; mais je n'ai pas eu la prétention de tout passer en revue; j'ai voulu seulement, en rassemblant en corps de doctrine les résultats épars sur la tension superficielle, montrer qu'on peut en faire une théorie qui explique tous les faits connus, qui éclaircit toutes les difficultés, et qui, par sa clarté et sa simplicité, l'emporte au point de vue pédagogique sur toutes celles qui existent dans l'enseignement.

SUR LE SPECTRE DE L'AURORE BORÉALE;

PAR M. G. RAYET.

Depuis quelques années, la lumière de l'aurore boréale a été assez souvent observée au spectroscope, et il est aujourd'hui possible, en réunissant et discutant les diverses Notes publiées à ce sujet, de décrire d'une manière suffisante le spectre de ce phénomène.

Les premières observations du spectre de l'aurore boréale ont été

faites par M. Ångström [1] pendant l'hiver 1867-1868; il trouva que sa lumière, presque monochromatique, consiste *en une seule raie brillante* située entre D et E, entre le jaune et le vert, et dont la longueur d'onde est égale à environ 5567 dix millionièmes de millimètre. Parfois cependant, en augmentant la largeur de la fente, on observait les traces de trois bandes lumineuses très-faibles, s'étendant entre E et F.

Au printemps de 1868 (7 avril), M. O. Struve [2], directeur de l'observatoire de Pulkova, retrouvait la ligne brillante jaune vert d'Ångström et lui assignait une longueur d'onde d'environ 5552, peu différente de celle donnée par le physicien suédois.

Les observations de MM. Ångström et O. Struve ont été faites avec un spectroscope ordinaire à main dirigé vers l'aurore, et sans prendre aucune précaution pour augmenter l'éclairement de la fente; aussi les spectres obtenus étaient-ils très-faibles, et forcément limités aux lignes les plus brillantes. Dès qu'on a fait usage d'une lentille à large ouverture pour concentrer les rayons lumineux sur la fente du spectroscope, on a reconnu, en effet, que la lumière de l'aurore était loin d'être monochromatique. La première observation de ce genre, due à M. le professeur Winlock [3], de l'observatoire de Washington, est relative à l'aurore très-brillante du 15 avril 1869. Son spectre était composé de cinq lignes lumineuses, dont les longueurs d'onde étaient, en dix millionièmes de millimètre, d'environ

5571	Ligne très-brillante entre D et E;
5446 5315	Entre E et *b*;
5210	Ligne voisine de F;
4639	Ligne voisine de G.

Un an et demi après, le 24 octobre 1870, divers observateurs anglais (Capron à Guilford, Gibbs et Browning à Londres, Elger à Bedford, etc.) découvraient dans le spectre de la magnifique aurore

(1) Ångström : *Recherches sur le spectre normal du Soleil*, p. 42.

(2) O. Struve : Beobachtung eines Nordlichspectrum (*Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, t. XIII, p. 49; 1868.

(3) Winlock : *American Journal of Science*, t. XLVIII, p. 123; 1869.

qui parut alors une nouvelle ligne brillante, située dans le rouge, au voisinage de C, mais ils ne firent aucune mesure de sa réfrangibilité.

Cette ligne rouge fut retrouvée le lendemain, 25 octobre, à Leipzig, par Zöllner (¹) qui, comparant sa position à celle des lignes du sodium et du lithium, prouva qu'elle était un peu plus réfrangible que la raie C de l'hydrogène, sans donner toutefois une mesure de sa longueur d'onde. Dans le spectre de cette même aurore, Zöllner trouva la ligne verte très-brillante d'Angström, et enfin, entre E et F, trois bandes lumineuses, séparées par des intervalles obscurs.

Les recherches que nous venons d'analyser faisaient connaître d'une manière suffisante le spectre de l'aurore; mais aucun des observateurs n'avait apporté aux mesures une exactitude assez grande pour permettre l'identification des lignes de l'aurore avec celles d'autres gaz incandescents. Un récent travail de M. Vogel (²), de l'observatoire de Bothkamp, comble cette lacune; nous emprunterons à ces observations, faites avec un équatorial de 33 centimètres d'ouverture et un spectroscope à vision directe à cinq prismes muni d'un oculaire micrométrique, la description du spectre de l'aurore du 9 avril 1871 et les longueurs d'onde des diverses lignes.

Suivant l'astronome de Bothkamp, la lumière de l'aurore boréale se décompose en sept lignes ou bandes lumineuses, dont les longueurs d'onde, exprimées en dix millionièmes de millimètre, sont :

6297 Ligne rouge très-brillante;

5569 Ligne jaune vert la plus brillante du spectre; elle s'affaiblit dans les portions de l'aurore où la ligne rouge est très-vive;

5390 Ligne faible dont l'observation est incertaine;

5233 Ligne assez belle;

5189 Cette ligne est brillante, même lorsque la ligne rouge est visible, et d'un éclat égal à celui de la précédente.

5004 Ligne très-brillante;

4663 Bande brillante un peu moins lumineuse dans son milieu; elle devient très-faible dans les régions où la ligne rouge paraît.

(¹) ZÖLLNER : Ueber das Spectrum des Nordlichtes (*Berichte über die Verhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig*, 1870, p. 254).

(²) VOGEL : Untersuchungen das Spectrum des Nordlichtes (*Berichte über die Verhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig*, 1871, p. 285).

Les cinq lignes les moins réfrangibles se détachent sur un spectre coloré continu très-faible; entre les autres, le champ est complétement obscur.



Fig. 1.

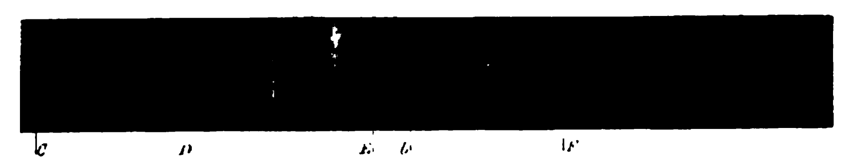
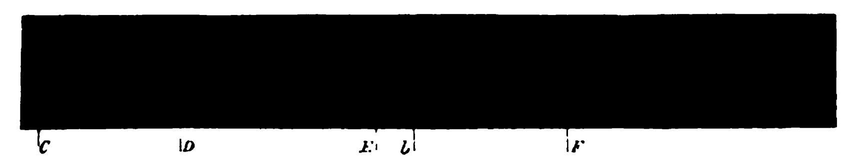


Fig. 2.



Les figures ci-jointes, dessinées d'après un croquis de M. Vogel, représentent l'apparence du phénomène. La *fig.* 1 est le spectre des rayons blancs, la *fig.* 2 celui des rayons rouges.

Dans le spectre de l'aurore du 4 février 1872, M. Oettingen (¹), de Dorpat, a enfin découvert une bande brillante violette encore plus réfrangible que les précédentes, et qui, située un peu au delà de G, a pour longueur d'onde 4240 environ.

De toutes les aurores observées en Allemagne, en Amérique, en France ou en Angleterre, l'aurore du 9 avril 1871 est celle dont le spectre a été le plus complet. Dans les descriptions des spectres des aurores étudiées soit antérieurement soit postérieurement, les physiciens ne font mention que d'un nombre bien moindre de lignes. La raie jaune vert 5569 est toujours visible; viennent ensuite, par ordre de fréquence, la raie bleue 5004, puis la raie rouge 6297. Les raies vertes ou violettes ne sont visibles que par exception et seulement dans certains des rayons de l'aurore.

Le spectre de l'aurore étant connu, on doit se demander au spectre de quel gaz lumineux il est analogue. La question est difficile à résoudre; car, si l'on est d'accord pour attribuer l'aurore à des

(¹) OETTINGEN : Das Nordlicht-Spectrum. *Annales de Poggendorff*, t. CXLVI, p. 284; 1872.

décharges électriques lumineuses qui se produisent entre les particules de glace en suspension dans les hautes régions de l'atmosphère au moment des changements brusques de la direction du vent, il est difficile de réaliser dans les laboratoires des conditions de pression et surtout de température analogues à celles que l'on doit rencontrer à plusieurs dizaines de kilomètres au-dessus du sol. M. Vogel croit cependant que le spectre de l'aurore doit être regardé comme formé des lignes les plus brillantes des spectres de l'azote et de l'oxygène incandescents.

La ligne rouge 6297 coïncide très-probablement, suivant lui, avec la partie la plus brillante d'une bande lumineuse de l'azote dont les longueurs d'onde extrêmes sont 6620 et 6213.

La ligne très-brillante 5569 se retrouve également dans le spectre de l'azote, seulement elle a pris un éclat inaccoutumé, par suite, sans doute, de conditions spéciales de température. Les lignes 5390 et 5233 sont également des lignes de l'azote. La ligne 5189 se retrouve dans le spectre de l'oxygène.

La ligne 5004 est encore une ligne de l'azote ; on la trouve aussi dans les spectres de toutes les nébuleuses.

Enfin les bandes lumineuses 4663 et 4240 qui terminent le spectre de l'aurore du côté du violet ont leurs analogues dans le spectre de l'azote ou de l'air, sous forme d'un grand nombre de lignes brillantes très-voisines.

MESURE DE LA TENSION ÉLECTRIQUE AUX DIFFÉRENTS POINTS D'UN CIRCUIT ;

Par M. NIAUDET-BRÉGUET.

Dans un fil homogène parcouru par un courant constant, la tension varie d'une manière graduelle et uniforme, et la courbe qui la représente est une ligne droite inclinée sur l'axe des abscisses (1).

(1) *Théorie mathématique des courants électriques ;* par G.-S. Ohm, traduction de Gaugain ; Paris, 1860.

Voir sur le mot *tension*, employé par Ohm, les observations de M. Raynaud dans ce Journal, p. 306.

La loi énoncée plus haut se trouve dans l'article de M. Raynaud, p. 318. L'article de M. Niaudet-Bréguet, qui nous est parvenu presque en même temps que le précédent, contient sur le mode d'expérience des détails qui intéresseront le lecteur. (R.)

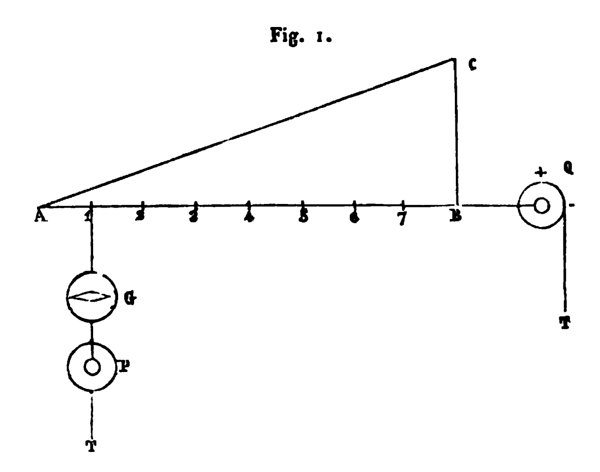
Cette loi, rattachée par Ohm à l'ensemble de sa théorie des courants électriques, peut être considérée comme démontrée par les nombreuses conséquences qu'on en tire, et qui sont vérifiées par l'expérience.

M. Gaugain a montré comment, au moyen d'un électroscope, on pouvait la vérifier directement dans le cas des conducteurs médiocres, fils de coton, rubans de soie ([1]). D'autres méthodes ont été employées dans le cas des corps bons conducteurs. M. Latimer Clarke ([2]) a donné un moyen extrêmement simple de vérifier la loi de Ohm dans les corps bons conducteurs.

Soit AB (*fig.* 1) un conducteur homogène dont l'extrémité A est mise à la terre, tandis que B est lié au pôle positif d'une pile Q dont le pôle négatif est également à la terre. La tension, nulle en A, croît proportionnellement à la distance mesurée sur le conducteur et en B prend la valeur BC; telle est la loi très-simple qu'il faut démontrer.

A cet effet, on fait usage d'un appareil d'épreuve PG composé d'une pile P, qu'on fera varier suivant les besoins, et d'un galvanomètre G,

Fig. 1.



liés entre eux comme l'indique la figure. Le pôle négatif de la pile d'épreuve est mis à la terre, comme celui de la pile principale; quant au pôle positif de cette pile P, il sert d'explorateur. Mettons-le

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 1860, t. LIX.

([2]) *Report of the joint Committee to inquire into the construction of submarine Telegraph Cables*, p. 296.

d'abord en contact avec le point 1. Si le galvanomètre G accuse la marche d'un courant venant de la pile d'épreuve, on devra en conclure que la tension électrique en 1 est moins grande que celle de la pile d'épreuve; si la déviation est en sens opposé, la conclusion sera opposée. Si enfin, en faisant varier la tension de la pile principale, on amène la déviation du galvanomètre à zéro, on peut considérer la tension de la pile d'épreuve comme mesurant celle du point 1 du conducteur AB. On mesurera ensuite la tension aux points 2, 3, 4, etc., et l'on reconnaît l'exactitude de la loi de Ohm.

Pour faire commodément l'expérience de M. Clarke, j'ai disposé l'appareil suivant : sur une planchette horizontale sont placées en ligne droite une série de bobines de 50 kilomètres de résistance (500 unités Siemens) reliées les unes aux autres en une seule chaîne conductrice; entre les bobines sont des pièces de contact, bornes ou vis de serrage, qui permettent de rattacher l'appareil d'épreuve aux différents points du circuit. Un galvanomètre très-ordinaire peut servir, surtout s'il s'agit d'une démonstration de cours.

L'expérience étant prête, on procède ainsi : une pile d'épreuve d'un élément Daniell P est mise en rapport avec la première borne intermédiaire, séparée par une seule bobine de la terre; on cherchera par tâtonnements la pile principale qui, mise à l'autre bout B du circuit, ramènera à zéro l'aiguille du galvanomètre. On réalisera cet équilibre très-exactement, en ajoutant ou en retranchant des éléments à la pile principale Q, ou bien encore en remplaçant dans un ou plusieurs éléments de cette pile l'eau pure par de l'eau plus ou moins acidulée. Ce premier résultat obtenu, on rattache l'appareil d'épreuve au point 2 du circuit, et l'on voit qu'il faut former cette pile P de 2 éléments de Daniell identiques au premier pour que l'aiguille du galvanomètre soit à zéro. Au point 3, on devra opposer 3 éléments, et ainsi de suite : ce qui démontre la loi.

Mais il faut que les éléments de la pile d'épreuve soient bien identiques entre eux. Pour y parvenir, on fait usage d'éléments de même modèle chargés d'eau seulement sans acides. Il convient aussi pour pile principale de choisir des éléments de Daniell ainsi chargés : ce sont les seuls qui soient assez constants.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE AND ARTS.

(3e SÉRIE, TOME III; 1872.)

A.-E. DOLBEAR. — On a new method of mesuring the velocity of rotation (Sur une nouvelle méthode pour mesurer la vitesse de rotation), p. 248.

L'auteur noircit le disque dont on veut mesurer la vitesse angulaire, et le fait tourner devant un diapason portant un stylet conique en caoutchouc, fixé par de la cire à cacheter, dont les oscillations ont lieu suivant le rayon; il a obtenu des résultats satisfaisants, même pour une vitesse de 90 tours par seconde, avec un diapason donnant 171 vibrations à la seconde.

M. MAYER. — Acoustical experiments, etc. (Expériences d'acoustique montrant que la translation d'un corps vibrant, etc.), p. 267.

Ce Mémoire a déjà été analysé dans ce Journal (*voir* même tome, p. 169).

W.-A. NORTON. — On molecular and cosmical Physics (Sur la Physique moléculaire et cosmique), p. 327, 440, et t. IV, p. 8.

W.-E. GEYER. — A new sensitive singing flame (Nouvelle flamme chantante), p. 340.

Une toile métallique est placée à 4 pouces au-dessus d'un brûleur, et le gaz allumé au-dessus de la toile; on obtient une flamme conique de 4 pouces de haut; le sommet est jaune, très-lumineux, la base bleue et peu lumineuse. Cette flamme est très-sensible et tombe au moindre bruit.

On place sur la toile un tube de verre ou de laiton entourant la flamme; celle-ci s'élève à 6 ou 8 pouces et est très-sensible aux sons élevés; en éloignant la toile et le tube du brûleur, la flamme s'abaisse, devient moins lumineuse, s'agite violemment, puis chante en donnant un son bas et uniforme : dans ces conditions, les bruits extérieurs sont sans action sur la flamme.

En abaissant la toile jusqu'à ce que le son cesse, la flamme devient remarquablement sensible à tous les sons aigus qu'elle répète immédiatement; les sifflements, le bruit de la ferraille, le déchirement d'une feuille de papier excitent la flamme qui résonne.

En employant un tube de 15 pouces de long, de $\frac{1}{4}$ de pouce de diamètre, on obtient une flamme donnant un beau son grave continu; si l'on déplace le jet de gaz de manière que la flamme lèche un côté du tube, le son s'abaisse un peu et est interrompu par les bruits extérieurs.

L'auteur obtient quatre sortes de flammes : 1° sensible; 2° chantant d'une manière continue; 3° une flamme qui ne chante que sous l'action d'une cause extérieure; 4° une flamme chantante qui se tait quand elle est agitée par des bruits extérieurs.

La toile métallique avait vingt-huit fils par pouce; le brûleur était un « sugg's steatite pin-hole burner »; mais un jet de gaz sortant d'un tube de verre de $\frac{1}{16}$ à $\frac{1}{32}$ de pouce a donné d'aussi bons résultats.

J. TROWBRIDGE. — On the electromotive action of liquids separated by membranes (Sur l'action électrolytique de liquides séparés par des membranes), p. 342.

L'auteur a répété des expériences de M. du Bois-Reymond, relatives à l'électricité animale, en substituant aux muscles et nerfs des tubes remplis de divers liquides et fermés par des cloisons poreuses, et a déterminé ainsi des courants dans les conditions mêmes où les avait obtenus M. du Bois-Reymond; il en conclut que leur cause est due simplement à des actions chimiques.

A.-M. MAYER. — On a new form of Lantern-Galvanometer (Nouvelle forme de galvanomètre-lanterne), p. 414.

Un faisceau de lumière parallèle tombe sur un miroir plan incliné à 45 degrés et est renvoyé verticalement sur une lentille portant un disque de verre dont le bord est divisé en degrés, et au centre duquel s'élève un pivot portant une aiguille aimantée. Les rayons lumineux sont reçus ensuite sur une lentille dite de *projection,* donnant une image réelle du cercle divisé et de l'aiguille que l'on dévie dans une direction quelconque. Cet assemblage est monté en forme de lanterne sur une base de 1 mètre de long, avec des guides sur les côtés, entre lesquels on fait mouvoir les aimants qui doivent rendre l'aiguille astatique.

L'appareil paraît être bien disposé pour montrer de faibles dé-

viations à un auditoire nombreux, l'image du cercle projeté ayant jusqu'à 5 mètres de diamètre ([1]).

W. WILLSON. — Demagnetization of electromagnets (Désaimantation d'électro-aimants), p. 346.

M. Wiedemann ayant montré que l'intensité du courant nécessaire pour ramener un barreau d'acier aimanté à l'état naturel est plus

---

([1]) M. Duboscq construit déjà depuis longtemps, depuis 1866, un appareil semblable que nous avons vu fonctionner à l'une des réunions mensuelles que tiennent les professeurs de Physique. L'appareil de M. Duboscq est disposé pour servir à la projection de diverses expériences, parmi lesquelles se trouve celle de M. Mayer. La figure ci-jointe



montre les rayons sortant de la lanterne et réfléchis deux fois sur des miroirs parallèles inclinés à 45 degrés par rapport à l'horizon. L'axe du faisceau redevient horizontal après la seconde réflexion : ce qui permet, au moyen des dispositions connues de lentilles, d'obtenir des images sur l'écran vertical habituellement employé. Dans une portion de son trajet, entre les deux miroirs, la lumière traverse une ouverture circulaire au-dessus de laquelle on exécute les expériences à projeter : ce sont celles qui doivent s'exécuter sur un plan horizontal. On montre ainsi le mouvement du sable sur une plaque transparente en vibration, les fantômes magnétiques, l'expérience d'OErsted, etc., etc. (R.)

faible que celle du courant qui l'a primitivement aimanté, M. Wilson a voulu vérifier si cette règle s'appliquait aux électro-aimants.

Deux hélices concentriques de sens contraire sont enroulées autour d'un cylindre de fer doux de $0^m,08$ de long, $0^m,01$ de diamètre, et excitées par un élément de Grove.

L'hélice A étant excitée, le poids porté par l'électro-aimant était 452 grammes.

L'hélice B étant excitée seule, le poids porté était de 227 grammes; tandis que, les deux hélices fonctionnant ensemble, le poids porté n'était que 125 grammes au lieu de $452 - 227 = 225$ grammes (le courant A étant fermé quelques instants avant le courant B). Ces chiffres sont les moyennes de six expériences, dans lesquelles les poids portés ont toujours été en décroissant pour A de 490 à 410, pour B de 250 à 200, et pour l'ensemble des deux hélices de 130 à 110.

L'aûteur a comparé l'effet de B agissant après que le courant A était déjà fermé, avec l'effet de A agissant après que le courant B était déjà fermé, et a trouvé, pour le premier cas, des nombres décroissant encore de 85 à 65, et dans le second des nombres décroissant de 65 à 50.

L'auteur conclut que le pouvoir démagnétisant d'une hélice donnée est plus grand que son pouvoir magnétisant.

(3e SÉRIE, TOME IV; 1872.)

J. TROWBRIDGE. — On the electrical condition of gas flames (État électrique de la flamme du gaz), p. 4.

Une paire de cadrans de l'électromètre de Thomson est mise en communication avec le sol et avec la partie métallique d'un brûleur Bunsen; l'autre paire 1° avec une plaque plongeant dans la flamme à 7 centimètres environ de hauteur : on trouve une forte quantité d'électricité négative; 2° avec un fil de platine, à 3 centimètres de hauteur, indication négative moins forte; 3° avec une plaque, juste à l'extrémité de la flamme, indication positive; 4° la plaque, à 5 millimètres de la flamme à l'extérieur, de tous côtés, donne une faible indication positive.

Le bout du brûleur était chargé d'électricité positive; lorsqu'on emploie un brûleur non métallique, on ne trouve pas d'électricité sur lui et à peine de l'électricité négative.

Ces résultats paraissent indépendants de l'état électrique de l'atmosphère ambiante, qui était tantôt chargée négativement, tantôt positivement, son potentiel équivalant à celui de 12 éléments Daniell.

L'auteur ajoute que la présence de flammes tend à transformer la tension positive de l'atmosphère en tension négative, et explique ainsi la croyance populaire que de grands incendies amènent la pluie.

A.-W. WRIGT. — On the action of ozone upon vulcanized caoutchouc (Action de l'ozone sur le caoutchouc vulcanisé), p. 29.

Les supports isolants de caoutchouc de la machine de Holtz perdent souvent leur pouvoir isolant; leur surface devient très-hygroscopique, surtout en été, lorsque la machine reste quelque temps sans être utilisée.

L'eau condensée à la surface est très-acide; on y reconnaît la présence de l'acide sulfurique produit par l'action de l'ozone sur le caoutchouc vulcanisé; l'auteur a constaté directement ce fait.

Pour restituer aux supports attaqués leur pouvoir isolant, M. Wright conseille de les frotter avec une peau de chamois, sur laquelle on a répandu de la magnésie en poudre fine; lorsqu'ils sont secs, on les frotte avec de la laine très-légèrement humectée de sulfure de carbone.

A.-M. MAYER. — On a precise method of tracing the progress and determining the boundary of a wave of conducted heat (Méthode précise pour tracer la marche d'une onde de chaleur se propageant par conductibilité et d'en déterminer les limites), p. 37.

L'iodure double de cuivre et de mercure, préparé en ajoutant à une solution chaude d'iodure de mercure dans l'iodure de potassium du sulfate de cuivre et de l'acide sulfurique, se présente sous forme d'un précipité rouge carmin qui, chauffé à 70 degrés C., devient d'un brun chocolat.

Le précipité, humecté dans de l'eau faiblement gommée, peut être appliqué au pinceau sur les corps dont on veut étudier la conductibilité.

L'auteur a répété les expériences de Sénarmont, en substituant à la cire cet enduit; tandis que Sénarmont avait trouvé 1,31 pour le rapport des axes sur une plaque de quartz, M. Mayer trouve 1,33. L'emploi de l'iodure ne paraît pas donner beaucoup plus d'exactitude que l'emploi de la cire.

L'auteur n'a pas trouvé qu'un changement appréciable de pouvoir émissif accompagnât la transformation de l'iodure rouge en iodure brun.

W. DRAPER. — Researches on actino-chemistry (Recherches d'actinochimie), p. 151.

L'auteur semble désireux d'établir que le pouvoir calorifique est indépendant de la longueur d'onde : « In the spectrum any two series of undulations will have the same heating power, no matter what their wave lengths may be. »

Voici le tableau qui résume les résultats de ses expériences ; il indique le rapport des intensités des courants observés, en laissant arriver sur la pile de Melloni la portion du spectre comprise entre la raie A et la raie D aux intensités des courants observés, lorsque tout le spectre visible, de A jusqu'à H_2, est reçu sur cette pile :

Nature du prisme.	Sel.	Flint.	Sulf. de carbone.	Quartz.
1re série.......	0,53 (4)	0,49 (10)	0,52 (8)	8,49 (27)
2e série.......	0,51 (3)	0,52 (8)	0,48 (10)	0,53 (12)

Les nombres entre parenthèses donnent le nombre des expériences de chaque série.

L'étendue du spectre visible est comprise entre A ($\lambda = 7604$) et H_2 ($\lambda = 3933$). Pour la raie D, λ est égal à 5892, et cette dernière longueur d'onde est à peu près moyenne arithmétique entre les deux autres.

A. POTIER.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXVII. — Octobre 1872.

L. SAINT-LOUP. — *Sur l'expression de la force élastique d'une vapeur saturée en fonction de la température*, p. 211.

C. DECHARME. — *Du mouvement ascensionnel spontané des liquides dans les tubes capillaires*, p. 228.

P.-A. Favre. — *Réponse à une Note de M. Berthelot sur le calorimètre à mercure*, p. 265.

Philosophical Magazine.

4e série. — Tome XLIV. — Octobre 1872.

Jamin et Richard. — *Sur le refroidissement produit par les gaz*, p. 241.

P.-E. Thorpe. — *Sur une forme perfectionnée de pompe pour les filtrations*, p. 249.

H.-F. Weber. — *Sur la chaleur spécifique du carbone*, p. 251.

A.-M. Mayer. — *Sur une méthode précise pour tracer la marche d'une onde de chaleur se propageant par conductibilité et pour en déterminer les limites*, p. 257.

G. Quincke. — *Sur l'électrolyse et sur le passage de l'électricité à travers les liquides*, p. 261.

R. Moon. — *Définition de l'intensité dans les théories de la lumière et du son*, p. 304.

J. Dewar. — *Efficacité chimique de la lumière du Soleil*, p. 307.

4e série. — Tome XLIV. — Novembre 1872.

A.-M. Mayer. — *Sur une nouvelle méthode pour découvrir les phases de vibration dans l'air environnant un corps sonore et pour mesurer directement dans l'air vibrant les longueurs d'onde et pour explorer la forme de la surface des ondes*, p. 321.

H. Morton. — *Rapport entre la fluorescence de certains hydrocarbures solides trouvés dans le coaltar et le pétrole distillés*, p. 345.

R. Clausius. — *Sur la relation du second principe de la thermodynamique avec le principe d'Hamilton*, p. 365.

R.-H.-M. Bosanquet. — *Détermination expérimentale entre l'énergie et l'intensité apparente des sons de différentes hauteurs*, p. 381.

Annales de Poggendorff.

Tome CXLVII. — N° 2. — Octobre 1872.

H. Herwig. — *Sur la dilatation de la vapeur surchauffée*, p. 161.

J. Baranetzky. — *Recherches diosmotiques*, p. 195.

E. Reusch. — *Nouvelles remarques sur les phénomènes produits dans le spath calcaire par la pression*, p. 307.

H.-F. Weber. — *Chaleur spécifique du carbone*, p. 311.

G. Salet. — *Sur la lumière émise par la vapeur d'iode*, p. 319.

EMPLOI DIRECT DES ONDES DANS LES CALCULS D'OPTIQUE;

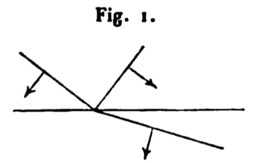
PAR M. A. POTIER.

Bien que la théorie des ondulations soit passée dans l'enseignement classique, on trouve souvent dans les auteurs des questions traitées par la considération des rayons, lorsque la considération des ondes amènerait aux mêmes résultats. On perd ainsi l'occasion d'habituer l'esprit à l'ordre d'idées qui est la base de l'optique moderne, et les exemples ci-dessous montreront que cet inconvénient n'est pas compensé par une plus grande simplification des calculs.

I. — *Anneaux colorés.*

La théorie de Fresnel, relative à la réfraction et à la réflexion, peut se résumer ainsi : Si une onde unique (réfractée) se propage dans un milieu, il doit exister dans le milieu voisin deux ondes, concordantes entre elles et avec l'onde réfractée sur la surface de

Fig. 1.



séparation des milieux, les amplitudes des vibrations de ces deux ondes étant proportionnelles à $\sin(i+r)$, $\sin(r-i)$, si elles sont polarisées dans le plan d'incidence, et à $\operatorname{tang}(i+r)$, $\operatorname{tang}(r-i)$, si elles sont polarisées dans le plan perpendiculaire; les signes $+$ se rapportant à l'onde qui marche dans le même sens que l'onde réfractée.

Soit, maintenant, une lame d'épaisseur h comprise entre deux milieux (0) et (2); à l'onde réfractée unique D correspond une incidente C et une réfléchie C′ dans le milieu de la lame.

De même, à l'onde unique C de ce milieu correspondent deux ondes A et B dans le milieu (0), et à l'onde C′ deux ondes A′ et B′. En désignant par les mêmes lettres les amplitudes des vibrations

de ces ondes, et les supposant polarisées dans le plan d'incidence, on pourra écrire

$$\frac{A}{\sin(i_1+i_0)}=\frac{B}{\sin(i_1-i_0)},\quad \frac{B'}{\sin(i_1+i_0)}=\frac{A'}{\sin(i_1-i_0)},\quad \frac{C}{\sin(i_1+i_2)}=\frac{C'}{\sin(i_2-i_1)},$$

i_0, i_1 et i_2 étant les incidences dans les milieux (0), (1), (2), et enfin

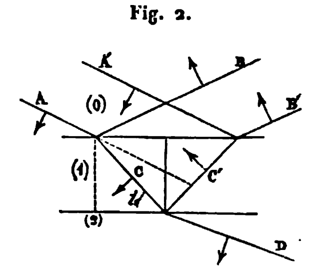
$$\frac{A}{B'}=\frac{B}{A'}=\frac{C}{C'},$$

d'où

$$\frac{A}{\sin(i_1+i_0)\sin(i_1+i_2)}=\frac{B}{\sin(i_0-i_1)\sin(i_1+i_2)}$$
$$=\frac{A'}{\sin(i_1+i_0)\sin(i_2-i_1)}=\frac{B'}{\sin(i_1+i_0)\sin(i_2-i_1)}.$$

A l'onde réfractée unique D du milieu (2) correspondent donc deux couples d'ondes dans le milieu (0); mais les deux ondes qui

Fig. 2.



composent chaque couple (AA'), (BB') se composent en une seule, qui sera l'onde véritablement incidente et l'onde véritablement réfléchie.

Pour composer les deux ondes A et A', il faut connaître l'intensité et la différence de phase de ces deux ondes, c'est-à-dire le temps que mettrait l'onde A' pour arriver à la position A, ou l'onde C' pour arriver au point d'intersection de A et de C, c'est-à-dire $\frac{2h\cos i_1}{\lambda_1}$, λ_1 étant la longueur d'onde dans le milieu (1). Désignons par ω l'angle $2\pi\times\frac{2h\cos i_1}{\lambda_1}$, par I l'intensité, par δ la phase de

l'onde résultante de A et A′ (en prenant pour o la phase de A′), on aura

$$I\cos\delta = A' + A\cos\omega,\quad I\sin\delta = A\sin\omega.$$

De même en désignant par R l'intensité, par δ' la phase de l'onde résultante de B et de B′, c'est-à-dire de l'onde réfléchie,

$$R\cos\delta' = B' + B\cos\omega,\quad R\sin\delta' = B\sin\omega.$$

Les phases ayant même origine, puisque A′, B′ sont concordantes, on en déduira

$$\frac{R^2}{I^2} = \frac{B^2 + B'^2 + 2BB'\cos\omega}{A^2 + A'^2 + 2AA'\cos\omega} = \frac{(B+B')^2\cos^2\frac{\omega}{2} + (B-B')^2\sin^2\frac{\omega}{2}}{(A+A')^2\cos^2\frac{\omega}{2} + (A-A')^2\sin^2\frac{\omega}{2}},$$

et

$$\begin{aligned}\operatorname{tang}(\delta'-\delta) &= \frac{(BA'-B'A)\sin\omega}{AA'+BB'+(AB'+BA')\cos\omega}\\ &= \frac{(BA'-B'A)\sin\omega}{(A+A')(B+B')\cos^2\frac{\omega}{2} + (A-A')(B-B')\sin^2\frac{\omega}{2}}.\end{aligned}$$

De plus, l'onde réfractée D étant le prolongement de A, sa phase, relativement à A′, est δ; elle est donc en avance sur l'onde incidente (I, δ) de $\omega - \delta$.

Il est clair que, pour passer du cas où l'onde incidente est polarisée dans le plan d'incidence au cas où elle est polarisée dans le plan perpendiculaire, il suffira de changer les sinus en tangentes dans les valeurs de A, A′, B, B′. On obtiendra ainsi d'autres valeurs $\left(\frac{R_1}{I_1}\right)^2_1$, δ_1 et δ'_1 dont la comparaison avec les valeurs ci-dessus déterminera les conditions d'ellipticité de la lumière réfléchie ou transmise, connaissant la polarisation de l'onde incidente.

La discussion de ces formules, au moins dans le cas où $i_0 = i_2$, est bien connue dans le cas de la réflexion ordinaire. En adoptant l'interprétation de Fresnel pour les imaginaires (interprétation dont la rigueur peut être démontrée du reste), au cas où la réflexion est totale, ces formules donnent les résultats suivants, susceptibles de vérifications expérimentales au moins approchées :

1° L'intensité de la lumière transmise diminue lentement d'abord, puis très-rapidement quand h augmente;

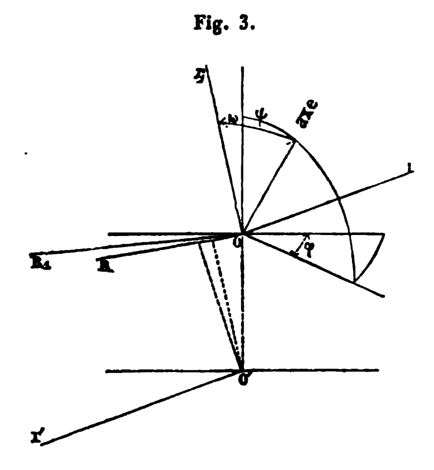
2° Si la lumière incidente est polarisée rectilignement, les lumières réfléchies et transmises sont elliptiques. La différence de phase, croissant avec l'épaisseur h, et se confondant avec celle donnée par les formules de Fresnel dès que l'intensité de la lumière transmise devient négligeable, est la même, à π près, pour la lumière transmise et pour la lumière réfléchie;

3° Les rapports des amplitudes des vibrations réfléchies et incidentes, pour une même valeur de h, sont différents suivant que la lumière est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire en général; mais ces rapports sont égaux pour trois incidences : celle où commence la réflexion totale, celle pour laquelle $\sin^2 i = \frac{1}{n}$, et l'incidence rasante.

II. — *Retards engendrés par une lame cristalline uniaxe.*

Soient h l'épaisseur d'une lame cristalline, OI la trace d'une onde incidente perpendiculaire au plan du tableau, O'I' la trace d'une

Fig. 3.



onde émergente parallèle à OI, onde qui correspondra à deux époques différentes suivant qu'on considérera le rayon ordinaire ou le

rayon extraordinaire, la différence de ces deux époques étant le *retard* produit par la lame; soient r et r_1 les angles des ondes réfractées avec les faces de la lame, V, V_1 leurs vitesses, ce retard sera

$$h\left(\frac{\cos r}{V} - \frac{\cos r_1}{V_1}\right).$$

Si r_1 correspond à l'onde extraordinaire, l'angle ω de la normale à cette onde avec l'axe du cristal sera

$$(1) \qquad \cos\omega = \cos r_1 \cos\psi - \sin r_1 \sin\psi \cos\varphi,$$

φ étant l'angle de la section principale et du plan d'incidence, ψ l'angle de l'axe et de la normale à la lame.

De plus, si $V_0 o$, $V_0 e$ sont les deux vitesses principales, V_0 étant la vitesse dans l'air, on aura

$$(2) \qquad V_1^2 = V_1^2(o^2 \cos^2\omega + e^2 \sin^2\omega).$$

D'ailleurs les principes généraux de la réfraction donnent

$$(3) \qquad \frac{\sin i}{V_0} = \frac{\sin r}{V} = \frac{\sin r_1}{V_1} \text{ (avec } V = V_0 \times o).$$

Les équations (1), (2) et (3) donneront $\frac{\cos r}{V}$ et $\frac{\cos r_1}{V_1}$, les deux seules quantités dont l'évaluation soit nécessaire.

Dans le cas général on posera

$$\frac{\sin r_1}{V_1} = \frac{\sin i}{V_0} = \alpha, \quad \frac{\cos r_1}{V_1} = \beta,$$

d'où

$$\frac{\cos\omega}{V_1} = \beta\cos\psi - \alpha\sin\psi\cos\varphi.$$

Substituant cette valeur dans (2) et observant que $\frac{1}{V_1^2} = \alpha^2 + \beta^2$,

$$1 = V_0^2[(o^2 - e^2)(\beta\cos\psi - \alpha\sin\psi\cos\varphi)^2 + e^2(\alpha^2 + \beta^2)],$$

équation qui donne β, puisque α est connu.

Dans le cas de la lame parallèle à l'axe, $\sin\psi = 1$, $\cos\psi = 0$, il reste

$$1 = V_0^2[(o^2 - e^2)\alpha^2\cos^2\varphi + e^2\alpha^2 + e^2\beta^2],$$

ou

$$\beta^2 = \frac{1}{V_0^2} - \alpha^2(o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi)$$

$$= \frac{1}{V_0^2 \times e^2}[1 - (o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi)\sin^2 i].$$

D'ailleurs

$$\left(\frac{\cos r}{V}\right)^2 = \frac{1}{V_0^2 \times o^2}(1 - o^2\sin^2 i),$$

d'où, pour le retard exprimé en temps,

$$\frac{h}{V_0}\left[\frac{\sqrt{1 - o^2\sin^2 i}}{o} - \frac{\sqrt{1-(o^2\cos^2\varphi + e^2\sin^2\varphi)\sin^2 i}}{e}\right],$$

ce qui est l'expression connue.

Dans le cas où l'orientation est quelconque, le retard est

$$\frac{h}{V_0}\left[\frac{\sqrt{1 - o^2\sin^2 i}}{o} - \frac{\sqrt{1 - \frac{e^2}{s^2}o^2 - (o^2 - e^2)\sin^2\psi\sin^2\varphi\sin^2 i}}{s} + \left(\frac{o^2 - e^2}{s^2}\right)\sin\psi\cos\psi\cos\varphi\sin i\right],$$

expression où $s^2 = o^2\cos^2\psi + e^2\sin^2\psi$.

On en déduit, pour l'équation des courbes isochromatiques correspondant à de faibles valeurs de i,

$$\text{const.} = 2\,\frac{o^2 - e^2}{s^2}\sin\psi\cos\psi x - \frac{o^2 - e^2}{s^3}e^2\sin^2\psi y^2$$
$$- \left(o - \frac{o^2e^2}{s^3}\right)(x^2 + y^2),$$

ou

$$\text{const.} = 2\,\frac{(o^2 - e^2)}{s^2}\sin\psi\cos\psi x - \left(o - \frac{e^2}{s}\right)y^2 - \left(o - \frac{o^2e^2}{s^3}\right)x^2,$$

courbes du second degré faciles à discuter, la valeur de ψ pour laquelle $s^3 = oe^2$ séparant les hyperboles des ellipses.

SUR LES DIVERSES UNITÉS EMPLOYÉES POUR LA MESURE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ ET DE MAGNÉTISME ET LES RAPPORTS QUI EXISTENT ENTRE ELLES

(FIN);

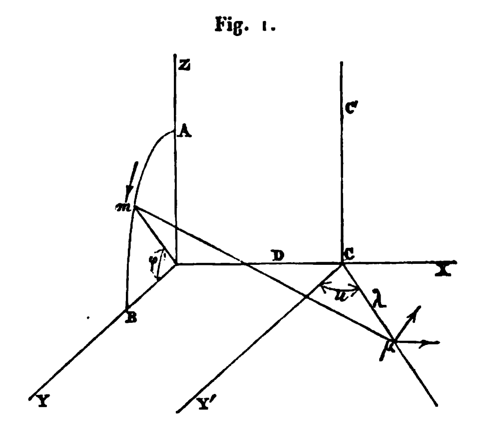
PAR M. A. TERQUEM.

IV. — MESURE DE L'INTENSITÉ DES COURANTS A L'AIDE DES ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

L'appareil employé le plus souvent pour mesurer l'intensité des courants est *la boussole des tangentes,* à laquelle on a donné des formes très-différentes; je me contenterai d'établir la formule générale permettant de déduire, de la lecture faite sur une boussole quelconque, l'intensité du courant en unités absolues.

Supposons qu'un conducteur circulaire vertical AB, traversé par un courant, agisse sur une molécule de fluide austral placée à

Fig. 1.



l'extrémité d'un levier $C\mu = \lambda$, mobile autour d'un axe vertical CC′ passant par le point C placé sur la droite OX perpendiculaire au plan du courant et menée par le centre de ce dernier à une distance $OC = D$.

Comme précédemment, on prend pour axe des X la perpendiculaire OC au courant; pour axe des Y et des Z, deux droites situées

dans le plan du courant, l'axe des Z étant parallèle à l'axe de rotation CC′ de la molécule magnétique. Prenons un élément $r\,d\varphi$ sur le courant circulaire, et cherchons son action sur la molécule μ, à l'aide des formules générales de l'électromagnétisme données p. 122. Soient ξ, η, ζ les composantes de cette action suivant les trois axes, on a

$$(13)\quad \begin{cases} \xi = -\dfrac{\mu i}{l^3}[(z-c)\,dy - (y-b)\,dz], \\ \eta = -\dfrac{\mu i}{l^3}[(x-a)\,dz - (z-c)\,dx], \\ \zeta = -\dfrac{\mu i}{l^3}[(y-b)\,dx - (x-a)\,dy]. \end{cases}$$

On posera dans ces formules, pour les coordonnées de l'élément de courant,

$$x = 0, \qquad dx = 0,$$
$$y = r\cos\varphi, \quad dy = -r\sin\varphi\, d\varphi,$$
$$z = r\sin\varphi; \quad dz = r\cos\varphi\, d\varphi.$$

Supposons que le levier λ soit dévié de sa position d'équilibre d'un angle u; on aura, pour les coordonnées a, b, c de l'élément magnétique,

$$a = \mathrm{D} + \lambda\sin u,$$
$$b = \lambda\cos u,$$
$$c = 0.$$

On reconnaît facilement que, par raison de symétrie, on doit avoir $\Sigma\zeta = 0$. En substituant à x, y, z, dx, dy, dz, a, b, c les valeurs précédentes, on obtient

$$\xi = \frac{\mu i r}{l^3}(r - \lambda\cos u\cos\varphi)\,d\varphi,$$

$$\eta = \frac{\mu i r}{l^3}(\mathrm{D} + \lambda\sin u)\cos\varphi\, d\varphi.$$

Or on a

$$l^2 = \overline{m\mu}^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$$
$$= \mathrm{D}^2 + r^2 + \lambda^2 + 2\mathrm{D}\lambda\sin u - 2r\lambda\cos u\cos\varphi.$$

De là on déduira l^{-3}, et, si l'on suppose λ assez petit par rapport

à D et r pour qu'on puisse négliger les puissances de λ supérieures à la seconde, on arrive à l'expression suivante :

$$l^{-3} = (D^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} [F(u) + \varphi(u)\cos\varphi + \psi(u)\cos^2\varphi],$$

avec

$$F(u) = 1 - \frac{3\lambda^2}{2(D^2+r^2)} - \frac{3\lambda}{D^2+r^2} D \sin u + \frac{15}{2} \frac{\lambda^2 D^2}{(D^2+r^2)^2} \sin^2 u,$$

$$\varphi(u) = \frac{3\lambda r}{D^2+r^2} \cos u - \frac{15 D r \lambda^2}{(D^2+r^2)^2} \sin u \cos u,$$

$$\psi(u) = \frac{15}{2} \frac{\lambda^2 r^2}{(D^2+r^2)^2} \sin^2 u.$$

On remplace, dans ξ, l^{-3} par cette valeur; on intègre par rapport à φ de $\varphi = 0$ à $\varphi = 2\pi$; puis on multiplie la valeur obtenue $X = \Sigma\xi$ par le bras de levier $\lambda \cos u$, afin d'avoir le moment de cette force par rapport à l'axe CC'.

Si l'on admet que, sur le prolongement du bras de levier $C\mu$, se trouve une molécule de fluide boréal à une distance $-\lambda$ de C, on pourra de même chercher le moment de l'action du courant circulaire sur cette molécule, et l'on aura pour le moment total de l'action du courant sur les deux molécules de magnétisme

$$m = \frac{(2\mu\lambda)\, 2\pi i r^2}{(D^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \left[1 + \frac{3\lambda^2(r^2 - 4D^2)}{4(D^2+r^2)^2}(1 - 3\sin^2 u)\right] \cos u.$$

En cherchant de la même manière la résultante des forces η sur ces deux molécules de magnétisme, on obtient

$$m_1 = -\frac{(2\mu\lambda)\, 2\pi i r^2}{(D^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{3\lambda^2(r^2 - 4D^2)}{4(D^2+r^2)^2}\, 2\sin^2 u \cos u.$$

Par suite, on aura

$$(14)\quad m + m_1 = \frac{(2\mu\lambda)\, 2\pi i r^2}{(D^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \left[1 + \frac{3\lambda^2(r^2 - 4D^2)}{4(D^2+r^2)^2}(1 - 5\sin^2 u)\right].$$

Si l'on veut tenir compte de ce que l'aiguille employée n'est pas formée seulement de deux centres magnétiques, on devra modifier

la formule (14), que l'on peut écrire de la manière suivante

$$m + m_1 = (2\mu\lambda)A + (2\mu\lambda^3)B.$$

L'aimant étant formé d'une série de molécules magnétiques de signes contraires et équidistantes du centre, on aura pour le moment total

$$M = \Sigma(m+m_1) = A\Sigma(2\mu\lambda) + B\Sigma(2\mu\lambda^3) = A\Sigma(2\mu\lambda)\left(1 + \frac{\Sigma 2\mu\lambda^3}{\Sigma 2\mu\lambda}\frac{B}{A}\right).$$

La formule (14) devient donc

$$(15)\quad M = \frac{(2ml)2\pi r^2 i}{(D^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\left[1 + \frac{3\frac{\Sigma(2\mu\lambda^3)}{\Sigma(2\mu\lambda)}(r^2 - 4D^2)}{4(D^2+r^2)^2}(1 - 5\sin^2 u)\right]\cos u;$$

$\Sigma(2\mu\lambda)$ ou $2ml$ est le moment magnétique absolu de l'aiguille aimantée; la valeur de $\frac{\Sigma 2\mu\lambda^3}{\Sigma 2\mu\lambda}$ dépend des dimensions du barreau et de la distribution du magnétisme dans celui-ci. Si l'on emploie, dans la boussole, un barreau rectangulaire d'une très-faible longueur, comme on le fait souvent, on pourra admettre, d'après les recherches de Coulomb, que la quantité de magnétisme libre en chaque point est proportionnelle à sa distance au centre; on trouve alors que $\frac{\Sigma 2\mu\lambda^3}{\Sigma 2\mu\lambda} = \frac{3l^2}{5}$, l étant la demi-longueur de l'aiguille employée.

Nous allons appliquer la formule générale (15) à divers cas particuliers :

1° Si l'on se sert d'une bobine dont les circonvolutions soient parallèles au méridien magnétique, et agissant sur un barreau aimanté placé à une grande distance à l'est ou à l'ouest de ce méridien, on pourra négliger r devant D, et en égalant le moment M au moment du couple terrestre $2ml\mathrm{T}\sin u$, on aura

$$(16)\qquad \tan u = \frac{1}{T}\frac{2\pi r^2 i}{D^3}.$$

S'il y a n circonvolutions dans la bobine, et si les rayons extérieurs et intérieurs sont r_1 et r_2, on pourra écrire

$$\tan u = \frac{1}{T}\frac{2\pi r_1 r_2 in}{D^3};$$

d'où

$$(17)\qquad i = \frac{TD^3}{2\pi r_1 r_2 n}\operatorname{tang} u$$

(les longueurs doivent être exprimées en millimètres).

Si D n'est pas tellement grand que l'on puisse négliger $\frac{1}{D^4}$, et si toutefois la déviation u reste très-petite, on pourra écrire

$$\operatorname{tang} u = \frac{X}{D^3} + \frac{Y}{D^4},$$

et déterminer X et Y par des observations faites à deux distances; de là on déduira i en valeur absolue. Le procédé de mesure a été employé par M. Weber, dans ses *Recherches sur l'action réciproque des courants circulaires* (¹).

2° Supposons que l'on emploie une boussole des tangentes, formée d'un circuit de rayon très-grand, avec une aiguille aimantée très-petite placée au centre, on fera, dans la formule (15), $D = 0$; d'où l'on déduit, pour la déviation,

$$(18)\qquad \operatorname{tang} u = \frac{1}{T}\frac{2\pi i}{r}\left[1 + \frac{9 l^2}{20 r^2}(1 - 5\sin^2 u)\right].$$

Mais ici l'on suppose que le courant ne parcourt qu'une seule circonvolution, ce qui n'est pas le cas habituel.

Admettons que la section des circonvolutions du fil conducteur, par un plan perpendiculaire à leur surface et passant par leur centre, forme un rectangle ayant une largeur égale à 2β et une hauteur égale à 2ε; soit b la distance d'une circonvolution quelconque de rayon r au plan médian; dans l'expression (15), on aura à remplacer

$$\frac{r^2}{(D^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{par} \quad \int_{-\beta}^{+\beta}\int_{r_1}^{r_2} \frac{r^2\, dr\, db}{(b^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}};$$

en admettant que β soit très-petit par rapport à r, on aura

$$(19)\quad \left\{ \begin{aligned} \int_{-\beta}^{+\beta}\int_{r_1}^{r_2} \frac{r^2\, dr\, db}{(b^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} &= \int_{-\beta}^{+\beta}\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr\, db}{r}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{b^2}{r^2}\right) \\ &= 2\beta\left[l\frac{r_2}{r_1} + \frac{\beta^2}{4}\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right)\right]. \end{aligned} \right.$$

(¹) *Electrodynamische Maasbestimmungen*, 1re Partie.

En développant $l\frac{r_2}{r_1}$ en série, et prenant les deux premiers termes, l'expression (19) devient

$$2\beta\left[2\frac{r_2-r_1}{r_2+r_1}+\frac{2}{3}\frac{(r_2-r_1)^3}{(r_2+r_1)^3}-\frac{\beta^2}{4}\frac{r_2^2-r_1^2}{r_1^2r_2^2}\right]$$
$$=\frac{4\beta(r_2-r_1)}{r_1+r_2}\left[1+\frac{(r_2-r_1)}{3(r_1+r_2)^2}-\frac{\beta^2}{8}\frac{(r_1+r_2)^2}{r_1^2r_2^2}\right];$$

$2\beta(r_2-r_1)$ est la surface de la section des circonvolutions et peut être remplacé par leur nombre n; $\frac{r_1+r_2}{2}=\mathrm{R}$ est le rayon moyen des circonvolutions. Par suite, cette expression devient

$$\frac{n}{\mathrm{R}}\left(1+\frac{\varepsilon^2}{3\mathrm{R}^2}-\frac{\beta^2}{2\mathrm{R}^2}\right).$$

La formule fondamentale de la boussole des tangentes est donc

$$\operatorname{tang}u=\frac{2\pi i}{\mathrm{T}}\frac{n}{\mathrm{R}}\left(1+\frac{\varepsilon^2}{3\mathrm{R}^2}-\frac{\beta^2}{2\mathrm{R}^2}\right)\left[1+\frac{9l^2}{20\mathrm{R}^2}(1-5\sin^2u)\right],$$

ou bien, en simplifiant encore,

$$\operatorname{tang}u=\frac{2\pi in}{\mathrm{TR}}\left[1+\frac{\varepsilon^2}{3\mathrm{R}^2}-\frac{\beta^2}{2\mathrm{R}^2}+\frac{9l^2}{20\mathrm{R}^2}(1-5\sin^2u)\right],$$

d'où l'on déduit

$$(20)\qquad i=\frac{\mathrm{TR}}{2\pi n}\left[1-\frac{\varepsilon^2}{3\mathrm{R}^2}+\frac{\beta^2}{2\mathrm{R}^2}-\frac{9l^2}{20\mathrm{R}^2}(1-5\sin^2u)\right]\operatorname{tang}u.$$

Si l'on voulait tenir compte de la torsion du fil de soie auquel est suspendu le barreau, il faudrait remplacer T, intensité horizontale du magnétisme terrestre, par $\mathrm{T}(1+\varphi)$, φ étant le rapport de la torsion au couple terrestre, déterminé par une expérience préalable.

Comme on n'a pas, dans la plupart des appareils employés, le moyen de déterminer les diverses quantités qui entrent dans cette formule, on se contente de mesurer, à l'aide de la boussole des tangentes, les intensités relatives des courants; on devra dans ce cas employer la formule

$$i=\mathrm{A}\operatorname{tang}u+\mathrm{B}\operatorname{tang}u\sin^2u,$$

qui diffère peu de la suivante :

$$i = A \tang u + B \tang^3 u,$$

indiquée dans divers ouvrages.

3° Si l'on se contente de déviations très-faibles, comme dans la boussole de Weber, on peut négliger évidemment le second terme et prendre la formule $i = A \tang u$. Seulement A doit être déterminé par comparaison avec une autre boussole, parce que la forme de la boussole de Weber s'écarte notablement de celle que suppose la théorie, quand on a établi la formule (20).

4° Il y a quelques années, M. Gaugain a fait voir que l'intensité du courant reste proportionnelle à la tangente de la déviation, si l'on fait en sorte que l'on ait $r = 2D$ [1]; dans ce but, on enroule le fil conducteur sur la surface d'une portion de cône dont la base est double de la hauteur, le centre de l'aiguille aimantée étant placé au sommet de ce cône. On aura donc, en posant $r = 2D$,

$$\tang u = \frac{16\pi i n}{T r \sqrt{125}},$$

si le fil fait n circonvolutions.

Toutefois, comme le fil est enroulé sur la surface d'un cône, on doit supposer r variable; soit R le rayon de la base du cône, et D sa hauteur, ou la distance du centre de cette base au centre de l'aiguille; on a $2D = R$.

Pour un circuit quelconque, on aura $\rho = 2(D - x)$; soit h la hauteur du tronc de cône sur la surface duquel est enroulé le fil, on aura

$$\begin{aligned}\tang u &= \frac{\pi i}{T} \frac{8}{\sqrt{125}} \int_{x=0}^{x=h} \frac{dx}{D - x} \\ &= \frac{\pi i}{T} \frac{8}{\sqrt{125}} \log \frac{1}{1 - \frac{h}{D}} = \frac{\pi i}{T} \frac{8}{\sqrt{125}} \log\left(1 + \frac{h}{D}\right),\end{aligned}$$

si l'on admet que h soit assez petit par rapport à D.

En développant le logarithme en série et en ne prenant que les

(1) GAUGAIN : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXXVI, p. 191; 1853.

deux premiers termes, on aura

$$\tang u = \frac{\pi i}{T} \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{h}{D}\left(1 - \frac{h}{2D}\right).$$

On substitue à h la génératrice λ du tronc de cône et à celle-ci le nombre des circonvolutions; on aura en définitive

$$\tang u = \frac{\pi i}{T} \frac{16n}{25R}\left(1 - \frac{h}{R}\right),$$

d'où l'on déduit

$$i = \frac{25TR}{16\pi n}\left(1 + \frac{h}{R}\right)\tang u = \frac{25TR}{16\pi n}\left(1 + \frac{\lambda}{R\sqrt{5}}\right)\tang u.$$

V. — Intensité électrochimique des courants.

On peut, comme l'on sait, mesurer l'intensité des courants d'après les actions chimiques qu'ils produisent, en se fondant sur la loi de Faraday; on adopte généralement comme unité l'intensité du courant qui décompose en *une seconde,* soit 1 milligramme d'eau, soit un équivalent 9 ou 18 milligrammes.

Plusieurs physiciens ont cherché à déterminer le rapport qui existe entre cette unité et l'unité électromagnétique définie précédemment; mais ils n'ont pas trouvé des nombres très-concordants.

Weber (*Résultats des observations de l'Union magnétique de Gœttingue,* 1840; p. 41) faisait passer un courant à travers une bobine soutenue par la suspension bifilaire, dont l'axe était perpendiculaire au méridien magnétique, et à travers un voltamètre disposé de manière à pouvoir recueillir les gaz sur le mercure. De la déviation de la bobine, il déduisait l'intensité électromagnétique absolue du courant; il trouva qu'un courant ayant une valeur égale à l'unité électromagnétique décompose en une seconde $0^{mg},009376$ d'eau.

La plupart des autres physiciens qui ont entrepris la même recherche ont déterminé l'intensité absolue du courant employé à l'aide d'une boussole des tangentes, ce qui exige que l'on connaisse très-exactement l'intensité absolue du magnétisme terrestre au moment de l'expérience.

Voici le résumé des principaux résultats obtenus :

JOULE [*Phil. Mag.* (4), t. II, p. 442, 1851].

	mg
Avec une dissolution de sulfate de zinc....	0,009291
Avec de l'eau acidulée....................	0,009135
Avec une dissolution de sulfate de cuivre...	0,009239
Moyenne........	0,009222

BUNSEN [*Annales de Chimie et de Physique* (3) t. VIII, p. 33, 1843].

	mg
Par la décomposition de l'eau acidulée......	0,0092705
D'après la perte de poids du zinc de la pile..	0,009261
Moyenne........	0,009265

CASSELMANN (*Kohlen Zink Kette*, p. 70, Marbourg, 1843).

	mg
Avec de l'acide sulfurique étendu..........	0,009360
Avec de l'acide phosphorique étendu......	0,009421
Avec une dissolution de sulfate de soude....	0,009339
Moyenne........	0,009381

M. Cazin (*Mémoires de la Société des Sciences naturelles de Seine-et-Oise*, 1863) a employé une autre méthode, qui présente l'avantage de dispenser de connaître l'intensité absolue du magnétisme terrestre et n'exige la connaissance que de l'intensité de la pesanteur. Il a mesuré, à l'aide d'une balance très-sensible, la forme répulsive qui existe entre deux circuits rectangulaires parallèles parcourus en sens contraires par le même courant (ce qui constitue une sorte d'électrodynamomètre); des poids observés, il a déduit l'intensité électromagnétique absolue du courant, qui en même temps passait dans un voltamètre; il a obtenu comme résultat de 35 expériences le nombre $0^{mg},009372$.

En résumé, les divers nombres obtenus sont :

		mg
1.	Weber..........	0,009376
2.	Joule.............	0,009222
3.	Bunsen............	0,009265
4.	Casselmann........	0,009381
5	Cazin.............	0,009372

La moyenne de ces cinq nombres est 0,009323.

Si l'on prend seulement les nombres 1, 4, 5, qui sont les plus rapprochés les uns des autres, on obtient comme moyenne justement le nombre de Weber 0,009376. Nul doute que les divergences qui existent entre ces déterminations ne soient dues à l'emploi d'une valeur peu exacte pour l'intensité du magnétisme terrestre.

On peut donc admettre qu'un courant ayant une intensité absolue égale à l'unité électromagnétique décompose en *une seconde* 0^{mg},009376 d'eau, ou bien a une intensité électrochimique égale à 0,001042, en adoptant comme unité l'intensité du courant qui décompose 9 milligrammes d'eau en une seconde.

Réciproquement, le courant ayant une intensité chimique égale à 1, ou capable de décomposer 9 milligrammes d'eau en une seconde, aura une intensité électromagnétique égale à 958,8.

Le rapport de ces deux unités a une très-grande importance, parce qu'il permet de déterminer facilement le coefficient par lequel il faut multiplier les indications données par une boussole des tangentes pour obtenir l'intensité absolue d'un courant.

VI. — Comparaison de l'unité électromagnétique et de l'unité électrostatique.

Un courant est formé, d'après l'hypothèse de Weber énoncée précédemment, par deux courants, l'un d'électricité positive, l'autre d'électricité négative, circulant en sens inverses; on sait, d'un autre côté, que l'intensité d'un courant est proportionnelle à la quantité d'électricité qui passe à travers la section du conducteur pendant l'unité de temps. MM. Kohlrausch et Weber ont cherché à déterminer par l'expérience quelle est la quantité d'électricité qui doit s'écouler pendant l'unité de temps, par la section d'un conducteur, pour constituer un courant ayant pour intensité l'unité électromagnétique, en adoptant pour unité la quantité d'électricité que doivent posséder deux molécules pour que, à l'unité de distance 1 millimètre, elles exercent l'une sur l'autre une force répulsive égale à l'unité de force, c'est-à-dire $\frac{1^{mg}}{g}$.

Déjà, auparavant, plusieurs essais analogues avaient été tentés par Faraday, Buff, Becquerel; mais les méthodes employées n'étaient

pas propres à donner des résultats très-précis; même ceux qu'ont obtenus MM. Kohlrausch et Weber ne sont pas aussi satisfaisants que possible, puisque, en dehors des objections théoriques, les différences entre les diverses déterminations obtenues et leur moyenne atteignent la vingt-cinquième partie de leur valeur.

J'indiquerai très-sommairement la marche suivie par MM. Kohlrausch et Weber (*).

Ils chargeaient une grande bouteille de Leyde et déterminaient sa charge en unités absolues à l'aide de la balance de torsion, en employant le procédé indiqué dans ce Journal par M. Cornu (p. 14). Soit donc E la quantité d'électricité positive et disponible contenue dans la bouteille, en outre de celle qui reste comme résidu.

L'armature extérieure restant en communication permanente avec le sol, on touche avec le bouton un conducteur communiquant avec une des extrémités du fil d'une boussole des tangentes, dont l'autre extrémité est en relation avec la terre, en interposant toutefois des tubes pleins d'eau pour augmenter la durée de la décharge. L'aiguille décrit un certain angle que l'on détermine et d'où l'on déduit la vitesse qu'elle a reçue sous l'influence de la décharge passant pendant un temps assez court pour que l'on puisse admettre, comme pour les courants d'induction, que cette dernière a agi tout entière sur l'aiguille non déviée.

Soient i l'intensité du courant produit, θ le temps pendant lequel il a circulé. Le moment de l'impulsion exercée sur l'aiguille sera $\mathrm{A}i\theta(2ml)$, A étant une constante dépendant de la forme et des dimensions de la boussole, $(2ml)$ le moment magnétique absolu de l'aiguille; on a

$$\mathrm{A}i\theta(2ml) = \omega\Sigma pr^2,$$

Σpr^2 étant le moment d'inertie de l'aiguille, et ω la vitesse qui est communiquée à celle-ci. S'il n'y avait pas à tenir compte de l'influence des masses métalliques de la boussole, qui diminuent l'amplitude de la déviation, on aurait simplement

$$\omega = \frac{\pi x}{\tau},$$

x étant l'angle décrit (exprimé en parties du rayon), et τ la durée

(*) KOHLRAUSCH et WEBER : *Maasbestimmungen;* 1856.

des oscillations; d'où

$$i\theta = \frac{\pi\tau}{A}\frac{\Sigma pr^2}{2ml}x = \frac{T\tau}{\pi A}x.$$

MM. Kohlrausch et Weber, par un calcul plus compliqué, à cause de diverses corrections, ont trouvé

$$i\theta = 0{,}020921\,x.$$

La quantité d'électricité positive E s'écoulant pendant le temps θ donne naissance à un courant d'intensité i; donc, pour un courant continu d'intensité électromagnétique égale à l'unité, il devra s'écouler, pendant l'unité de temps, une quantité d'électricité égale à $\frac{E}{i\theta}$. Mais si l'on suppose l'existence de deux courants de sens contraires, la quantité d'électricité qui s'écoulera dans chaque sens sera la moitié seulement, ou $\frac{E}{2i\theta}$. MM. Kohlrausch et Weber ont trouvé pour cette quantité, comme moyenne de cinq déterminations, le nombre

$$155370 \times 10^6.$$

1° Ainsi, dans un courant ayant une intensité électromagnétique égale à l'unité, c'est-à-dire *qui, circulant dans un conducteur circulaire qui renferme l'unité de surface, exerce sur une molécule de fluide magnétique très-éloignée la même action qu'un aimant très-petit ayant un moment magnétique égal à l'unité,* s'écoulerait dans les deux sens, pendant l'unité de temps, une quantité d'électricité égale à 155370×10^6 fois l'unité d'électricité statique; inversement, cette unité produirait un courant dont l'intensité serait égale à

$$\frac{1}{155370 \times 10^6}.$$

2° L'unité électrodynamique est égale à l'unité électromagnétique divisée par $\sqrt{2}$ (p. 286); la quantité d'électricité statique qui produirait un courant d'intensité électrodynamique égale à l'unité serait donc égale à

$$\frac{155370 \times 10^6}{\sqrt{2}}.$$

3° Un courant d'intensité électromagnétique égale à l'unité décompose en une seconde $0^{mg},009376$ d'eau; donc la quantité d'électricité statique qui devra circuler dans les deux sens à travers un voltamètre pour décomposer 1 milligramme d'eau sera

$$\frac{155370 \times 10^6}{0,009376} \quad \text{ou} \quad 16581 \times 10^9.$$

Si cette quantité d'électricité positive était contenue dans un nuage, et la même quantité d'électricité négative concentrée au-dessous sur la même étendue du sol, il se produirait une attraction qui, à 1 kilomètre de distance, serait égale au poids de 2268 tonnes.

4° Pour passer de la formule fondamentale de l'électrodynamique, qu'il a établie, à celle d'Ampère, Weber a posé $i = aev$ (p. 290); ev est la quantité d'électricité qui circule pendant l'unité de temps pour former le courant d'intensité i; donc pour

$$i = 1, \quad ev = 155370 \times 10^6, \quad a = \frac{1}{155370 \times 10^6},$$

et la formule fondamentale de Weber devient

$$f = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{1}{8(155370 \times 10^6)^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{1}{4(155370 \times 10^6)^2}\, r\frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

On reconnaît facilement par là combien les actions électrodynamiques sont faibles par rapport aux actions électrostatiques. En outre, si ces deux masses d'électricité e et e' se meuvent avec des vitesses constantes, on a

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = 0,$$

et le nombre $155370 \times 10^6 \sqrt{8}$ représente la vitesse relative que devront posséder ces deux masses pour que leur action réciproque fût nulle, ce qui donne la vitesse énorme impossible à réaliser de 439450 kilomètres par seconde.

Dans ce travail se trouvent ainsi donnés, comme je me le proposais, les définitions de l'unité de magnétisme, des unités électromagnétique, électrodynamique, électrochimique, électrostatique des courants, et les rapports de ces diverses unités.

SUR UNE EXPÉRIENCE DE CAPILLARITÉ;

PAR M. LIPPMANN,
Ancien Élève de l'École Normale.

Voici une expérience qui ne ressemble guère à celles qu'on fait d'ordinaire sur la capillarité. Ici les forces capillaires interviennent pour produire des mouvements énergiques et réguliers.

On met une large goutte de mercure dans une soucoupe. On verse par-dessus de l'eau contenant de l'acide sulfurique et une *très-faible* quantité de bichromate de potasse. Enfin on fixe près de la soucoupe un fil de fer dont l'extrémité pénètre dans l'eau, et vient toucher le bord de la goutte de mercure. Aussitôt que ce contact a lieu, la goutte se contracte vivement; le mouvement ainsi commencé continue pendant plusieurs heures : la goutte subit une série de contractions et de dilatations successives, d'autant plus rapides qu'elle est plus petite, d'autant plus étendues qu'elle est plus grande.

Les expériences de M. Paalzow (1) et celles de M. Wright (2) donnent l'explication de ce phénomène. Elles prouvent qu'il est dû aux altérations que subit la surface de la goutte par une série d'oxydations et de désoxydations alternatives, et au changement qui en résulte dans les actions moléculaires de la couche superficielle. En effet, une goutte large de mercure, placée dans l'eau, s'aplatit dès qu'on introduit dans l'eau un corps oxydant, tel que le bichromate de potasse. Inversement, un agent réducteur, comme l'hyposulfite de soude, fait contracter la goutte. Au lieu d'agents chimiques, on peut d'ailleurs employer le courant électrique, et l'on voit une goutte de mercure, servant d'électrode dans de l'eau acidulée, s'aplatir et se contracter tour à tour, suivant qu'elle sert d'électrode positive ou négative.

Dans l'expérience que nous avons signalée, les phénomènes

(1) A. PAALZOW : Ueber einige Bewegungserscheinungen innerhalb des Schliessingsbogens der galvanischen Kette. (*Pogg. Annalen*, CIV, 413-421.)

(2) T. ST. WRIGHT : Remarks on the behaviour of Mercury as an electrode. (*Proc. Edimb. Soc.*, 1858-1859, 170-171. *Phil. Mag.* [4] XIX, 129-133.

d'oxydation et de réduction ont lieu successivement : d'abord la goutte de mercure, placée dans le liquide oxydant, s'est oxydée et aplatie; elle touche alors le fil de fer avec lequel elle forme un couple voltaïque, fer-mercure, dans lequel l'hydrogène naissant se porte sur le mercure et réduit sa surface : de là le phénomène de contraction. Mais, par suite même de la contraction, le contact cesse; la goutte s'oxyde et s'affaisse de nouveau. Elle revient donc toucher le fer, et le même jeu recommence indéfiniment.

L'expérience réussit facilement avec une goutte large, de deux ou plusieurs centimètres de diamètre, et avec de l'eau acidulée à peine teintée de bichromate.

SUR LE PLAN D'ÉPREUVE;

PAR M. J. MOUTIER.

Coulomb a étudié la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs en mesurant les charges qu'enlevait un petit disque de clinquant ou *plan d'épreuve* appliqué successivement aux divers points du conducteur. Les résultats obtenus par Coulomb sont parfaitement d'accord avec les indications de la théorie de Poisson dans le cas de deux sphères en contact.

Les charges enlevées par le plan d'épreuve sont alors proportionnelles aux épaisseurs électriques que la théorie mathématique assigne aux divers points du conducteur. Coulomb a justifié cette propriété par des considérations théoriques en assimilant le plan d'épreuve à un plan circulaire; l'épaisseur de la couche électrique, qui couvre les deux faces opposées du plan d'épreuve, est double, d'après la théorie, de l'épaisseur de la couche électrique au point touché du corps conducteur ([1]). Ce résultat a été retrouvé depuis d'une manière plus rigoureuse par Plana, en appliquant l'analyse de Coulomb non plus à un plan circulaire, mais à un *disque physique* ([2]).

([1]) *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 1788.

([2]) J. PLANA : Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices. (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin*, 2[e] série, t. VII.)

La démonstration de cette propriété du plan d'épreuve repose sur les considérations suivantes. La couche électrique en équilibre à la surface d'un corps conducteur exerce en chaque point une répulsion normale à la surface et proportionnelle à l'épaisseur de la couche en ce point; cette force a reçu le nom de tension. Lorsque le plan d'épreuve, supposé de dimensions très-petites, est mis en contact avec la surface électrisée, la distribution électrique n'est pas sensiblement modifiée sur le conducteur, de sorte que la couche électrique exerce au point de contact une répulsion égale à la tension primitive de l'électricité en ce point. Le plan d'épreuve doit donc se charger d'une quantité d'électricité telle que cette électricité, distribuée sur le plan d'épreuve, exerce au point de contact une répulsion égale et directement opposée à la tension primitive. Lorsque le plan d'épreuve est transporté dans la balance de torsion, l'effet exercé sur la boule mobile, amenée à une distance invariable du plan d'épreuve, doit être considéré comme proportionnel à la charge du plan d'épreuve, par suite de la petitesse des dimensions du disque, de sorte que tout se réduit à montrer que la charge distribuée sur le plan d'épreuve, en contact avec le conducteur, est proportionnelle à la force répulsive qu'elle exerce au point de contact.

Cette propriété fondamentale du plan d'épreuve peut se déduire de la proposition suivante :

Lorsqu'une couche électrique est distribuée sur un corps conducteur, de manière à exercer des répulsions de grandeur et de direction déterminées aux différents points de l'intérieur du corps ou de sa surface, la distribution de cette couche électrique ne peut avoir lieu que d'une seule manière.

Imaginons, en effet, une couche d'électricité positive, par exemple, qui exerce sur les divers points $P, P', \ldots$, pris à l'intérieur d'un conducteur ou à sa surface, des forces répulsives $F, F', \ldots$, de direction déterminée en chacun de ces points; soient $m, m', \ldots$ les masses électriques aux divers points de la couche $M, M', \ldots$.

Supposons qu'une seconde couche d'électricité positive puisse exercer aux divers points $P, P', \ldots$ les mêmes répulsions $F, F' \ldots$; désignons par $\mu, \mu', \ldots$ les masses électriques aux points $M, M' \ldots$. Il s'agit de démontrer que ces deux couches sont identiques, c'est-à-

dire que

$$\mu = m, \quad \mu' = m', \ldots.$$

Imaginons une troisième couche identique à la deuxième, mais chargée d'électricité négative qui se superpose à la première ; cette couche d'électricité négative exerce en chacun des points P, P',... des actions égales et directement opposées aux forces F, F',..., de telle sorte que la résultante des actions des deux couches sera nulle pour tout point pris à l'intérieur du conducteur ou sur sa surface. D'ailleurs l'action exercée en chacun des points P, P',... par les deux couches superposées peut être rapportée à une couche unique d'électricité, dont les masses aux points M, M',... auraient pour valeurs $m - \mu$, $m' - \mu'$,....

L'action sur les points intérieurs étant nulle, cette couche doit être une couche électrique *en équilibre* sur le conducteur. L'action sur les points de la surface du conducteur étant nulle, l'épaisseur de la couche est nulle en chaque point,

$$m - \mu = 0, \quad m' - \mu' = 0, \ldots.$$

Il est aisé de déduire la conséquence suivante :

Lorsque deux couches électriques, distribuées successivement sur un corps conducteur, exercent des actions respectivement proportionnelles sur les divers points du conducteur, les épaisseurs des deux couches en chaque point sont dans le rapport de ces actions.

Soient, en effet, m, m',... les masses électriques de la première couche aux divers points M, M',... ; soient F, F',... les actions exercées par cette couche aux divers points du conducteur P, P',... ; soient de plus KF, KF',... les actions exercées par la seconde couche sur les mêmes points P, P',..., K étant un nombre constant.

Imaginons une troisième couche distribuée sur le conducteur, telle que les masses électriques de cette couche soient Km, Km',... aux divers points M, M',... ; les actions exercées par cette couche sur les divers points P, P',... sont évidemment KF, KF'.... Mais, d'après la proposition précédente, cette troisième couche est identique à la deuxième ; par conséquent les masses élec-

triques de la seconde couche aux points M, M′,... sont respectivement Km, Km',....

Par suite, les masses totales des deux couches sont entre elles dans le rapport de 1 à K, c'est-à-dire dans le rapport des forces exercées aux mêmes points du conducteur.

Ainsi, *lorsque deux couches électriques, distribuées successivement sur un conducteur, exercent des actions respectivement proportionnelles sur les divers points du conducteur, les charges des deux couches sont entre elles dans le rapport de ces actions.*

Il en résulte que, si un corps de dimensions très-petites est mis successivement en contact par un même point de sa surface avec les divers points d'un conducteur, les charges enlevées par ce corps sont proportionnelles aux tensions ou aux épaisseurs électriques qui correspondent à ces points du conducteur.

Cette propriété fondamentale appartient non-seulement au plan d'épreuve, mais à tout corps de petites dimensions, mis successivement en contact par un même point de sa surface avec les divers points d'un conducteur; cette condition se trouve en particulier réalisée par les sphères d'épreuve qu'employait M. Riess dans ses expériences [1].

F. WEBER. — On the specific heat of Carbon (Sur la chaleur spécifique du carbone); *Philosophical Magazine*, 4e série, t. XLIV, p. 251.

Ce Mémoire est une réclamation de priorité faite à l'occasion d'une communication présentée par M. Dewar à la section de chimie de l'Association britannique, et relative à l'influence très-marquée de la température sur la chaleur spécifique du carbone. L'auteur rappelle qu'il a établi ce fait dans un Mémoire lu à la Société de physique et de chimie de Berlin, et publié par extrait en avril 1872 dans les comptes rendus de l'Association des chimistes allemands.

On sait, depuis les expériences de Dulong et Petit, complétées par les déterminations de M. Regnault, que le produit de la chaleur spécifique d'un corps simple solide par son poids atomique a une

---

(1) Th. Riess : *Die Lehre von der Reibungselectricität*, t. I, p. 134.

valeur constante nommée *chaleur atomique*, égale en moyenne à 6,3, avec des écarts compris entre 6,76 pour le sodium et 5,7 pour le soufre. Quelques substances s'éloignent davantage de la loi de Dulong et Petit : ce sont le phosphore, le silicium, le bore et le carbone, dont les chaleurs atomiques sont représentées par les nombres 5,39, 5,04, 2,67 et 1,76.

La valeur exceptionnellement faible de la chaleur spécifique du carbone attira particulièrement l'attention de M. Regnault, qui établit dans deux Mémoires importants, publiés en 1841 et en 1862, que les diverses variétés allotropiques du carbone ont des chaleurs atomiques comprises entre les valeurs 0,2608 et 0,1469, relatives au charbon animal et au diamant, et qui sont toutes loin de vérifier la loi de Dulong et Petit.

Les mêmes conséquences résultent aussi des expériences que MM. de la Rive et Marcet ont exécutées, par la méthode du refroidissement, sur quelques variétés de charbons artificiels et sur le diamant, dont la chaleur atomique serait 0,129. Ce nombre ne mérite pas grande confiance, à cause du peu de précision que comporte la méthode appliquée à des corps mauvais conducteurs.

Nous ne mentionnerons que pour mémoire les recherches de M. Kopp sur le même sujet, car les nombres qu'il a obtenus, inférieurs de 9 à 16 pour 100 à ceux de M. Regnault, sont en contradiction avec ceux qu'ont publiés récemment (1868) MM. Wüllner et Bettendorf, et qui coïncident presque complétement avec les mesures prises par l'habile physicien français.

L'examen des résultats obtenus par M. Regnault entre 8 et 98 degrés, par MM. de la Rive et Marcet entre 3 et 14 degrés, et par MM. Wüllner et Bettendorf entre 22 et 70 degrés, a conduit l'auteur à supposer que la chaleur spécifique du carbone variait beaucoup avec la température. Cette conjecture a été vérifiée par des expériences exécutées suivant la méthode du calorimètre à glace, telle que l'a employée M. Bunsen.

M. Weber se servit de deux diamants pesant ensemble 1081 milligrammes, qu'il chauffait à une température t degrés et qu'il refroidissait ensuite à zéro par l'immersion dans le calorimètre. De la quantité de chaleur dégagée dans l'appareil, il déduisait la chaleur spécifique moyenne entre zéro et t degrés. Trente-trois déterminations prises à douze températures, échelonnées régulièrement entre

zéro et 200 degrés, conduisirent à la relation parabolique suivante entre la température et la chaleur spécifique moyenne entre zéro et t degrés :

$$c_{0-t} = 0,0947 + 0,000497\,t - 0,00000012\,t^2.$$

On déduit aisément de cette formule la relation qui exprime la chaleur spécifique γ_t en fonction de la température. Il suffit de remarquer que t fois la chaleur spécifique moyenne est l'intégrale entre les limites zéro et t de l'expression générale γ_t de la chaleur spécifique, c'est-à-dire que l'on a

$$t\,c_{0-t} = \int_0^t \gamma_t\,dt,$$

et par suite

$$c_{0-t} + t\,\frac{d}{dt}\,c_{0-t} = \gamma_t,$$

ce qui donne immédiatement

$$\gamma_t = 0,0947 + 0,000994\,t - 0,00000036\,t^2.$$

De cette relation résultent les valeurs suivantes :

0°............	0,0947
50............	0,1435
100............	0,1905
150............	0,2357
200............	0,2790

La chaleur spécifique du diamant est donc trois fois plus grande à 200 degrés qu'à zéro.

Deux expériences faites sur un fragment de graphite naturel pesant 951 milligrammes donnèrent à 100 degrés une chaleur spécifique deux fois un tiers plus grande qu'à zéro.

Ces résultats expliquent, suivant l'auteur, les divergences que l'on constate dans les déterminations antérieures faites à des températures différentes, et, si l'on admet que la loi de variation trouvée se poursuive jusqu'à 500 degrés, la chaleur spécifique du diamant aurait la valeur $0,52 = \frac{6,3}{12}$ satisfaisant à la loi de Dulong et de Petit.

L'importance de ces résultats fait regretter qu'on ne trouve pas dans ce Mémoire l'indication des dispositions expérimentales que l'auteur a dû prendre pour donner à son travail le caractère de précision auquel M. Regnault a accoutumé les physiciens. Ces renseignements seraient d'autant plus nécessaires que le poids de la matière employée dans les expériences sur le diamant était très-faible, et que la moindre cause d'erreur pouvait avoir une grande influence sur la valeur de la chaleur spécifique.

Nous ne nous arrêterons pas à contester l'extension de la formule parabolique à des températures différant de 300 degrés des limites des expériences; nous ferons seulement remarquer que le carbone est un des corps qui se prêtent le mieux à une étude directe faite à des températures élevées, telles que les températures d'ébullition du mercure, du soufre, du zinc et du cadmium, que l'on peut maintenir constantes aussi longtemps qu'il est nécessaire, et que la question vaut la peine d'être traitée d'une manière complète autrement que par de simples conjectures.

Pour ce qui est de la loi de Dulong et de Petit, M. Weber est assez disposé à lui trouver une importance beaucoup moindre du moment qu'il est établi qu'elle dépend de la température. Les physiciens ne seront peut-être pas tous de son avis; car il pourrait se faire que pour le carbone et les autres corps, tels que le bore et le silicium, la chaleur spécifique crût jusqu'à une certaine valeur limite satisfaisant à la loi de Dulong et de Petit.

A. Gernez.

W. HUGGINS. — On the spectrum of the great Nebula in Orion (Sur le spectre de la grande nébuleuse d'Orion); *Proceedings of the Royal Society*, t. XX, nº 136, 6 juin 1872.

Depuis 1862, M. Huggins poursuit de très-importantes études sur les spectres des corps célestes. Les résultats qu'il a obtenus au sujet des nébuleuses sont fondés sur l'examen de soixante-dix d'entre elles, et peuvent se résumer comme il suit :

Toutes les nébuleuses certainement résolubles donnent un spectre comparable à celui des étoiles, c'est-à-dire d'apparence continue. Les nébuleuses, au contraire, dont l'aspect est tel qu'il est impos-

sible de les regarder comme des agglomérations d'étoiles, fournissent un spectre discontinu, formé de raies brillantes se détachant sur un fond noir, et par conséquent analogue à celui du gaz incandescent. Elles sont donc de nature gazeuse, et il n'y a pas lieu d'espérer qu'on parvienne un jour à les résoudre, au moyen de lunettes plus puissantes que celles dont on dispose aujourd'hui.

Quant aux nébuleuses dont la résolubilité est incertaine, quelques-unes ont présenté le spectre des corps solides ou liquides, d'autres celui des gaz. S'il est possible qu'on arrive à résoudre les premières, il est certain qu'il n'en sera pas de même pour les secondes. L'analyse spectrale fournit donc un moyen précis pour classer les nébuleuses d'après leur constitution et le rôle qu'elles jouent dans l'univers. Il est bien clair, en effet, qu'il n'y a aucune raison de penser que les nébuleuses gazeuses soient situées à des distances de la Terre notablement plus grandes que les étoiles, tandis que les nébuleuses résolubles, formant des systèmes de même ordre que le groupe dont notre Soleil fait partie, doivent être supposées bien plus éloignées de nous.

Les spectres des nébuleuses gazeuses présentent entre eux une grande analogie. Ils ne contiennent que quatre lignes brillantes au plus. La moins réfrangible et la plus lumineuse, qui coïncide avec la principale raie de l'azote, se retrouve dans tous sans exception. Les autres sont : deux raies de l'hydrogène, et une raie difficile à rapporter avec certitude à un corps déterminé, mais qui se rapproche beaucoup d'une de celles du baryum.

Ces résultats avaient été annoncés dès 1864; mais l'auteur s'étant proposé de rechercher si les nébuleuses gazeuses ne sont pas animées d'un mouvement susceptible d'être reconnu par la variation de réfrangibilité de leurs raies (suivant la méthode tirée du principe de Döppler), il devenait nécessaire de vérifier si les coïncidences de ces raies avec celles de l'azote et de l'hydrogène étaient rigoureuses ou seulement approchées.

C'est dans ce but surtout que furent entreprises les expériences de 1868, où M. Huggins se servit d'un spectroscope beaucoup plus puissant, et d'une lunette de huit pouces d'ouverture. On sait que la raie principale de l'azote, dont la couleur est intermédiaire entre le vert et le bleu, est formée de deux composantes très-voisines qui se distinguent nettement avec un spectroscope doué d'un pouvoir dis-

persif suffisant. Or, dans les observations de 1864, la raie correspondante du spectre des nébuleuses avait été vue simple. Malgré la puissance des instruments dont il se servit dans sa seconde série de recherches, l'auteur ne parvint pas à la dédoubler. Il attribua ce résultat à la grande faiblesse de la lumière, qui ne permet pas d'employer une fente assez étroite pour que les raies soient nettement dessinées; il devait donc chercher l'occasion de recommencer ces observations avec un instrument doué d'un pouvoir éclairant beaucoup plus considérable, et c'est ce qu'il a fait cette année avec la grande lunette de la Société royale de Londres.

La fente est naturellement placée au foyer de l'objectif; derrière elle une lentille, de 4 à 5 pouces de distance focale, sert de collimateur et renvoie les rayons sur le spectroscope. On observe au moyen d'une petite lunette, dont le grossissement varie de 5,5 à 16 diamètres, suivant l'oculaire qu'on emploie.

Le spectre de comparaison est celui de l'étincelle d'induction jaillissant dans un tube qui contient de l'azote. Dans une première disposition de l'appareil, ce tube est placé sur le côté de la grande lunette, comme dans les expériences antérieures; la lumière de l'étincelle vient tomber sur une petite plaque d'argent poli, inclinée à 45 degrés, qui la renvoie sur la fente. Cette plaque a paru préférable au petit prisme habituellement employé, et même aux minces glaces argentées, dont l'auteur s'était servi en 1868. Elle est percée d'un trou à son centre, pour laisser arriver à la fente les rayons venant de l'astre. Comme d'ailleurs elle est polie des deux côtés, si la lunette n'est pas parfaitement braquée, ces rayons tombent sur la face, tournée vers l'objectif, et sont réfléchis latéralement. En plaçant dans cette direction un oculaire convenable, on obtient un excellent chercheur qui permet de diriger facilement la lunette sur un astre donné. Il suffit, en effet, de faire disparaître l'image de cet astre, et l'on est sûr alors que ses rayons passant par le trou de la plaque viennent éclairer la région moyenne de la fente, dont le haut et le bas reçoivent la lumière de l'étincelle d'induction.

M. Huggins a encore employé une disposition différente : il a placé l'étincelle dans le tube même de la lunette, sur le trajet des rayons venant de l'objectif, à deux pieds et demi environ du foyer principal. Pour ajuster l'appareil dans ce cas, on plaçait aussi exactement que possible le tube contenant les fils de la bobine dans

l'axe de la lunette; puis, après avoir enlevé la fente et le spectroscope, on adaptait à l'instrument un oculaire ordinaire, et l'on visait une étoile brillante dont on amenait l'image au milieu du champ. On enfonçait alors cet oculaire jusqu'à rendre visibles les fils entre lesquels jaillissait la décharge, et on les amenait, au moyen de vis, à occuper le milieu du cercle lumineux formé par l'étoile dans l'oculaire. La fente et le spectroscope étant ensuite remis en place, l'appareil était prêt pour l'observation.

On voit que, dans la première disposition, les faisceaux divergents réfléchis par la partie supérieure et la partie inférieure du miroir empiétant légèrement sur ceux qui le traversent en passant par le trou central, le spectre de la nébuleuse devait se trouver compris entre deux spectres de l'étincelle d'induction le recouvrant un peu sur les bords. Cette circonstance est évidemment très-favorable à la précision des observations de coïncidence des raies. Dans la seconde disposition, les spectres devaient être entièrement superposés.

Même avec l'appareil que nous venons de décrire, M. Huggins n'a pu dédoubler la raie principale de la grande nébuleuse d'Orion, celle qui semble appartenir à l'azote; pourtant elle présentait une grande netteté, et sa largeur, sensiblement égale à celle de la fente, était moindre que celle d'une seule des composantes de la raie correspondante du spectre de l'étincelle. Il a trouvé, en outre, qu'elle ne coïncidait pas avec le milieu de l'intervalle de ces deux composantes, mais bien avec la moins réfrangible d'entre elles.

Est-il certain alors que la principale raie des nébuleuses appartienne bien au spectre de l'azote? Sans doute ce spectre varie si notablement, suivant les conditions de pression et de température, qu'il serait téméraire de se hâter de conclure sur ce point. M. Huggins déclare que, malgré des essais qui paraissent avoir été nombreux, il n'a pu trouver encore aucun état de l'azote où la double raie présente les mêmes caractères que celle des nébuleuses. Toutefois, quand le gaz est à une pression très-faible comprise entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{20}$ de pouce de mercure, le spectre qu'il donne se réduit sensiblement à une seule raie brillante, les autres étant d'une faiblesse telle qu'il est très-difficile de les apercevoir. Cette raie unique est double, il est vrai, mais elle est très-étroite; il faut un puissant spectroscope pour la décomposer, et l'on comprend qu'elle pourrait être facilement prise pour une raie simple. La raie des nébuleuses

pourrait donc être attribuée à l'azote dans des circonstances analogues à celles dont nous venons de parler, et M. Huggins incline encore à croire qu'elle lui appartient réellement, en admettant que son déplacement est dû au mouvement relatif de la terre et de la nébuleuse suivant la ligne de visée. Dans cette hypothèse, il calcule qu'il faudrait supposer à ce mouvement une vitesse de 55 milles par seconde pour rendre compte de l'écart observé.

Il est évident que les calculs de ce genre auraient beaucoup plus d'intérêt quand, par les recherches que l'auteur se propose de continuer, la nature de la raie dont nous parlons aura été mise entièrement hors de doute.

Trois autres lignes ont été observées dans la nébuleuse d'Orion. La première est celle dont nous avons déjà parlé, comme se rapprochant beaucoup d'une raie du baryum. Trois séries de mesures ont donné, pour la longueur d'onde correspondante, 4957 sur l'échelle d'Ångström, ce qui la ferait coïncider avec une forte ligne de fer. Mais l'auteur ne croit pas encore ces mesures assez précises pour pouvoir décider à quelle substance elle appartient.

La troisième et la quatrième correspondent à deux raies du spectre de l'hydrogène voisines l'une de F, l'autre de G. Elles sont très-nettes et indiquent que l'hydrogène doit être à faible pression. L'une d'elles, la seconde, est signalée pour la première fois dans le spectre de la nébuleuse d'Orion, où les observations antérieures n'avaient fait reconnaître que trois raies brillantes.

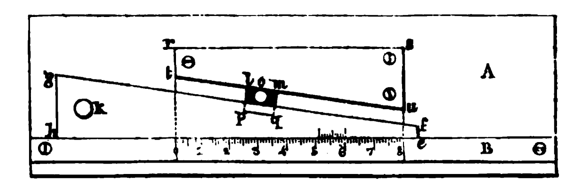
Ces lignes seraient très-précieuses pour la détermination du mouvement de la nébuleuse, et il y aurait évidemment avantage à les employer dans ce but, préférablement à la raie principale, puisqu'on n'est pas absolument sûr que cette dernière appartienne à l'azote; mais elles sont si faibles que, jusqu'à présent, M. Huggins n'a pu décider si elles présentent ou non un léger écart avec les raies correspondantes de l'hydrogène.

J. Maurat.

P. SCHÖNEMANN. — Der Messkeil Instrument zur Genauen Ausmessung der Dicke eines Körpers (Coin micrométrique, instrument de précision pour la mesure de l'épaisseur d'un corps); *Annales de Poggendorff*, CXLVI, 612, 1872.

L'appareil de mesure décrit par M. Schönemann utilise le coin comme organe micrométrique [1]. Ses usages sont ceux du sphéromètre.

Sur une tablette fixe A est établie une règle métallique B, divisée en millimètres. Dans l'intervalle compris entre cette règle et la pièce métallique *rstu* glisse le coin rectangulaire *efgh*, dont l'hypoténuse égale dix fois la hauteur, et dont la base porte un vernier au dixième, qui s'adapte à la division de la règle. Le zéro de ce vernier coïncide avec le zéro de la règle, quand le coin est entièrement poussé dans la rainure.



L'objet dont on veut mesurer l'épaisseur est introduit dans la cavité *mpql*, après quoi on pousse le coin au moyen du bouton *k*, jusqu'à ce qu'on éprouve une légère résistance. L'indication du vernier mesure la quantité dont le coin a reculé dans le sens de sa base, par suite de l'interposition du corps *o*. Mais il est facile de voir que le rapport de cette longueur à l'épaisseur cherchée est celui de l'hypoténuse du coin à sa hauteur, c'est-à-dire le rapport de 10 à 1. Donc l'appareil fournit, et par une seule lecture, une approximation égale à la dixième partie de $\frac{1}{10}$, ou au centième d'un millimètre.

Le coin micrométrique a été construit par Kleemann, de Halle, sur les indications fournies par M. Knoblausch. L'extrême simplicité

(1) L'organe essentiel de la plupart des instruments de mesure est une machine simple, levier, treuil ou plan incliné, qui rend sensible, en l'amplifiant dans un rapport connu, un déplacement très-petit dans le sens de la grandeur à mesurer. La vis micrométrique, si fréquemment employée, peut être considérée comme la combinaison d'un plan incliné et d'un treuil. Le coin que nous décrivons est la combinaison d'un plan incliné et d'un vernier.

de cet appareil et son bas prix (20 francs environ) le recommandent assez aux physiciens pour toutes les mesures qui n'exigent pas un très-haut degré de précision.

Il conviendrait de s'assurer jusqu'à quel point l'emploi de coins, suffisamments parfaits et assez aigus, pourrait remplacer le sphéromètre dans les mesures où l'on désire atteindre le millième de millimètre, par exemple. M. Schönemann ne dit rien de l'erreur qui résulte de ce que le coin est plus ou moins pressé contre l'objet d'une lecture à l'autre. Or, c'est l'évaluation pratique de cette erreur, inhérente à la nature même de l'appareil, qui peut seule fixer la limite de l'approximation que l'on doit demander à un dispositif de ce genre.

E. Bouty.

ERRATUM.

Page 74. Les moyennes ont été indiquées à tort par des lettres romaines. En les marquant par des barres horizontales placées au-dessus des quantités auxquelles elles se rapportent, les trois dernières équations de cette page doivent se lire :

$$0 = i\,\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x} + \frac{1}{2}\,i\,\delta\,\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\,\delta i,$$

$$-\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x} = \frac{1}{2}\,\delta\,\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\,\delta(\log i),$$

$$\overline{-}\,\overline{(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z)} = \frac{m}{2}\,\delta\overline{v^2} + m\,\overline{v^2}\,\delta(\log i).$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

4e série. — Tome XXVII. — Décembre 1872.

C.-M. Guillemin. — *Sur le courant instantané de la bouteille de Leyde*, p. 518.

M. Berthelot. — *Réponse à la seconde Note de M. Favre sur le calorimètre à mercure*, p. 533.

E. Becquerel. — *Mémoire sur l'analyse de la lumière émise par les composés d'uranium phosphorescents*, p. 539.

FIN DU TOME PREMIER.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME PREMIER.

TABLE ANALYTIQUE.

Mécanique et Pesanteur.

Élasticité et Capillarité.

Chaleur.

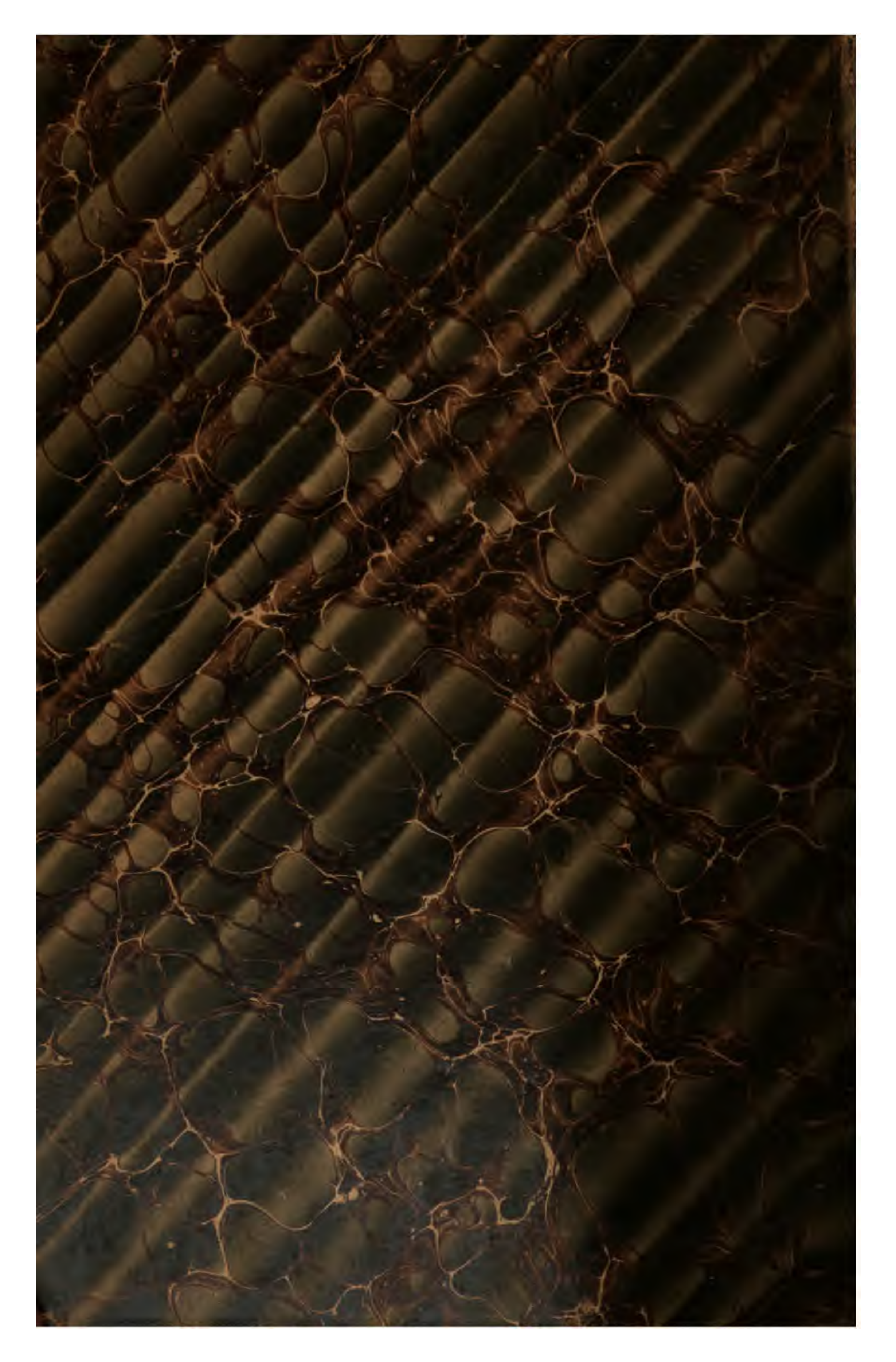
Électricité et Magnétisme.

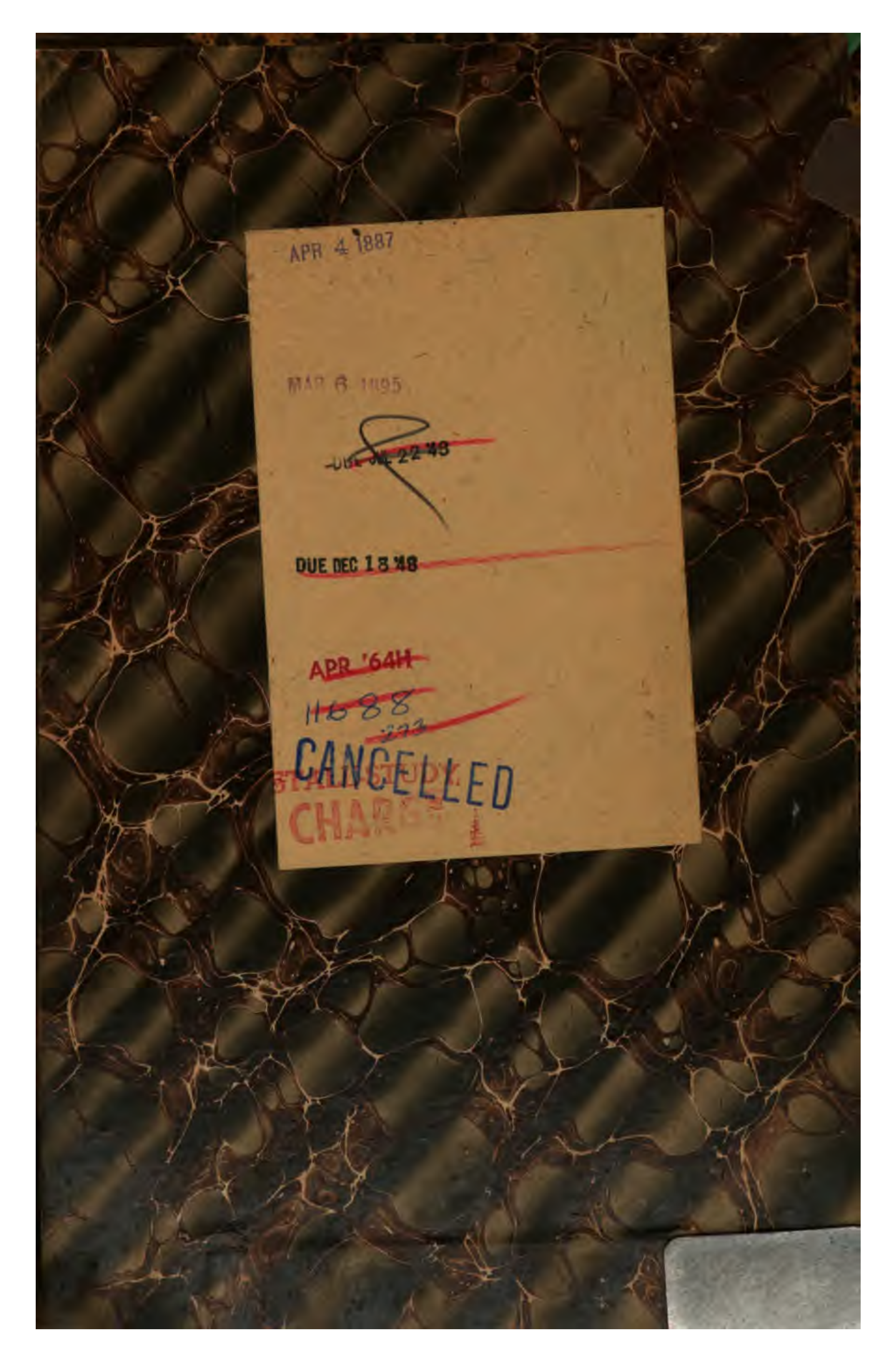
Acoustique.

Optique.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE DU TOME PREMIER.

506 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.




APR 4 1887
MAR 6 1895
DUE JUL 22 '48
DUE DEC 18 '48
APR '64H
11688
CANCELLED
CHAR